

# Tecnologías en el laboratorio para determinar el momento de inercia de un cuerpo que oscila

## Technologies in laboratories to calculate the moment of inertia of a body in oscillatory motion

Laura Chiabrando<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires, Av. Paseo Colón 850, CP 1063, Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Argentina.

\*E-mail: [lchiabra@fi.uba.ar](mailto:lchiabra@fi.uba.ar)

### Resumen

Se presenta una propuesta que actualiza una experiencia de laboratorio incluyendo tecnologías, utilizando herramientas accesibles para la toma de datos y su análisis. En particular, el objetivo de la experiencia es determinar el momento de inercia respecto del centro de masa de un objeto no homogéneo que realiza un movimiento armónico simple. Ésta es una de las actividades experimentales obligatorias que se implementó en un curso de la asignatura Física I de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires. En el diseño se propone realizar la medición de la velocidad angular del objeto utilizando una aplicación para celulares (Phyphox) y analizar los datos con un programa específico de acceso libre (SciDAVis). Esta innovación incorpora la evaluación del modelo físico que se aplica al sistema estudiado. Se presentan los resultados de la implementación a partir de los informes entregados y una encuesta realizada a los estudiantes. Se encuentra que incorporar aplicaciones de celulares para tomar datos resulta accesible para los estudiantes, pero se manifiestan dificultades en el uso del programa para analizar los datos. Se destaca que los estudiantes valoran la inclusión de herramientas tecnológicas en materias de ciencias básicas.

**Palabras clave:** Teléfonos inteligentes; Laboratorio; Cuerpo rígido; Movimiento oscilatorio.

### Abstract

It is presented an update to a laboratory experience including technologies, using accessible tools for data collection and analysis. In particular, the objective of the experiment is to determine the moment of inertia of an inhomogeneous object that performs a simple oscillatory movement. This is one of the mandatory experimental activities that was implemented in Física I in the Facultad de Ingeniería at Universidad de Buenos Aires. The design proposed measure the angular velocity of the object using a mobile application (Phyphox) and analyze the data with a specific free access program (SciDAVis). This innovation allows to evaluate the physical model that is applied to the studied system. Considering reports presented and a survey to participants, it is necessary to mention that for students, it is accessible to incorporate mobile applications to collect data, but they present difficulties in the use of programs to analyze the data. It is highlighted that students value the use of technological tools in basic science subjects.

**Keywords:** Apps; Smartphones; Laboratory; Rigid body; Oscillatory motion.

## I. INTRODUCCIÓN

La enseñanza remota de emergencia debido al COVID-19 fue una circunstancia excepcional en la que los docentes debieron repensar sus prácticas de enseñanza (Aveleyra y Rossi, 2021). En particular, se presentó el desafío de realizar actividades experimentales en asignaturas de ciencias básicas de la formación universitaria fuera del ámbito de los laboratorios de enseñanza. Esta inquietud inicial fue el eje para buscar alternativas que adapten las actividades a esta nueva modalidad, actualizando las prácticas de los laboratorios tradicionales. En este contexto, se propuso reformular la práctica de laboratorio que analiza un péndulo físico, utilizando una aplicación gratuita disponible para teléfonos inteligentes como instrumento de medición y un programa de acceso libre para realizar el análisis de los datos obtenidos (Barber, Chiabrandó, Duplaá y Rivas Rojas, 2021).

Resulta de interés analizar la implementación de aquellas innovaciones propuestas durante la enseñanza remota de emergencia que podrían dar un valor agregado a las prácticas tradicionales de enseñanza (Aveleyra, Fontana y Chiabrandó, 2022). La actualización de esta práctica experimental de laboratorio pudo ser implementada en un curso con modalidad presencial y en este trabajo se describen las decisiones que orientaron al diseño, así como también se presentan los resultados de la implementación.

En este artículo se detalla la modificación de una experiencia de laboratorio tradicional que estudia un péndulo físico con el objetivo de determinar el radio de giro baricéntrico y el momento de inercia respecto del centro de masa cuando un objeto no homogéneo realiza pequeñas oscilaciones en el plano vertical. El centro de la innovación está puesto en la magnitud medida ya que se utiliza una aplicación para celulares como instrumento de medición, obteniendo la velocidad angular en función de tiempo, en vez del período de oscilación. Utilizando un programa de análisis de datos es posible determinar la frecuencia de pulsación para calcular las magnitudes mencionadas, así como también analizar el modelo físico que se propone para describir el sistema real que se construye. Este tipo de propuestas pueden aportar al desarrollo de competencias básicas para la formación profesional (Gibbs, Viau y Tintori Ferreira, 2019; Kaps, Splith y Stallmach, 2021; Patrinoúoulos y Kefalis, 2015).

Con relación al uso de aplicaciones para celulares como instrumento de medición, Ramírez Castro (2019) presenta un panorama sobre distintas experiencias a realizar. Aunque es necesario indicar que López y Arias (2019) observan que la mayoría de los artículos se enfocan en el uso instrumental de tecnología sin analizar el impacto del uso de celulares en el aula como herramienta para la enseñanza de fenómenos físicos.

## II. DESCRIPCIÓN DE LA PROPUESTA

El diseño de esta propuesta se hizo a partir de la práctica de laboratorio de un péndulo físico que ya se realizaba en los cursos de Física I (<https://campusgrado.fi.uba.ar/course/view.php?id=119>). En la experiencia original, se mide el período de un cuerpo no homogéneo que realiza pequeñas oscilaciones alrededor de un eje fijo en el plano vertical y la distancia entre su centro de masa y el punto de suspensión. A partir de estas mediciones se determina el radio de giro baricéntrico y, conociendo la masa del cuerpo, se calcula el momento de inercia respecto del centro de masa.

La propuesta que se presenta mantiene el mismo sistema de estudio, así como también el objetivo de determinar el radio de giro baricéntrico y el momento de inercia respecto del centro de masa de un cuerpo no homogéneo. La innovación que se propone está en los datos que se registran y, en consecuencia, el tipo de análisis que se realiza con esas mediciones. Esto significa que se mide la velocidad angular en función del tiempo utilizando una aplicación para celulares, en lugar de la medición del período de oscilación, y con un programa de análisis de datos se realiza un ajuste de esta curva para determinar la frecuencia de pulsación (Barber, Chiabrandó, Duplaá y Rivas Rojas, 2022).

### A. El sistema físico

En la Figura 1 se muestra el diagrama de cuerpo libre de un objeto de masa  $M$  que realiza pequeñas oscilaciones en el plano vertical, alrededor de un eje fijo ( $O$ ) que está a una distancia  $d$  del centro de masa (CM). En este diagrama, la fuerza  $F_v$  representa la interacción del objeto con el eje y la fuerza  $P$  la interacción gravitatoria cuando se aparta al objeto un ángulo  $\alpha$  respecto de la posición de equilibrio.

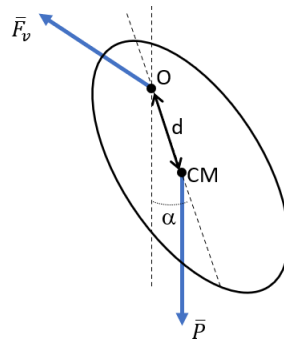


FIGURA 1. Diagrama de cuerpo libre del objeto.

Al realizar la suma de momentos de las fuerzas externas respecto del eje O se obtiene la siguiente expresión:

$$-M \cdot g \cdot d \cdot \text{sen}(\alpha) = I_O \cdot \gamma - M \cdot g \cdot d \cdot \text{sen}(\alpha) = I_O \cdot \gamma \quad (1)$$

Donde  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $d$  es la distancia entre el centro de masa y el punto de suspensión,  $\alpha$  es el ángulo que forma la recta que pasa por el centro de masa y el punto O respecto de la vertical,  $I_O$  el momento de inercia respecto del punto O y  $\gamma$  la aceleración angular.

Considerando que el objeto realiza pequeñas oscilaciones (por lo que se asume que el  $\text{sen}(\alpha)$  tiene valores aproximados a  $\alpha$ ), el teorema de Steiner para relacionar el momento de inercia respecto de O con el del centro de masa, que el momento de inercia respecto del centro de masa de un objeto se puede escribir en función del radio de giro baricéntrico ( $k$ ) y que la aceleración angular es la derivada segunda del ángulo respecto del tiempo se obtiene la siguiente ecuación:

$$-g \cdot d \cdot \alpha = (k^2 + d^2) \cdot \frac{d^2 \alpha}{dt^2} - g \cdot d \cdot \alpha = (k^2 + d^2) \cdot \frac{d^2 \alpha}{dt^2} \quad (2)$$

Se puede proponer como solución a esta ecuación diferencial de segundo orden una función de tipo senoidal:

$$\alpha(t) = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi) \quad (3)$$

Que será solución siempre y cuando la frecuencia de pulsación  $\omega$  cumpla con la siguiente relación:

$$\omega = \sqrt{\frac{g \cdot d}{k^2 + d^2}} \quad (4)$$

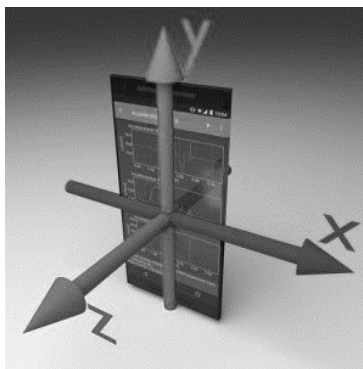
## B. La aplicación para la toma de datos: Phyphox

Actualmente los celulares son dispositivos relativamente accesibles que tienen incluidos distintos sensores (acelerómetro, GPS, de proximidad, entre otros). Hay aplicaciones que pueden descargarse en forma gratuita y utilizan estos sensores como instrumentos de medición.

Una de estas aplicaciones es Phyphox (<https://phyphox.org>), desarrollada en Alemania por la Universidad Técnica de Aquisgrán (RWTH Aachen University). Si bien existen otras aplicaciones, como Physics Toolbox (<https://www.vieyrasoftware.net>), se decide trabajar con ésta porque fue diseñada con fines educativos, se puede descargar para Android y iOS, que son los sistemas operativos más comunes, y en su sitio Web se puede encontrar un repositorio con ejemplos de experiencias que pueden realizarse.

Esta aplicación dispone de una amplia variedad de funciones para medir distintas magnitudes y es posible operar la aplicación desde el celular o desde una computadora, conectándose al celular a través de los datos móviles.

En esta experiencia, el celular forma parte del objeto no homogéneo que se estudia y a su vez es el instrumento de medición para obtener los datos de la velocidad angular en función del tiempo utilizando la función giroscopio. En particular, interesa la medición de la velocidad angular en función del tiempo  $\Omega(t)$  en el eje z considerando el sistema de coordenadas que utiliza esta aplicación (Figura 2). Los datos obtenidos se pueden exportar en distintos formatos (Excel, CSV) por mail para luego ser procesados.



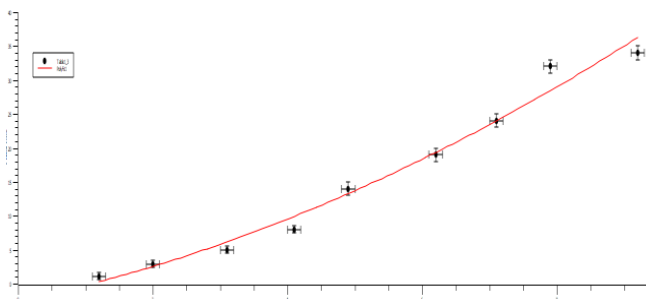
**FIGURA 2.** Sistema de coordenadas determinado por la aplicación Phyphox - <https://phyphox.org>

Resulta importante señalar que, al proponer una modificación en uno de los datos que se miden, se obtiene el registro de la velocidad angular en función del tiempo. De esta forma, es posible analizar si el sistema real se ajusta al modelo de un movimiento de tipo senoidal. En la práctica tradicional este análisis no es posible, ya que sólo se mide el período de oscilación. Por lo tanto, se considera que en esta propuesta la inclusión de tecnologías como instrumento de medición permite hacer este análisis complementario sobre el modelo con el que se trabaja.

### C. El programa para el análisis de datos: SciDAVis

Con el dato de una componente de la velocidad angular en función del tiempo  $\Omega(t)$  se puede determinar el período de oscilación, calculando el tiempo que el objeto alcanza el mismo valor de esta magnitud, siguiendo el análisis que se propone en la práctica tradicional. Si se considera esta opción, resulta un valor agregado el uso de tecnologías porque la medición se independiza de la incerteza de reacción que es necesario considerar cuando una persona toma datos con un cronómetro.

En el diseño que se presenta se propone otra posibilidad para maximizar el análisis de los datos obtenidos. Es decir, determinar la frecuencia de pulsación  $\omega$  a partir de un ajuste de la curva obtenida con los datos de la velocidad angular en función del tiempo  $\Omega(t)$ . Para realizar esto es necesario utilizar algún programa de análisis de datos, con lo cual se introduce el uso de herramientas tecnológicas para hacer el ajuste de una función no lineal en una asignatura básica. Para este análisis se trabaja con SciDAVis (<http://scidavis.sourceforge.net>) porque es un programa gratuito para la visualización y análisis de datos en Python. Este programa permite cargar datos, indicando si los valores de cada columna corresponden a los valores representativos de la variable dependiente e independiente, así como también a las incertezas (eligiendo la opción "Set column as") y graficar las mediciones (seleccionando en el menú principal la función "Plot" y "Scatter"). A partir del gráfico es relativamente simple realizar un ajuste personalizado de la curva obtenida proponiendo una función para modelar los datos obtenidos (eligiendo en el menú principal "Analysis" y "Fit Wizard"). Como ejemplo, en la Figura 3, se muestra la tabla de datos y un gráfico con el correspondiente ajuste.



1[X]	2[xEr]	3[Y]	4[yEr]
1,2	0,1	1,1	0,5
2	0,1	2,9	0,5
3,1	0,1	5	0,5
4,1	0,1	8	0,5
4,9	0,1	14	1
6,2	0,1	19	1
7,1	0,1	24	1
7,9	0,1	32	1
9,2	0,1	34	1

FIGURA 3. Tabla de datos y análisis en el programa SciDAVis.

### III. IMPLEMENTACIÓN DE LA PRÁCTICA EXPERIMENTAL

A continuación, se relata la experiencia de laboratorio realizada, describiendo el contexto en el que se implementó y presentando el desarrollo realizado a partir del registro de los informes entregados. También se mencionan los resultados de una encuesta que permite contemplar la opinión de los estudiantes como participantes activos de esta actividad.

#### A. El contexto

La experiencia fue implementada en un curso de Física I de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires. Ésta es una asignatura cuatrimestral que corresponde al segundo año de estudios y es obligatoria para la mayoría de las carreras de ingeniería. Es la primera materia de física con prácticas experimentales en la que se abordan contenidos de mecánica para el modelo de partícula, de sistemas de partículas, de cuerpos rígidos y de medios elásticos, así como también una introducción a temas de óptica.

El curso tiene una modalidad teórico-práctica, está a cargo de 4 docentes y tiene una inscripción promedio de 70 estudiantes. Se realizan al menos 4 prácticas de laboratorio obligatorias que son actividades grupales, los grupos se conforman al inicio del cuatrimestre y cada uno tiene un máximo de 5 integrantes.

La práctica de laboratorio que tiene como objetivo determinar el momento de inercia de un objeto no homogéneo es la tercera práctica experimental obligatoria con análisis de datos que requiere la presentación de un informe y fue realizada por 13 grupos. En la clase anterior a la realización de esta experiencia, se presentó el modelo físico, el uso del instrumento de medición y del programa de análisis de datos. Se solicitó que al menos un integrante por grupo descargue la aplicación Phyphox y, durante la práctica de laboratorio, cada grupo tuvo a disposición una computadora portátil para poder realizar el análisis de los datos con el programa SciDAVis.

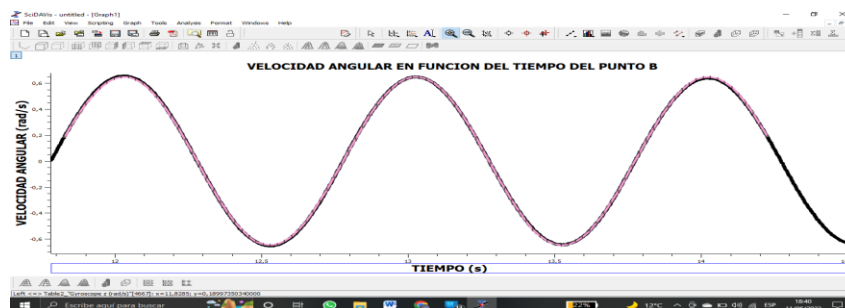
#### B. Las mediciones y su análisis

Para desarrollar el relato de esta experiencia, se presenta la realización de la práctica a partir de los registros obtenidos en los informes que entregaron los grupos de estudiantes. El primer paso consistió en adherir un celular a una placa metálica, lo que constituye el objeto de estudio. Luego se determinó el centro de masa de este objeto, indicando la vertical con una plomada cuando está en equilibrio, cuando se lo sostiene en dos puntos diferentes de suspensión (Figura 4).



**FIGURA 4.** Imagen que representa el método para determinar el centro de masa del cuerpo no homogéneo (Grupo 8)

Cada grupo registró la velocidad angular del objeto en función del tiempo  $\Omega(t)$  utilizando la aplicación Phypox, exportó la medición a una planilla e hizo el ajuste de la curva obtenida para determinar la frecuencia de pulsación  $\omega$  con el programa SciDAVis (Figura 5).



**FIGURA 5.** Gráfico de la velocidad angular en función del tiempo y el ajuste de la curva (Grupo 4).

Siendo conocida la frecuencia de pulsación  $\omega$  y midiendo la distancia entre el centro de masa y el punto de suspensión  $d$  se calculó el radio de giro baricéntrico  $k$ . Si, además, se mide la masa  $M$  del objeto es posible determinar el momento de inercia respecto de su centro de masa  $I_{CM}$  (Figura 6).



**FIGURA 6.** Imagen de la medición de la masa del sistema (Grupo 12).

En la clase previa a la realización de la práctica, se propuso dos posibilidades para validar el resultado obtenido: replicar este método considerando la oscilación del objeto respecto de otro punto o comparar el período de oscilación de este objeto con el período de oscilación del péndulo simple sincrónico. Si bien esto fue presentado como una sugerencia, la mayoría de los grupos hicieron la validación por ambas formas.

### C. La perspectiva de los estudiantes

Para indagar la opinión de los estudiantes, se diseñó una encuesta en un formulario en línea, cuyo enlace fue publicado en el aula virtual y se solicitó que se respondiera en forma individual y anónima. Se hicieron preguntas cerradas sobre el uso y las posibilidades de Phypox y SciDAVis y una pregunta abierta para que indicaran aspectos positivos o negativos que encontraron al realizar esta experiencia de laboratorio.

La mayoría de los encuestados consideran que fue sencillo utilizar la aplicación Phypox como instrumento de medición y una cuarta parte de ellos utilizó esta aplicación en otro contexto. En relación con el programa SciDAVis para el análisis de datos, todos los estudiantes consideraron que podría ser una herramienta útil que podrían usar en otras asignaturas.

En la encuesta se reflejan algunas dificultades para realizar el análisis de datos: *“Quizás la explicación de cómo utilizar el programa y el seguimiento docente podrían haber sido mejores pero en general muy buena experiencia y muy útil la app para otras situaciones”*; *“Al principio no entendimos muy bien la consigna de qué pasos había que hacer primero, pero con ayuda de los ayudantes nos pudimos guiar”*. Considerando estas opiniones se decidió que en próximas implementaciones se utilizará desde la segunda práctica de laboratorio el programa de análisis de datos, para que los estudiantes se familiaricen con su uso realizando un ajuste lineal.

Más allá de las dificultades, vale la pena observar la valoración del uso de tecnologías en las experiencias de laboratorios en las materias básicas de formación: “*Me parece interesante trabajar con las nuevas tecnologías*”.

#### IV. COMENTARIOS FINALES

En este artículo se presenta el diseño e implementación de una práctica de laboratorio tradicional para materias de física básica que se actualiza incluyendo herramientas tecnológicas. Por un lado, es posible realizar mediciones precisas con el uso de aplicaciones para celulares y resulta accesible aún en un contexto fuera del laboratorio de enseñanza. Por otro lado, se incorpora en asignaturas de ciencias básicas durante la formación universitaria herramientas para analizar datos complejos. La innovación incluye tecnologías que hacen posible contrastar el modelo utilizado y el comportamiento del sistema real, aspecto que no podía ser considerado en la práctica tradicional.

Se observa la valoración de los estudiantes en incluir tecnologías en las experiencias que se presentan, así como también dificultades propias del manejo específico de programas para el análisis de datos experimentales.

#### AGRADECIMIENTOS

Se agradece a la Secretaría de Ciencia y Técnica de la Universidad de Buenos Aires por el apoyo otorgado para la realización de este trabajo mediante el subsidio correspondiente a la programación científica UBACyT 2020 20020190100165BA.

Se agradece al Dr. Matías Barber, a la Lic. Maria Celeste Duplaá y a la Dra. Patricia Rivas Rojas, docentes del curso 13 de Física I de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires, por su participación en el diseño y la implementación de esta práctica experimental de laboratorio.

#### REFERENCIAS

Aveleyra, E. E., Fontana, M. R. y Chiabrando, L. (Septiembre 2022). *Repensar la enseñanza de Física en Ingeniería*. Documento presentado en las Jornadas de intercambio: Experiencias educativas reconfiguradas en el Nivel Superior. Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Argentina.

Aveleyra, E. E. y Rossi, D. S. (2021). Aprender en la virtualidad. *Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología, Especial (28)*, 403-408. doi: 10.24215/18509959.28.e50

Barber, M., Chiabrando, L., Duplaá, M.C. y Rivas Rojas, P. (2022). Propuesta Experimental para Estudiar el Movimiento Oscilatorio de un Cuerpo Rígido no Homogéneo Usando Celulares Inteligentes. En E. E. Aveleyra y M. A. Proyetti Martino (Coords.), *Escenarios y recursos para la enseñanza con tecnología: desafíos y retos* (385-395). Barcelona, España: Octaedro S.L.

Barber, M., Chiabrando, L., Duplaá, M.C. y Rivas Rojas, P. (2021). Teléfonos inteligentes para una actividad experimental de física básica en ingeniería. En E. E. Aveleyra, M. A. Proyetti Martino, F. Bonelli Otero, D. Mazzoni, G. Musso, J. Perri, R. A. Veiga (Coords.), *Convergencia entre educación y tecnología: hacia un nuevo paradigma* (36-40). Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Argentina: EUDEBA.

Gibbs, H., Viau J. y Tintori Ferreira, A. (2019). Propuesta de actividades experimentales en las clases de física mediante el uso de teléfonos inteligentes. *Revista de Enseñanza de la Física*, 31(extra), 359-367.

Kaps, A., Splith, T. y Stallmach, F. (2021). Implementation of smartphone-based experimental exercises for physics courses at universities. *Physics Education*, 56(3), 1-9. doi: 10.1088/1361-6552/abdee2

Lopez, V. J. y Arias, V. (2019). Aporte de una propuesta de enseñanza basada en aplicaciones móviles, para el aprendizaje del movimiento pendular y sistema masa resorte: Estado del arte. *Latin American Journal of Science Education*, 6(2), 1-12.

Patrinopoulos, M. y Kefalis, C. (2015). Angular velocity direct measurement and moment of inertia calculation of a rigid body using a smartphone. *The Physics Teacher*, 53(9), 564-565. doi: 10.1119/1.4935774

Ramírez Castro, J.L. (2019). *Experimentación en física con dispositivos móviles*. Recuperado de <https://experimentacioliure.files.wordpress.com/2020/05/exfidismo-2019-3.pdf>