

# Nueva visita a la Torre de Pisa

## The leaning Tower of Pisa revisited

Arturo López Dávalos<sup>1</sup>, Carola Graziosi<sup>1</sup> y Marcelo Alvarez<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidad Nacional de Río Negro Sede Andina, Profesorado en Física, Tacuarí 150, CP 8400, Bariloche, Río Negro. Argentina.

E-mail: alopezdavalos@unrn.edu.ar

REVISTA  
DE  
ENSEÑANZA  
DE LA  
FÍSICA

### Resumen

Diferentes páginas web y otras publicaciones presentan erróneamente la experiencia de Galileo en la Torre Inclinada de Pisa, lo que produce malentendidos y, a menudo, refuerza errores en la interpretación de las demostraciones en el aula. Para detectar la diferencia en la velocidad de caída de objetos similares, pero de diferente masa, hicimos demostraciones en el aula con dos pelotas de tenis nuevas, una llena de agua. La diferencia en el tiempo de llegada al piso no permite, en algunos casos, discernir, con el oído descubierto, si se producen dos o sólo un sonido. A diferencia de lo que sucedió, en la época de Galileo, en la actualidad la filmación con el teléfono celular permite apreciar la diferencia. Usando conceptos elementales de la mecánica de fluidos, discutimos la caída de cuerpos en el aire y encontramos que el flujo alrededor del cuerpo es turbulento. La velocidad límite alcanzada es proporcional a la raíz cuadrada de la masa y, por lo tanto, un objeto pesado cae más rápido que uno ligero. El método de cálculo también se aplica a una bala de plomo ya una bola de madera de iguales dimensiones, supuestamente similares a las utilizadas por Galileo en Pisa. Encontramos que, en ese caso, la asincronía excede el límite de persistencia del oído humano, por lo que Galileo, con su oído educado, podría haber detectado la falta de simultaneidad.

**Palabras clave:** Experiencia de aula; Caída libre; Resistencia del aire; Experiencia de Galileo.

### Abstract

Different web pages and other publications erroneously present Galileo's experience in the Leaning Tower of Pisa, which produces misunderstandings and often reinforce errors in the interpretation of classroom demonstrations. In order to detect the difference in falling speed of similar objects, but of different mass, we made demonstrations in the classroom with two new tennis balls, one filled with water. The difference in arrival time on the floor does not allow, in some cases to discern, with the bare ear, if two or only one sound is produced. Unlike what happened in Galileo's time, nowadays filming with the cell phone allows to appreciate the difference. Using elementary concepts of fluid mechanics, we discuss the fall of bodies in air, and find that air flow around the body is turbulent. The speed limit reached is proportional to the square root of the mass and thus a heavy object falls faster than a light one. The calculation method is also applied to a lead and to a wooden ball of equal dimensions, supposedly similar to those used by Galileo in Pisa. We find that, in such case, the asynchrony exceeds the persistence limit of the human ear, so that Galileo, with his educated ear, could have detected the lack of simultaneity.

**Keywords:** Classroom experiment; Free fall; Air resistance; Galileo's experiment; Persistence limit.

## I. INTRODUCCIÓN

Es usual en la escuela tratar un tema por medio de ejemplos, demostraciones y experiencias. Hay casos que se han popularizado a tal punto que, muchas veces, pierden rigurosidad en la transmisión de un autor a otro, provocando confusión en los estudiantes. Uno de ellos es la caída de los cuerpos en el aire. Por eso es importante revisar la experiencia de Galileo Galilei presentada en diferentes páginas web. En una revisión de estas, se encuentran publicaciones que inducen a error y en muchos casos influyen la interpretación errónea de las demostraciones llevadas a cabo en el aula. Por ejemplo, en Diez (2014) se dice:

*La ciencia se fundamenta en probar todo lo que se dice y comprobar así que es verdad y no solo un cuento. Por este motivo Galileo preparó hace unos 400 años uno de los experimentos más famosos de la física. Se subió a la torre de Pisa (cuenta la "leyenda") y desde ahí dejó caer dos cuerpos de la misma forma, pero distinto peso. Para sorpresa de los asistentes y regocijo de Galileo, ambos cuerpos tocaron el suelo a la vez, demostrando que la velocidad de caída no depende del peso del objeto. Crease, R. (2007)*

Encontramos otro caso interesante en el clásico libro de Maiztegui y Sábato (1988), considerado en su momento uno de los textos más originales, en castellano, en el abordaje de la enseñanza de la física, que se hace eco de la leyenda y dice:

*Para pronunciar la última palabra sobre la cuestión, es fama que Galileo anunció en la Universidad de Pisa que haría una experiencia definitiva, dejando caer dos cuerpos desde la alto de la torre de esa ciudad. El día anunciado, ante gran cantidad de estudiantes y algunos amigos, el sabio italiano realizó su experiencia con dos cuerpos: uno pesaba 1 libra y, el otro, 10 libras. Con gran asombro (se derrumbaba una idea que tenía el apoyo nada menos que de Aristóteles) los asistentes pudieron comprobar: los dos cuerpos tocaban tierra en el mismo instante. Crease, R. (2007)*

Es notable que en la página de la NASA (2004), que se supone cuenta con respaldo científico, se dice:

*Hace 400 años -o al menos así lo cuenta la historia- Galileo Galilei empezó a dejar caer objetos desde lo alto de la Torre inclinada de Pisa: balas de cañón, balas de mosquetón, oro, plata y madera. Posiblemente él esperaba en un principio que los objetos más pesados cayeran más rápido. Pero no fue así. Todos tocaban tierra al mismo tiempo, y de esta manera hizo un gran descubrimiento: la gravedad acelera a todos los objetos del mismo modo, independientemente de su masa o composición.*

Este texto es ilustrado en la figura 1, también en Maiztegui (Maiztegui, A y Sábato, J.(1988)), en la que el artista quiso reforzar las palabras con una imagen que muestra dos bolas de distinto tamaño cayendo simultáneamente.

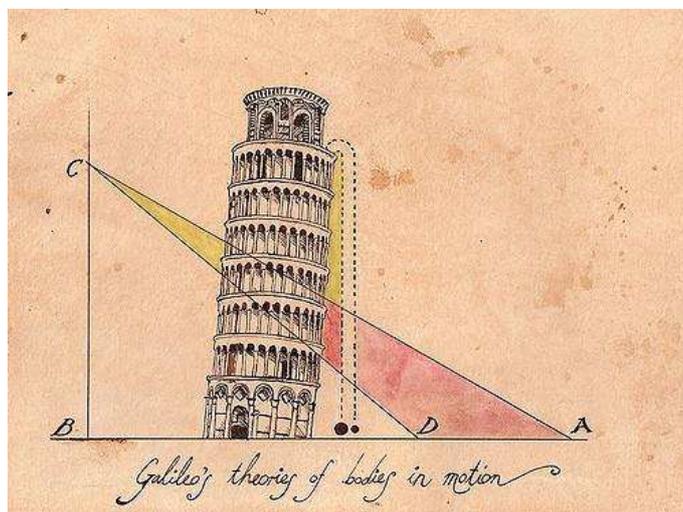


FIGURA1. La caída de dos masas de distinto tamaño y peso.

## II. LA CAÍDA DE LOS CUERPOS

El tema se suele introducir en clase relatando la historia que reproducimos en la sección anterior. Se supone que así el gran científico demostró que todos los cuerpos caían aproximadamente al mismo tiempo, independientemente de su masa. Como no hay constancia de que el sabio realmente realizara esa experiencia, nos queda decir al respecto que *se non é vero é ben trovato*. En Crease (2007) se sugiere que el origen de la leyenda se debe al propio Galileo. En efecto en su obra *Diálogo sobre los dos máximos sistemas del mundo*, aparecen tres personajes: Salviati que representa las ideas de Galileo, Simplicio que apoya las ideas de Aristóteles y es esencialmente un simplón, y Sagredo, un noble culto que representa la voz del buen sentido.

En una parte de esa obra, Salviati y Sagredo discuten varios experimentos que afirman haber realizado, con cuerpos de diferente peso y composición. Durante la discusión presentada en el primer día de estas reuniones, Salviati rechaza la afirmación de Aristóteles que ha experimentado si los cuerpos pesados caen más rápido que los ligeros. Entonces Sagredo dice:

*Pero yo, Sr Simplicio, que hice la prueba, le aseguro que una bola de artillería, que pesa cien, doscientas e incluso más libras, no anticipará ni una pulgada la llegada de una bala de mosquete, que pesa media libra, procedente incluso de la altura de doscientas brazas florentinas. (Galilei, 1632 citado en Crease, 2007; la traducción es nuestra).*

Agrega luego Salviati:

*Me parece que es muy probable que podamos creer que en el vacío sus velocidades serían completamente iguales entre sí. [...] Nos mostrará la experiencia que dos bolas del mismo tamaño, pero que pesan 10 o 12 veces más una que la otra, que sería, por ejemplo, una de plomo y la otra de roble, que caen desde la altura de 150 o 200 brazas florentinas, con muy poca diferencia de velocidad al llegar al suelo, nos asegura que el rozamiento y el retraso debido al aire es muy pequeño en ambos. (Galilei, 1632 citado en Crease, 2007)*

Salviati era un personaje imaginario, pero claramente el texto se refiere a Galileo. Según algunos historiadores, la afirmación de que había realizado un experimento muestra que, en realidad, dejó caer objetos de distinto peso para verificar los resultados informados por Aristóteles y así refutar sus explicaciones sobre el movimiento.

### III. LA CAÍDA EN EL VACÍO

En el caso de la caída en el vacío actúa sobre los cuerpos únicamente la fuerza de gravedad que, de acuerdo con la ley de gravedad de Newton, está dada por

$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$

donde  $M$  es la masa de la Tierra,  $m$  la del cuerpo que cae,  $r$  la distancia desde el centro de la Tierra hasta el cuerpo de masa  $m$  y  $G$  la constante de gravitación universal.

De acuerdo con la segunda ley de Newton, esa fuerza sobre la masa  $m$  produce una aceleración  $a$ , que apunta hacia abajo y se cumple la relación

$$ma = G \frac{Mm}{r^2} \quad (1)$$

Como la masa gravitatoria iguala a la masa inercial podemos eliminar  $m$  y obtenemos

$$a = G \frac{M}{r^2} \quad (2)$$

Si el cuerpo se encuentra sobre la superficie terrestre podemos aproximar  $r$  por el radio de la Tierra así obtenemos  $a = G \frac{M}{R^2}$ . Si reemplazamos aquí los valores del radio y de la masa de la Tierra, la aceleración  $a$  resulta la conocida aceleración de la gravedad  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ . El hecho de que, en el vacío, los cuerpos caen con la misma velocidad independientemente de su masa, ha sido demostrada en 2005 en la cabina de la Space Power Facility construida por la NASA en 1969 (NASA, 2004). En esa cámara, dejando caer simultáneamente una bola de madera y unas plumas, se verificó la conclusión de Galileo, sobre la caída en el vacío; por su parte, los astronautas de la Apollo 15 lo habían demostrado dejando caer un martillo y una pluma en la luna (García Llana, 2016). En las presentaciones del tema normalmente se agrega que Newton hizo una experiencia similar con una pluma y una moneda, en un tubo en el que había evacuado el aire, mostrando que los dos caen juntos.

### IV. LA CAÍDA EN EL AIRE

Algunos autores rescatan la experiencia de Newton y agregan que la caída es simultánea también en el aire, a condición de que los cuerpos tengan la misma forma y tamaño, desestimando que la caída de un objeto en un fluido depende de su masa. Ahora bien ¿quién convence a un alumno adolescente con un relato? Por ello nos parece que en la escuela secundaria debemos buscar la manera de que los alumnos puedan ver por sí mismos, recurriendo a algunos ejemplos. El más convincente es el caso de objetos casi exactamente iguales, por ejemplo, dos pelotas de tenis, que tienen la misma forma, el mismo material en la superficie y el mismo volumen, con la diferencia de que una está llena con agua y la otra simplemente con aire. Nos sorprendemos dejándolas caer desde una altura que no permite percibir la diferencia de sonidos al impactar en el suelo.

### A. El rozamiento y el tipo de flujo

Para analizar la situación en más detalle, consideramos en esta sección la caída en el campo gravitatorio de la Tierra, en el aire, de dos cuerpos, de masas  $m_1$  y  $m_2$ , que tienen idéntica forma y textura superficial, que se dejan caer simultáneamente desde una misma altura  $h$ . Veremos que experimentan fuerzas diferentes y por tanto distinta aceleración.

El flujo de aire que se produce alrededor de un objeto que cae determina el tipo de resistencia que el aire opone a la caída. Si el flujo alrededor del objeto es laminar, las capas de aire que se forman se mueven todas con la misma velocidad; si el flujo es turbulento, en cambio, las líneas de flujo son desordenadas y se encuentran en constante cambio, formando remolinos alrededor del objeto. En el primer caso, la resistencia del aire es proporcional a la velocidad, mientras que, en el segundo, la resistencia es proporcional al cuadrado de la velocidad (Landau, 1959). Para predecir el tipo de flujo en cada caso, se utiliza el número de Reynolds,  $Re$  (Timmerman, 1999), proporcional a la razón entre la fuerza turbulenta y la fuerza laminar y que se define, para una esfera, como

$$Re = \frac{2\rho r v}{\eta} \quad (3)$$

Aquí  $\rho$  es la densidad del fluido (para el aire es  $\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$  y  $\eta = 1,81 \times 10^{-5} \text{ Ns/m}^2$ ),  $r$  el radio de la esfera,  $v$  la velocidad y  $\eta$  la viscosidad dinámica del fluido. Según datos numéricos (Campregher, 2006) la inestabilidad del flujo laminar y el comienzo del flujo turbulento para una esfera ocurre en el rango de valores de  $Re$  definido por  $275 < Re < 295$ .

En Kawaguti (1995) se informaba haber determinado, mediante un cálculo numérico, un valor de 51 para el número de Reynolds crítico y lo comparaba con el valor experimental conocido entonces, de alrededor de 100. El flujo laminar se presenta, por ejemplo, cuando una esfera metálica cae en aceite o cuando una pequeña gota de aceite cae en el aire, como en el experimento de Millikan. La fuerza de roce en ese caso es la de Stokes,  $F = 6\pi r \eta v$ , que es directamente proporcional a la velocidad (García, 2009).

Para calcular el número de Reynolds introducimos en la ecuación (3) esos valores, con lo cual obtenemos la relación

$$Re = \frac{2\rho r v}{\eta} = 2707.2 v$$

donde  $v$  es la velocidad en unidades SI. Cuando  $Re$  recorre el rango  $275 < Re < 295$  la velocidad se mantiene entre  $v = 0,102 \text{ m/s}$  y  $v = 0,109 \text{ m/s}$ , indicando que el flujo deja de ser laminar a velocidades muy bajas, convirtiéndose en turbulento a poco de iniciada la caída.

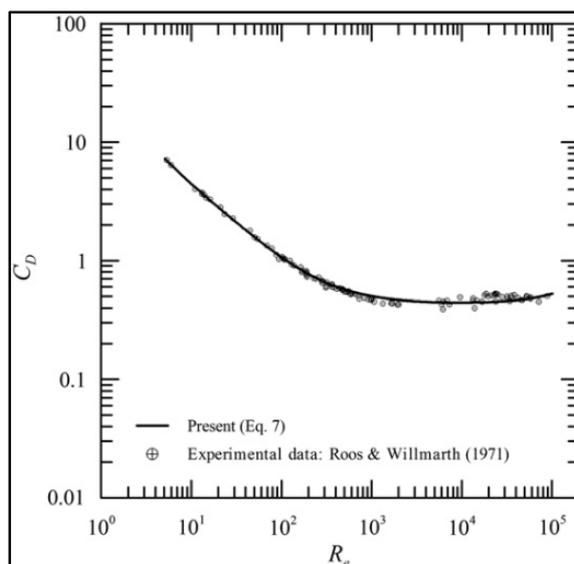
### B. La fuerza de arrastre

Un análisis de la mecánica de fluidos en el rango de flujo turbulento (Landau, 1959; Timmerman, 1999) muestra que la resistencia del aire está dada por la fuerza de arrastre

$$F_{arr} = \frac{1}{2} \pi \rho C_{arr} v^2 A \quad (4)$$

Aquí  $C_{arr}$  es el llamado coeficiente de arrastre, que es función de la geometría y de la calidad de la superficie del objeto; así, por ejemplo, si la esfera es perfectamente lisa,  $C_{arr}$  resulta del orden de 0,5 (The Engineering Tool Box, 2019). En la práctica, este coeficiente puede ser determinado en un túnel de viento. En la ecuación (4) vemos también que la fuerza resulta proporcional al área transversal proyectada  $A$  (para una esfera  $A = \pi R^2$ ) y al cuadrado de la velocidad.

En Mikhailov (2013) se determina el coeficiente de arrastre de una esfera en el aire, mediante una solución numérica de las ecuaciones de la mecánica de los fluidos; los resultados se comparan con las determinaciones experimentales de Roos y Willmarth (1971), como lo muestra la curva de la figura 2.



**FIGURA 2.** La línea representa los valores del coeficiente de arrastre en función del número de Reynolds calculados por Mikhailov (2013). Los puntos son las determinaciones experimentales de Roos(1971).

**C. Caída con flujo turbulento**

Para la caída en el aire debemos considerar que sobre el móvil actúan dos fuerzas: el peso y la resistencia del aire, que se dirigen verticalmente en sentidos opuestos. El empuje aerostático (Arquímedes) es despreciable frente al peso. Escribimos la segunda ley de Newton para cada esfera

$$m_i \frac{dv_i}{dt} = m_i g - \frac{1}{2} C_{arr} v_i^2 \rho A \tag{5}$$

donde  $i = 1,2$  según de cuál esfera se trate. De esta relación se puede concluir que, al agregarse el término de arrastre, la caída de cada cuerpo depende de su masa, pues no es posible eliminarla de la ecuación de movimiento, como sucede en ausencia de fricción con la ecuación (2). A partir de estas ecuaciones es posible calcular la velocidad límite (velocidad máxima que alcanza cada pelota en su caída). Esta velocidad se alcanza cuando la aceleración se anula y, por tanto, se cumple

$$m_i g - \frac{1}{2} C_{arr} v_i^2 \rho A = 0 \tag{6}$$

De aquí se tiene para la velocidad límite

$$v_{Li} = \sqrt{\frac{2 g m_i}{C_{arr} \rho A}} \tag{7}$$

Esta es la velocidad máxima que alcanza, por ejemplo, un paracaidista, que se puede reducir aumentando el área transversal  $A$  del paracaídas. La ecuación (7) también muestra que el cuerpo más pesado alcanza mayor velocidad límite, siempre que los otros parámetros permanezcan iguales.

A partir de la ecuación (5) podemos obtener la solución para la velocidad y ver cómo varía hasta alcanzar el valor límite. Detalles del cálculo se encuentran en Timmerman (1999). La velocidad en función del tiempo resulta

$$v_{i(t)} = v_{Li} \tanh \left( \frac{g}{v_{Li}^2} t \right) \tag{8}$$

cerca del origen esta función tiene una variación lineal y se aproxima a

$$v_{i(t)} \approx v_{Li} \times \left( \frac{g}{v_{Li}^2} t \right) \tag{9}$$

La aceleración en los primeros tramos de la caída es pues  $g$ ; después de unos segundos de caída, la aceleración disminuye hasta anularse cuando se alcanza la velocidad límite.

### V. EL EXPERIMENTO DE GALILEO

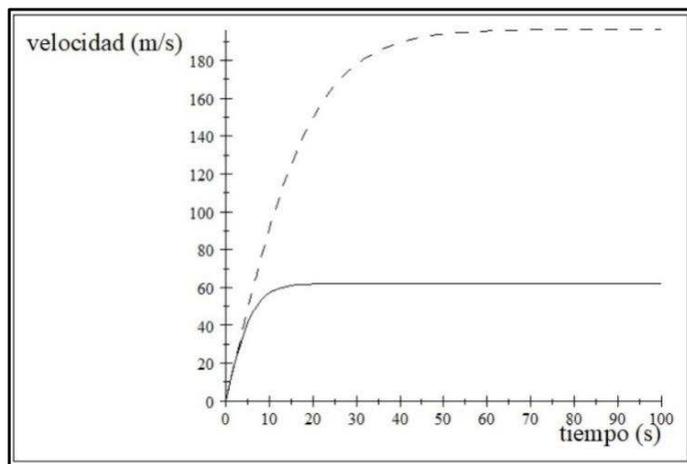
Ante las dificultades para repetir el experimento de Galileo en la Torre de Pisa buscamos ahora determinar, con los elementos disponibles, cómo caerían, desde una torre de 55, dos bolas similares a las que supuestamente se utilizaron entonces, una de plomo y una de madera de roble. Para ello debemos analizar cómo actúa la resistencia del aire.

La tabla siguiente muestra los distintos parámetros para las bolas de plomo y de madera

**TABLA I.** Parámetros para ambas bolas.

Variable	Notación	Bola de plomo	Bola de roble
Radio	$r$	0,08m	0,08 m
Densidad	$\rho$	11340kg/m <sup>3</sup>	650kg/m <sup>3</sup>
Proyección normal	$A=\pi r^2$	2,011 ×10 <sup>-2</sup> m <sup>2</sup>	2,01×10 <sup>-2</sup> m <sup>2</sup>
Volumen	$V=(4/3) \pi r^3$	2,15×10 <sup>-3</sup> m <sup>3</sup>	2,15×10 <sup>-3</sup> m <sup>3</sup>
Masa	$m$	20,038kg	2kg
Velocidad límite	$v_L$	196,58 m/s	62,11 m/s
Tiempo característico	$v_L/g$	18,78s	5,93s

En primer lugar, estimaremos el número de Reynolds correspondiente, que resulta  $Re = 10829 \times v$ . Tenemos  $Re = 275$  para  $v = 9.24 \times 10^{-5}$  m/slo que significa que en este caso el flujo es turbulento apenas las bolas comienzan a caer. Las correspondientes velocidades límite figuran en la tabla I. Utilizando la ecuación 8, obtenemos las velocidades en función del tiempo que están representadas en la figura 3.

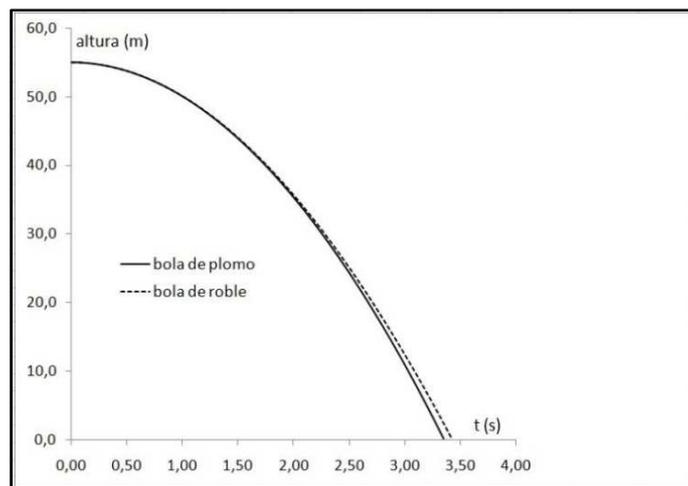


**FIGURA 3.** Velocidad vs. tiempo. Curva cortada corresponde a la bola de plomo, que tarda más tiempo en alcanzar la velocidad límite.

A continuación, presentamos la variación de la altura en función del tiempo, a partir de la altura inicial, con los mismos valores de los parámetros indicados anteriormente (Lindemuth, 1971). Las respectivas funciones son, para  $i = 1,2$

$$h_{i(t)} = h_{i(0)} - \left(\frac{v_{Li}^2}{g}\right) \ln \cosh \frac{g}{v_{Li}} t \tag{9}$$

La figura 4 muestra la variación de la altura de ambas bolas si cayeran de una torre de 55 metros de altura. La curva punteada corresponde a la bola de roble y la curva continua a la de plomo.



**FIGURA 4.** Variación de la altura de las bolas en función del tiempo, cayendo desde una altura de 55m. La curva cortada corresponde a la bola de roble. Nótese la pequeña diferencia de tiempo de caída entre las bolas.

A simple vista vemos que hay una pequeña diferencia en los tiempos de caída, que valen  $t = 3,36s$  para la bola de plomo y  $t = 3,44s$  para la de roble, con una diferencia  $\Delta t = 0,080s = 80ms$ . Como dijimos, para que el oído distinga dos golpes separados, la diferencia temporal debe ser mayor que 70ms—tiempode persistencia acústica- («Persistencia acústica», 2019). Es sabido que Galileo tenía un oído muy afinado para la música (Prada Márquez, 2016) por lo que el resultado obtenido nos sugiere que pudo haber distinguido la llegada de cada bola, separadamente.

## VI. CASO DE LAS PELOTAS DE TENIS

En el caso de las pelotas de tenis, cuyo radio es  $r = 0,02m$ , la demostración realizada en el aula consiste en comparar la caída de dos pelotas, una de masa  $m_1$ , nueva y una segunda, de masa  $m_2$ , idéntica a la anterior, pero llena con agua. En esas condiciones podríamos suponer que el efecto del roce con el aire es el mismo en ambos cuerpos.

En la sección anterior parece que hubiéramos confirmado que Galileo pudo haber realizado la experiencia que se le atribuye, verificando que las bolas caen casi al mismo tiempo, dejando lugar para la frase de Salviati: “*me parece que es muy probable que podamos creer que en el vacío sus velocidades serían completamente iguales entre sí*” (Crease, 2007)

Si estamos convencidos de que las bolas llegan al piso simultáneamente, trataríamos de reproducir el experimento con una demostración en el aula, empleando las dos pelotas. La tabla II resume los parámetros para ese caso.

**TABLA II.** Parámetros para ambas pelotas.

Parámetros	Símbolo	Pelota 1	Pelota 2
Radio	$R$	0,343 m	0,343 m
Volumen	$V$	$1,690 \times 10^{-4} m^3$	$1,690 \times 10^{-4} m^3$
Sección transversal	$A$	$3,696 \times 10^{-3} m^2$	$3,696 \times 10^{-3} m^2$
Masa	$m_1$	0,057 ms	0,057 ms
Masa de agua	$m_{\text{agua}}$	0	0,128 kg
Masa total	$m_2 = m_1 + m_{\text{agua}}$		0,185 kg
Velocidad límite	$v_{Li}$	23,124 m/s	41,659 m/s
Peso	$P$	0,559 N	1,815 N

El empuje aerostático ( $2,03 \times 10^{-3}N$ ) resulta despreciable frente al peso. El experimento fue realizado dejando caer las pelotas desde 3mde altura y no fue posible determinar que llegaran a tiempos distintos.

Para determinar en forma analítica esa diferencia de tiempo buscamos las raíces de las ecuaciones (9) para una altura inicial de 3m. Dichos tiempos resultan ser  $t_1 = 0,789s$  y  $t_2 = 0,784s$ . La diferencia de tiempos es entonces  $\Delta t = t_1 - t_2 = 0,005s = 5ms$ , es decir que está muy por debajo de los 70ms que necesita la persistencia acústica o el tiempo entre fotogramas de una filmación.

Si los alumnos conocen los datos erróneos mencionados al comienzo de este artículo, es probable que se esfuercen por corroborar que las dos pelotas caen simultáneamente. Es decir que para apreciar el efecto necesitamos otro tipo de objeto que sea relativamente liviano y permita variar la masa sin modificar la forma. Una opción sencilla es utilizar pirotines, que se pueden conseguir en cualquier casa de repostería.

## VII. HACIENDO EL EXPERIMENTO CON PIROTINES Y TIC

Hay una manera sencilla de mostrar en el aula el efecto del rozamiento con el aire mediante el uso de videos y computadora. Para ello utilizamos un software de distribución gratuita (*Tracker: video analysis and ModelingTool*, <<https://physlets.org/tracker/>>) que permite, a partir de un video tomado con una cámara cualquiera, seguir el movimiento de un objeto con una precisión temporal dada por la velocidad de filmación (típicamente 60 cuadros por segundo). A partir de estos datos, y con análisis numéricos sencillos, se puede encontrar la relación entre la fuerza de rozamiento en el aire y la velocidad.

Los pirotines vienen apilados de forma que es posible variar la masa del conjunto sin cambiar substancialmente la forma. Por otra parte, tienen la característica (cuando son pocos) de alcanzar la velocidad terminal en tiempos relativamente cortos.

Exportando los datos de posición vs. tiempo a una planilla de cálculo es posible observar claramente que pesos mayores caen más rápido (figura 5).

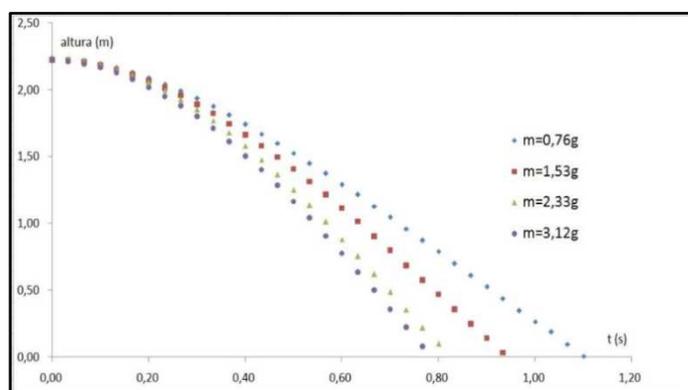


FIGURA 5. Altura vs. Tiempo para cuatro masas diferentes (de 1 a 4 pirotines).

## VIII. CONCLUSIONES

Vemos que las demostraciones hechas en el aula, sobre la caída de objetos similares en tamaño y forma, pero de distinta masa, pueden inducir a conclusiones engañosas. Los estudiantes pueden tomar por cierto lo que se dice en algunos textos (y en Internet): que los cuerpos que Galileo arrojó desde la Torre de Pisa llegaron al suelo simultáneamente; mientras sabemos que hay razones para pensar que no fue así.

No es fácil repetir experiencias como las de Pisa, pero en el caso de las demostraciones en el aula, los modernos teléfonos celulares permiten efectuar filmaciones que luego pasadas cuadro a cuadro muestran la diferencia en los tiempos de llegada. Eso permite ratificar que, cuando hay resistencia del aire, los cuerpos más pesados caen más rápido.

En este contexto se destaca la agudeza del análisis de Galileo, cuando por boca de Salviati dice “*me parece que probablemente podamos creer que en el vacío las velocidades serían totalmente iguales para ellos*”(Crease, 2007). Luego, observa

*nos muestra la experiencia que dos bolas de igual tamaño, pero una con un peso 10 o 12 veces más grande que la otra, que serían, por ejemplo, una de plomo y la otra de roble, cayendo desde la altura de 150 o 200 braccia (1,65m) llegarían con muy poca diferencia de velocidad al suelo, lo que nos asegura que la fricción o el retraso por el aire es, en ambos, pequeño.*(Crease, 2007).

Esa fuerza de fricción es la responsable de que los cuerpos no sufran la misma aceleración, por lo que el tiempo de llegada del más pesado es menor. Una posibilidad de realizar este tipo de experimento y que el efecto sea más fácilmente observable, sería dejar caer las dos bolas desde una altura de 100m desde las Torres Petronas en Kuala Lumpur, en cuyo caso la diferencia de tiempo sería de 0,17 s.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen los comentarios y sugerencias hechas por los árbitros, que permitieron mejorar este trabajo, así como al Dr. Ing. Mariano Cantero por su colaboración.

## REFERENCIAS

Campregher, R., Miltzer, J., Said Manzur, S. y da Silveira Neto, A. (2006). Computations of the flow past a still sphere at moderate Reynolds numbers using an immersed boundary method. *J. Braz. Soc. Mech. Sci. & Eng.*, 31(4), 344-352.

Crease, R. (2007). Galileo e la cadutadeigravi dalla Torre di Pisa. <https://digilander.libero.it/roberto20129/esperimenti/cadutagravi.html> Sitio consultado en marzo de 2019

Diez, A. (2014). La prueba definitiva de que todos los cuerpos caen a la misma velocidad. *Omicrono. El español*. [https://www.elespanol.com/omicrono/tecnologia/20141106/prueba-definitiva-cuerpos-caen-misma-velocidad/16748492\\_0.html](https://www.elespanol.com/omicrono/tecnologia/20141106/prueba-definitiva-cuerpos-caen-misma-velocidad/16748492_0.html) Sitio consultado en mayo de 2019.

García Llama, E. (2016). El homenaje a Galileo en el Apolo15. *Investigación y Ciencia*. <https://www.investigacionyciencia.es/blogs/tecnologia/35/posts/el-homenaje-a-galileo-en-el-apollo-15-14443> Sitio consultado en febrero de 2019.

García, A. (2009). Curso interactivo de física. Universidad del País Vasco. [http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/\\_dinamica/fluidos/stokes1/stokes1.html](http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/_dinamica/fluidos/stokes1/stokes1.html). Sitio consultado en marzo de 2019.

Kawaguti, M. (1955). The Critical Reynolds Number for the Flow Past a Sphere. *Journal of the Physical Society of Japan*, 10(8), 694-699.

Landau, L. y Lifshitz, E. (1959). *Fluid Mechanics*. New York: Oxford U.P.

Lindemuth, J. (1971). The effect of air resistance on falling balls. *Am. J. Phys.*, 39, 757-759.

Maiztegui, A y Sábato, J. (1988). *Introducción a la Física*. Buenos Aires: Kapelusz.

Mikhailov, M.D. y Silva Freire, A.P. (2013). The drag coefficient of a sphere: An approximation using Shanks transform. *Powder Technology*, 237, 432-435.

NASA (2004). ¿Estaba Galileo equivocado? *Ciencia beta, NASA*. [https://ciencia.nasa.gov/science-at-nasa/2004/06may\\_lunarranging](https://ciencia.nasa.gov/science-at-nasa/2004/06may_lunarranging) Sitio consultado en mayo de 2019.

Persistencia acústica. (2019). En *Wikipedia* [https://es.wikipedia.org/wiki/Persistencia\\_acústica](https://es.wikipedia.org/wiki/Persistencia_acústica) Sitio consultado en mayo de 2019.

Prada Márquez, B. (2016). *Galileo Galilei*. California: Windmills.

Roos, F. y Willmarth, W. (1971). Some experimental results on sphere and disk drag. *AIAA Journal*, 9(2), 285-291.

The Engineering Toolbox. (2019). [https://www.engineeringtoolbox.com/drag-coefficient-d\\_627.html](https://www.engineeringtoolbox.com/drag-coefficient-d_627.html) Sitio consultado en junio de 2019

Timmerman, P. y van der Welle, J. (1999). On the rise and fall of a ball with linear or quadratic drag. *Am. J. Phys.*, 67(6).