

# Un estudio de caso sobre gráficas cartesianas experimentales en física y modelización

A case study on experimental data graphs in Physics and modeling

REVISTA  
DE  
ENSEÑANZA  
DE LA  
FÍSICA

Miriam Scancich<sup>1</sup>, Marta Yanitelli<sup>1</sup> y Leandro Pala<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Universidad Nacional de Rosario, Av. Pellegrini 250, CP 2000, Rosario. Argentina.

E-mail: scancich@fceia.unr.edu.ar

## Resumen

En la presente investigación se busca profundizar en el análisis de los rasgos vinculados al desarrollo de ciertas habilidades cognitivas que inciden en la modelización de un fenómeno físico estudiado, a partir del tratamiento y análisis de gráficas cartesianas en el marco de las prácticas experimentales de Física básica universitaria. Ésta es continuidad de una indagación anterior. Se adoptó una metodología de carácter cualitativo, que consistió en un estudio de caso de tres estudiantes basado en la realización de entrevistas individuales semiestructuradas. Se evidenciaron avances en la modelización efectuada por los tres estudiantes favoreciendo de esta manera la comprensión conceptual y en particular de las gráficas cartesianas.

**Palabras clave:** Habilidades cognitivas; Gráficas de datos experimentales; Modelización; Física básica universitaria.

## Abstract

In this research, we seek to deepen the analysis of the features linked to the development of certain cognitive skills that affect the modeling of a studied physical phenomenon, based on the treatment and analysis of Cartesian graphics within the framework of the experimental practices of basic university physics. This is continuity of a previous inquiry. A qualitative methodology was adopted, which consisted in a case study of three students based on semi-structured individual interviews. Progress was made in the modeling carried out by the three students, thus favoring conceptual understanding and, in particular, experimental data graphs.

**Keywords:** Cognitive skills; Experimental data graphs; Modeling; First university course in Physics.

## I. INTRODUCCIÓN

Las gráficas cartesianas (GC) cumplen un rol preponderante en la interpretación y análisis de los fenómenos físicos y, además, pueden ayudar al estudiante a establecer raíces cognitivas sobre las cuales construir conocimiento en Física (Morales y otros, 2012). A través de las GC es posible argumentar y predecir (Cordero, 2006) ciertos comportamientos que luego el estudiante debe relacionar con los conocimientos propios de la Física y eventualmente con un modelo matemático.

En el marco de las prácticas experimentales de Física básica universitaria, la comprensión cabal de las GC demanda desarrollar ciertas habilidades cognitivas (HC) íntimamente ligadas a la modelización. Morales y colaboradores (2012) declaran que, en una situación de modelización, el aprendiz puede construir conocimiento, resignificar conceptos, articular y generar argumentos.

Desde esta perspectiva, en una investigación anterior (Pala, Scancich, Yanitelli, 2017) se reconocieron rasgos, que caracterizan la modelización, vinculados al desarrollo de ciertas HC activadas por tres estudiantes de ingeniería. En la actividad experimental los estudiantes debían efectuar mediciones y construir GC de posición, velocidad y aceleración en función del tiempo a fin de analizar movimientos rectilíneos uniforme (MRU) y uniformemente acelerado (MRUA). Se evidenció que los aspectos aún no desarrollados en la construcción del modelo gráfico, fundamentalmente la adopción de una curva de ajuste, se constituyen en obstáculos al momento de atribuir significado a la información contenida en la GC desde el conocimiento conceptual disponible, condicionando las interconexiones entre los modelos gráfico, matemático y conceptual.

Esto puede deberse, en concordancia con García (2005) y García y Perales (2005), a que estos estudiantes eran ingresantes que cursaban la actividad curricular Introducción a la Física correspondiente al primer semestre de las carreras de ingeniería y a que no estaban habituados en su formación escolar previa a trabajar con GC de datos experimentales.

En la presente indagación se profundiza en la caracterización de la modelización, a través de un seguimiento de los mismos estudiantes, luego de haber transitado por el siguiente curso de Física.

## II.REFERENTES TEÓRICOS

El proceso de comprensión de las GC de datos experimentales demanda interrelacionar los modelos gráfico, conceptual y matemático estableciendo vínculos con el fenómeno real analizado y desarrollar ciertas HC subsumidas en la modelización (Yanitelli, Scancich y Pala, 2018). Desde un punto de vista educativo la modelización, en tanto construcción de modelos, es el acto de representar las propiedades del fenómeno en estudio de manera simplificada, es decir, incluyendo en el modelo los aspectos relevantes del fenómeno según el objetivo propuesto. Este proceso demanda interrelacionar los lenguajes gráfico, simbólico de la matemática y el específico de la Física. La transformación de un sistema semiótico en otro diferente, es una actividad cognitiva que Duval (2006) denomina conversión o transformación externa.

Un modelo gráfico representado en un sistema de ejes cartesianos se sustenta, básicamente, en la conjunción de las HC *Identificar*, *Establecer proporcionalidad*, *Asignar título* y *Ajustar*. Estas HC están relacionadas con el volumen de información dentro del modelo gráfico que, de acuerdo con García (2005), corresponde a elementos informativos internos estructurales (variables correspondientes a cada uno de los ejes, escalas, datos experimentales dentro del espacio gráfico, entre otros).

Las HC *Interpretar*, *Relacionar* y *Comparar* activan la interconexión entre los modelos gráfico y conceptual viabilizando la atribución de significado a partir de un conocimiento específico disponible. Esta interconexión demanda un nivel de procesamiento de carácter conceptual elevado, en el cual se procesa la información para generar relaciones conceptuales a partir del análisis global de la estructura gráfica. Es decir, en dicho nivel se elaboran interpretaciones, explicaciones o inferencias sobre los fenómenos representados por la gráfica haciendo uso de conocimientos relacionados.

La interconexión entre los modelos gráfico y matemático, que se pone de manifiesto a través de las HC *Transformar* y *Contrastar*, posibilita la asociación de una entidad matemática a la curva que refleja la tendencia de los datos experimentales. La conversión de una representación en otra, expresada en un sistema semiótico diferente, requiere poner en correspondencia las unidades elementales en cada registro semiótico de las dos representaciones inicial y final, seleccionando y reorganizando desde la inicial sólo los elementos interesantes para la final (Duval, 2006). Se dan, entonces, las condiciones para realizar cálculos y obtener resultados con significado físico.

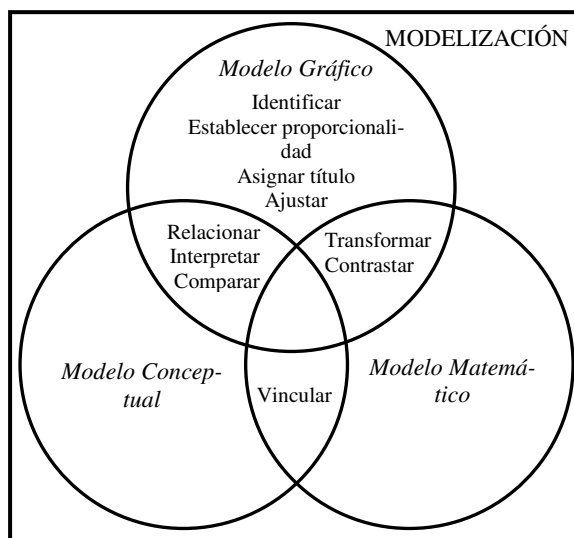


FIGURA 1. Modelos gráfico, conceptual y matemático y sus interconexiones.

La HC *Vincular* que implica convertir los parámetros de una ecuación en un contenido lingüístico natural pasando del registro algebraico o formal propio de la escritura simbólica al lenguaje natural, otorga significado a la interconexión entre los modelos matemático y conceptual.

En síntesis, la modelización en tanto construcción de modelos subsume las HC definidas previamente y posibilita la reconciliación integradora (Ausubel, Novak y Hanesian, 1983) de los modelos gráfico, conceptual y matemático a través de cambios de representación que se reflejan en cambios de lenguaje. Esto se resume en la figura 1.

### III. CONTEXTO DE LA INVESTIGACIÓN

En una investigación previa (Pala, Scancich, Yanitelli, 2017) se analizaron las producciones escritas correspondientes a tres estudiantes, con seudónimos Andrés, Francisco y Lautaro, en el marco de una actividad experimental centrada en la construcción, tratamiento y análisis de gráficas cartesianas. La misma se desarrolló en el contexto de Introducción a la Física, actividad curricular correspondiente al primer semestre de las carreras de ingeniería. El propósito de tal actividad experimental es analizar los movimientos de un estudiante que camina en línea recta con velocidad constante y un cuerpo que cae verticalmente, los cuales pueden caracterizarse como rectilíneo uniforme (MRU) y rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA) respectivamente. Para ello se utiliza un registrador de pulsos que a través de un percutor marca, con una frecuencia constante, puntos sobre una cinta de papel vinculada al cuerpo cuyo movimiento se desea analizar. Fueron los propios estudiantes quienes realizaron las experiencias y recolectaron los datos que luego analizaron. Se estimuló el análisis cualitativo de los puntos registrados en la cinta con la intención de orientarlos en aspectos específicos asociados con la interpretación y caracterización del movimiento. Asimismo, se promovió la elaboración de tablas de datos experimentales para la construcción de GC de posición y velocidad en función del tiempo.

A partir del análisis de las producciones escritas se reconocieron rasgos en la modelización efectuada por los tres estudiantes.

El modelo gráfico elaborado por Andrés estaba caracterizado por la activación de las HC *Identificar* y *Establecer proporcionalidad*. La representación de los valores medidos en el espacio gráfico respondía a la escala seleccionada; sin embargo, no sucedía lo mismo con la representación de las barras de incerteza. El modelo no contemplaba el trazado de las curvas de ajuste; tampoco hacía referencia a las funciones que se podrían asociar a los datos; es decir, no se activó la HC *Ajustar*. Las interconexiones modelo gráfico-modelo conceptual, modelo gráfico-modelo matemático y modelo matemático-modelo conceptual estaban ausentes.

En el caso de Francisco, si bien ciertos elementos informativos internos estructurales (identificación de las variables con sus correspondientes unidades, determinación de la escala) fueron considerados en la construcción del modelo gráfico, otros elementos (explicitación de las escalas, barras de incerteza) sólo en algunos casos. El modelo no exhibía el trazado de la curva de ajuste. La interconexión entre los modelos gráfico y conceptual se manifestó únicamente a partir de la activación débil de la HC *Interpretar*. La interconexión entre los modelos gráfico y matemático estaba limitada a la expresión formal que refiere al modelo matemático de un MRU. La explicitación de la relación funcional sin vincular los parámetros matemáticos a las magnitudes físicas correspondientes, demostraba una interconexión débil entre los modelos matemático y conceptual.

El modelo gráfico construido por Lautaro estaba sustentado en las HC *Identificar*, *Establecer proporcionalidad* y *Ajustar*. Presentaba las variables en cada uno de los ejes con las unidades correspondientes. Las escalas conformadas no permitían graficar las barras de incerteza, lo que le hubiese posibilitado obtener mayor volumen de información de la GC. Algunos aspectos prácticos (escala sencilla) y formales (valores en los ejes, símbolos de las variables y unidades) del modelo no estaban refinados. El modelo no exhibía el trazado de la curva de ajuste. La interconexión entre los modelos gráfico y conceptual se manifestó a través de la activación de la HC *Relacionar* y con un desarrollo menor por medio de la HC *Interpretar*. La interconexión entre los modelos gráfico y matemático estaba dada por la HC *Transformar*; la conversión de la información gráfica en una función matemática se presentó a través de expresiones y procedimientos generales sin resultados numéricos. La activación de la HC *Vincular* posibilitó la interconexión entre los modelos matemático y conceptual.

En la presente investigación se profundiza en el análisis de los rasgos vinculados al desarrollo de ciertas HC que inciden en la modelización de un fenómeno físico estudiado, luego de que los estudiantes aprobaran Física I, actividad curricular correspondiente al segundo semestre de las carreras de ingeniería en la que se abordan contenidos de mecánica newtoniana.

#### IV. METODOLOGÍA

La presente investigación, de carácter cualitativo, consistió en un estudio de caso de tres estudiantes, seleccionados a partir de tres grupos de trabajo diferentes, teniendo como criterio la posibilidad de hacer un seguimiento de los estudiantes. El caso en sí mismo se considera importante por lo que puede revelar acerca del evento educativo, ya sea, dando lugar al descubrimiento de nuevos significados, ampliando la experiencia del investigador o confirmando lo que ya conoce (Hernández Sampieri y otros, 2008).

Se realizaron entrevistas individuales semiestructuradas a los tres estudiantes a los que se hizo referencia en el apartado anterior, atendiendo a las dificultades que se observaron en sus producciones escritas correspondientes a la actividad experimental propuesta en Introducción a la Física. Se dispuso un tiempo para que los entrevistados releen las consignas y, en ocasiones, se les solicitó la revisión de algunas de sus respuestas, incluyendo algún cálculo o producción sencilla en el momento. Las entrevistas fueron grabadas en audio, simultáneamente se realizaron anotaciones-gestos, momentos de silencio y/o dudas- durante las mismas. Las desgrabaciones de estas entrevistas actuaron como protocolos, las que se analizaron siguiendo una técnica de análisis interpretativo textual (Bernárdez, 1995) buscando indicadores que den cuenta de los rasgos actuales de los modelos de los estudiantes asociados a los movimientos en estudio.

En el marco de las entrevistas se relevaron datos en torno a los recorridos escolares y universitarios de los estudiantes, con énfasis en sus experiencias con la Física y las GC. De los tres alumnos, Francisco tiene título de Técnico Mecánico, Andrés y Lautaro de Bachiller en Ciencias Sociales. Los tres declaran haber cursado Física como asignatura al menos un año durante el nivel medio. Andrés es el único que no recuerda haber trabajado con GC en la escuela secundaria y ninguno recuerda haber construido gráficas a partir de mediciones. A su vez, los tres cursaron y aprobaron tanto Introducción a la Física como Física I en los tiempos previstos en el Plan de Estudios de las carreras de ingeniería de la FCEIA-UNR.

#### V. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En las tablas I, II y III se consignan: en la primera columna, la HC y su definición; en la segunda columna, entre comillas y en cursiva, las transcripciones de los segmentos de texto de la entrevista que se consideraron como indicadores de la HC activada y una síntesis del análisis efectuado sobre la HC puesta en juego. Los términos entre corchetes son aclaraciones de los autores.

En las tablas solo se hace referencia a las HC en las que los investigadores hicieron foco durante la entrevista y que corresponden a aquellas HC en las que se detectaron debilidades en la investigación que antecedió a la presente.

TABLA I. Análisis de la entrevista al estudiante identificado como Andrés.

ANDRÉS	
Habilidad cognitiva	Indicador / Análisis
<p><i>Establecer proporcionalidad.</i> Consiste en determinar el factor de proporcionalidad (escala) entre la unidad de medida a lo largo del eje coordenado y el valor de la cantidad representada.</p>	<p>Reconoce que en la notación de la escala es importante acompañar los valores numéricos de la correspondiente unidad de medida al expresar “<i>Si, aclararía la unidad. Cambiaría en vez de escala en y pondría escala de velocidad en m/s</i>”. Advierte que en <math>x = x(t)</math> las barras correspondientes a las gráficas de las incertezas no respetan la escala: “<i>No, no respeta la escala. Acá estaría representando <math>\frac{1}{2}</math> mm y la incerteza es 1mm. Debería modificarlo</i>”.</p> <p>Opera con la escala al determinar la incerteza de la velocidad que no está indicada en la tabla de valores: “<i>Acá la incerteza no está anotada. La incerteza es 0,05m/s aparentemente</i>”.</p> <p>Determina en la GC correspondiente al MRU, el módulo de la velocidad por interpolación de valores ubicados en el eje y.</p>
<p><i>Ajustar.</i> Supone aproximar una función a un dado conjunto de datos experimentales.</p>	<p>Establece la dependencia funcional entre las variables representadas en las gráficas <math>x = x(t)</math> y <math>v = v(t)</math> para el MRU y <math>v = v(t)</math> para el MRUA tomando en cuenta el tipo de curva que mejor ajusta los puntos representados. En el caso de MRU ajusta el conjunto de datos experimentales de <math>x = x(t)</math> por una función lineal, “<i>Una función lineal... [duda] ... si podría trazar más o menos [traza una línea recta intentando que pase por la mayor cantidad de valores] más o menos ... si, están todos los puntos</i>” y el de <math>v = v(t)</math> por una función constante, “<i>... si tengo en cuenta los intervalos de incerteza podría trazar una recta, una constante...</i>”.</p> <p>Para el MRUA ajusta la <math>v = v(t)</math> por una función lineal.</p> <p>Se observa que aún tiene dificultades para trabajar en términos de tendencias y patrones de comportamiento en las variables que intervienen en ambos movimientos.</p>
<p><i>Interpretar.</i> Implica atribuir un significado a la información contenida en las GC, en función de una estructura conceptual disponible.</p>	<p>Las variaciones de los valores individuales, intrínsecas a toda medición, le impiden atribuir significado a la información contenida en la GC con seguridad y convencimiento, “<i>Podríamos decir que se movió con velocidad constante siendo bastante generoso</i>” (MRU); “<i>Y si, estaba sometido a una aceleración constante</i>” (MRUA).</p>
<p><i>Transformar.</i> Supone un proceso de conversión gráfica cartesiana–formulación matemática o formulación matemática–gráfica cartesiana.</p>	<p>Explicita un procedimiento adecuado para determinar el desplazamiento para un dado intervalo de tiempo a partir de la gráfica <math>v = v(t)</math> del MRU mencionando que el producto <math>v\Delta t</math> representa el área bajo la curva, “<i>Con la velocidad multiplicado por el intervalo de tiempo. O sea que tengo el delta de la posición y el delta del tiempo y en ese intervalo de tiempo multiplicado por la velocidad me debería dar el desplazamiento</i>”; “<i>Me queda determinada un área ... y ahí también la relación está con un concepto que antes no tenía, con el concepto de integral</i>”.</p> <p>Es decir, relaciona que el área bajo la curva representa el desplazamiento y puede calcularse, ya sea por integración, o usando la fórmula del área de un rectángulo.</p> <p>Deduce de la gráfica <math>x = x(t)</math> para el MRU la expresión matemática del movimiento. Es decir, efectúa el proceso de conversión que implica, en este caso, un cambio de representación de un registro gráfico a un registro matemático, “<i>Es una función lineal</i>” [escribe la ecuación de una recta] “<i>La posición... m es la pendiente o sea que es la velocidad... h es el punto que corta al eje y. El punto donde empieza la función, en este caso es cero porque arranco de un <math>t_0</math></i>” [en la expresión matemática de la recta sustituye h por <math>x_0</math> y le asigna valor cero].</p> <p>Determina la relación matemática de la velocidad en función del tiempo para el MRUA a partir de la gráfica <math>v = v(t)</math> apelando al proceso de conversión.</p>
<p><i>Vincular.</i> Implica reconocer las correlaciones que pueden establecerse entre los parámetros matemáticos de la ecuación asociada a la GC (tales como la pendiente de una recta, la ordenada al origen, entre otros) y determinadas magnitudes físicas.</p>	<p>Establece correlaciones entre la pendiente de la ecuación lineal asociada a la gráfica <math>x = x(t)</math> en el MRU con la velocidad, “<i>...m es la pendiente o sea que es la velocidad...</i>” y entre la ordenada al origen y la posición inicial, [en la expresión matemática de la recta sustituye h por <math>x_0</math> y le asigna valor cero].</p> <p>Establece correlaciones entre la pendiente de la ecuación lineal asociada a la gráfica <math>v = v(t)</math> en el MRUA con la aceleración, “<i>...la pendiente de esta recta o sea la aceleración...</i>” y entre la ordenada al origen y la velocidad inicial, “<i>en este caso en particular la velocidad inicial sería 0,77m/s</i>” [obtiene este valor de la ecuación relacionándolo con la ordenada al origen].</p> <p>Es decir, en este caso efectúa un cambio de registro, una conversión, de un registro matemático a un registro en lenguaje natural que indica una asociación de carácter conceptual.</p>
<p><i>Relacionar.</i> Implica establecer conexiones entre dos o más gráficas.</p>	<p>Reconoce que al representar gráficamente posición, velocidad y aceleración en función del tiempo puede establecer relaciones entre dichos parámetros, “<i>Y para tener una dimensión de cómo cambia... para darse cuenta de las relaciones que tienen la posición, la velocidad, la aceleración</i>”.</p>

**TABLA II.** Análisis de la entrevista al estudiante identificado como Francisco.

<i>FRANCISCO</i>	
<i>Habilidad cognitiva</i>	<i>Indicador / Análisis</i>
<i>Ajustar.</i> Supone aproximar una función a un dado conjunto de datos experimentales.	Da cuenta de la curva de ajuste al analizar la GC $x = x(t)$ para el movimiento MRU, “En la gráfica de posición en función del tiempo se veía que quizás la gráfica no era una función lineal, es decir algunos puntos hubiesen quedado por encima o por debajo de lo que hubiese sido un movimiento a velocidad constante”. Efectúa un proceso de aproximación al trazar, en la GC $v = v(t)$ del MRU, una curva que pasa por todas las barras de incerteza y que corresponde a una relación funcional conocida, “Si tuviese que aproximar una velocidad para todos los instantes de tiempo trataría de buscar de abarcar a todos los valores medidos. Sería aproximar estos puntos, pero por una recta. Si unimos algunos puntos quedarían por encima y otros por debajo. [Acompaña sus comentarios con un dibujo de la representación de una función constante que ajusta los datos experimentales]. Orienta su análisis en términos de tendencia, “Aparentemente podemos hacer una aproximación con una recta, y sería bastante correcto, aproximaría bien la mayoría de los puntos”.
<i>Interpretar.</i> Implica atribuir un significado a la información contenida en las GC, en función de una estructura conceptual disponible.	Otorga significado a la información contenida en la gráfica, “Quizás ahora que lo veo... sería que se puede aproximar por un movimiento uniforme. Lo de relativamente uniforme es por la forma que tiene la gráfica de la posición en función del tiempo”.
<i>Transformar.</i> Supone un proceso de conversión gráfica cartesiana–formulación matemática o formulación matemática–gráfica cartesiana.	Efectúa de manera implícita el proceso de conversión de un registro gráfico a uno matemático, “Vimos la ecuación de la recta en Cálculo y también nos dieron la fórmula genérica que habíamos visto en Introducción a la Ingeniería”[en la producción escrita se explicitaba $x=x_0+vt$ ].
<i>Vincular.</i> Implica reconocer las correlaciones que pueden establecerse entre los parámetros matemáticos de la ecuación asociada a la GC y determinadas magnitudes físicas.	Correlaciona los parámetros matemáticos de la función lineal con las magnitudes físicas $x_0$ y $v$ , “Se obtiene la posición en el tiempo reemplazando los valores que corresponden”[aludiendo a $x_0$ y $v$ ].
<i>Relacionar.</i> Implica establecer conexiones entre dos o más gráficas.	Establece relaciones entre GC $x = x(t)$ y $v = v(t)$ , “Vimos que como la posición en función del tiempo respondía bien a una recta, y sabíamos que para que responda bien a una recta tenía que ser una velocidad constante”.

**TABLA III.** Análisis de la entrevista al estudiante identificado como Lautaro.

<i>LAUTARO</i>	
<i>Habilidad cognitiva</i>	<i>Indicador / Análisis</i>
<i>Establecer proporcionalidad.</i> Consiste en determinar el factor de proporcionalidad (escala) entre la unidad de medida a lo largo del eje coordinado y el valor de la cantidad representada.	Admite para la gráfica $x = x(t)$ del MRU que la longitud de las barras de incerteza graficadas es mayor a lo que surge del cálculo según la escala. Reconoce por tanto que, para que las barras puedan graficarse proporcionalmente: “Hay que agrandar la escala”.
<i>Ajustar.</i> Supone aproximar una función a un dado conjunto de datos experimentales.	Indica la curva de ajuste, correspondiente a la gráfica $v = v(t)$ del MRU, [coloca la regla de forma horizontal sobre el conjunto de datos experimentales representados] explicitando “Por la velocidad constante”[para justificar la posición de la regla].
<i>Interpretar.</i> Implica atribuir un significado a la información contenida en las GC, en función de una estructura conceptual disponible.	Aunque ajusta correctamente con una función constante en la gráfica $v = v(t)$ del MRU, no tiene en cuenta las incertezas, “...como el movimiento es constante, se mantuvo la mayor parte del tiempo a esa velocidad”; “En estos dos puntos se ve que quizás varió un poquito... Aceleré el movimiento...” Es decir, su razonamiento permanece sesgado por los valores centrales de las mediciones individuales.

A continuación, se consignan, para cada uno de los estudiantes, las modificaciones que se han detectado en los rasgos que caracterizan la modelización del fenómeno físico estudiado, vinculados a la activación de ciertas HC.

El modelo gráfico configurado por Andrés se caracteriza por su refinación. Da cuenta de ello la relevancia asignada a la notación de la escala acompañándola de la correspondiente unidad de medida; a la representación de las barras que corresponden a los intervalos de incerteza atendiendo a la proporcionalidad establecida en la escala seleccionada y a la determinación de parámetros físicos por interpolación. El modelo muestra el trazado de la curva de ajuste y la identificación de la función que se puede asociar al conjunto de datos experimentales; es decir, se activa la HC *Ajustar*. La interconexión entre los modelos gráfico y conceptual se manifiesta a través de la activación, con cierta inseguridad, de la HC *Interpretar* y de un desarrollo básico de la HC *Relacionar*. La puesta en juego de la HC *Transformar* posibilita la interconexión entre los modelos gráfico y matemático; la conversión de información gráfica en una relación matemática se hace explícita a través de diferentes procedimientos formales que ofrecen las condiciones necesarias para realizar cálculos y obtener resultados utilizando el lenguaje simbólico de la matemática. La interconexión entre los modelos matemático y conceptual está dada por la HC *Vincular*, al establecer la correlación entre los parámetros de la ecuación matemática de ajuste y las magnitudes físicas correspondientes dotando de significado a la información brindada por la gráfica.

En el caso de Francisco se reafirma la explicitación de elementos informativos internos estructurales. El modelo exhibe el trazado de la curva de ajuste con la consideración de las barras de incerteza dando cuenta que ha activado la HC *Ajustar*. El análisis efectuado en términos de tendencia a partir de los conocimientos disponibles otorga significado a la información contenida en las GC. La interconexión entre los modelos gráfico y conceptual se reafirma debido al fortalecimiento de la HC *Interpretar* y a la activación de la HC *Relacionar*, la cual se presenta a través de la asociación de la GC de  $x = x(t)$  y la velocidad. La relación establecida con otras áreas del conocimiento permite la interconexión entre los modelos gráfico y matemático. La correlación entre los parámetros de la ecuación matemática y las magnitudes físicas correspondientes, al activar la HC *Vincular*, pone de manifiesto la interconexión entre los modelos conceptual y matemático.

El modelo gráfico configurado por Lautaro se consolida al determinar correctamente las escalas que permiten representar las barras de incerteza. Asimismo, el modelo incorpora la curva de ajuste a partir de la identificación de la tendencia de la serie de datos experimentales. Respecto a la interconexión entre los modelos gráfico y conceptual, un obstáculo para el desarrollo de la HC *Interpretar* sigue siendo la focalización en los valores individuales graficados sin tener en cuenta las barras de incerteza.

## VI. CONSIDERACIONES FINALES

Se evidenciaron avances en la modelización efectuada por los tres estudiantes. Se observó un notable progreso en la modelización desarrollada por Andrés que da cuenta de un aprendizaje multiregistro sobre los contenidos a los que se refieren las GC. Esta consideración se apoya en los rasgos detectados al caracterizar la modelización efectuada, que incluyen no solo diferentes registros semióticos sino también su conversión, poniendo en coordinación los elementos significativos de cada tipo de representación. En este sentido, caben destacar algunos tramos de la entrevista, “Fui a una escuela secundaria que no era técnica... no había dado casi nada de Física”, “Después, ahora lo comprendo un poco más, entiendo y me resulta un poco más sencillo”, “Ahora si lo sé y me doy cuenta, pero después de haber pasado por Cálculo I, Cálculo II y Física I”. Francisco ha afianzado las interconexiones entre los modelos gráfico, conceptual y matemático debido, en términos de Ausubel, a la reconciliación integradora de tales modelos. En el caso de Lautaro los avances más significativos se presentaron respecto al modelo gráfico: perfeccionamiento en la determinación de las escalas y trazado de las curvas de ajuste.

Estos resultados nos animan a delinear en el futuro estrategias para la enseñanza de las GC de datos experimentales en tiempo real de manera de lograr que los estudiantes sean capaces de relacionar diferentes sistemas de representación y así contribuir al desarrollo de la coordinación interna entre dichos sistemas (Duval, 2006). El desarrollo de esta coordinación interna es la que viabiliza la comprensión conceptual y en particular de las GC.

## REFERENCIAS

Ausubel, D., Novak, J. y Hanesian, H. (1983). *Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. México: Editorial Trillas.

Bernárdez, E. (1995). El papel del léxico en la organización textual. Publicación de la Universidad Complutense de Madrid.

Cordero, F. (2006). La modellazione e la rappresentazione grafica nell'insegnamento-apprendimento della matemática. *La Matematica e la sua Didattica*, 20(1), 59-79.

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La gaceta de la RSME*, 9(1), 143-168.

García, J. (2005). La comprensión de las representaciones gráficas cartesianas presentes en los libros de texto de ciencias experimentales, sus características y el uso que se hace de ellas en el aula, *Tesis Doctoral*. Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales de la Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Granada. España.

García, J. y Perales, F. (2005). ¿Afectan los usos didáctico y científico de las gráficas cartesianas a su comprensión? Un estudio con alumnos de bachillerato y universidad. *Didáctica de las Ciencias Experimentales y Sociales*, 19, 57-74.

Hernández Sampieri, R.; Fernández Collado, P. y Baptista Lucio, P. (2006). *Metodología de la investigación* (1ª ed.). México: Mc Graw Hill.

Morales, A., Mena, J., Vera, F. y Rivera, R. (2012). El rol del tiempo en un proceso de modelación utilizando videos de experimentos físicos. *Enseñanza de las Ciencias*, 30(3), 237-256.

Pala, L, Scancich, M. y Yanitelli, M. (2017). Desarrollo de habilidades cognitivas asociadas a las gráficas de datos experimentales en estudiantes de ingeniería. *Revista de Enseñanza de la Física*, 29(Extra), 197-206.

Yanitelli, M., Scancich, M. y Pala, L. (2018). Gráficas cartesianas experimentales y modelización, Publicación de la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Universidad Nacional de Rosario. En prensa.