

# Difracción de la luz desde un enfoque cuántico: una propuesta para la escuela secundaria

Light diffraction from a quantum approach: a proposal for secondary school

REVISTA  
DE  
ENSEÑANZA  
DE LA  
FÍSICA

María de los Angeles Fanaro<sup>1,2</sup> y Marcelo Arlego<sup>1,2,3</sup>

<sup>1</sup>Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología (NIECyT) de la Facultad de Ciencias Exactas de la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires. Tandil. Argentina.

<sup>2</sup>Consejo Nacional de Investigaciones Técnicas y Científicas (CONICET).

<sup>3</sup>Instituto de Física La Plata (IFLP).

E-mail: mfanaro@exa.unicen.edu.ar

(Recibido el 4 de abril de 2018; aceptado el 28 de mayo de 2018)

## Resumen

El fenómeno de la difracción de la luz puede ser abordado desde diferentes enfoques, dependiendo si se busca describir los resultados o el proceso de formación de esos resultados; cada uno de ellos con un modelo que permite describirlo y predecir sus resultados. En este trabajo proponemos una forma de abordar la difracción de la luz desde la perspectiva cuántica que adopta el enfoque de Feynman, como referencia para volverlo enseñable a estudiantes de la escuela secundaria. Aunque el método original de la *integral de camino* de Feynman es complejo, es posible su aplicación a la experiencia de la difracción de la luz de una manera sencilla, a partir de consideraciones geométrico-vectoriales, como se presenta en la primera parte de este trabajo. En la segunda parte del trabajo, presentamos el resultado del trabajo de transposición didáctica en el sentido de Chevallard, como una propuesta para hacer surgir los conceptos cuánticos de probabilidad y superposición en estudiantes de último año de la escuela secundaria. Nuestra propuesta didáctica se fundamenta en la Teoría de los Campos Conceptuales de Vergnaud, motivo por lo cual el diseño de las situaciones resulta clave para la conceptualización de los estudiantes. Desde esta perspectiva, presentamos las situaciones y las simulaciones realizadas con planilla de cálculo, como herramienta de cálculo y visualización.

**Palabras clave:** Difracción de la luz; Enfoque cuántico; Secuencia didáctica; Escuela secundaria.

## Abstract

Light diffraction phenomenon can be approached from different viewpoints depending on whether one seeks to describe the final result or the process of forming of that result; each of them with a model that allows to describe and predict the phenomenon. In this paper we propose a way to approach the light diffraction from the quantum perspective that adopts the Feynman approach, as a reference to make it teachable to high school students. Although the original method "Feynman's Path Integral" is complex, it is possible to apply it to the experiment of light diffraction in a simple way, based on geometrical-vectorial considerations, as is presented in the first part of this work. In the second part, we present the result of the work of didactic transposition in the sense of Chevallard, as a proposal to bring up the quantum concepts of probability and superposition. Our didactic proposal is based on the Theory of Conceptual Fields of Vergnaud, reason why the design of the situations is the key for the conceptualization of the students. From this perspective, we present and describe the situations and simulations made with spreadsheets, as a calculation and visualization tool.

**Keywords:** Light diffraction; Quantum approach, Didactic sequence, Secondary school.

## I. INTRODUCCIÓN

Este trabajo es la continuación de una investigación en la cual nos ocupamos desde hace varios años de estudiar los procesos de enseñanza y aprendizaje de aspectos básicos de mecánica cuántica para estudiantes de la escuela secundaria. Estos trabajos se realizaron desde el enfoque de Feynman para la mecánica cuántica, conocido técnicamente como *integral de camino* (Feynman y Hibbs, 1965). Este enfoque comenzó a utilizarse con la propuesta de Taylor y otros (1998), que se basó en el reconocido texto divulgativo de Feynman (1985) *QED: The Strange Story of Light and Matter*. El método de la *integral de camino*

es una herramienta compleja, indispensable en áreas avanzadas de la física como la Teoría Cuántica de Campos. Sin embargo, la esencia del método puede ser resaltada a través de consideraciones geométricas con vectores y operaciones matemáticas que son accesibles a los estudiantes. De esta forma, el método resulta apropiado para calcular la probabilidad de ocurrencia de distintos eventos con luz y con electrones, es decir, para introducir a los estudiantes en nociones cuánticas fundamentales, como probabilidad y superposición.

Aprovechando el potencial didáctico que presenta el enfoque de Feynman, varios trabajos lo han utilizado para enseñar aspectos básicos de mecánica cuántica. Así, los trabajos pioneros en esta línea fueron los de Dowrick (1997), Hanc y Tuleja (2005), Ogborn y otros (2006), Dobson y otros (2006), etc. En los últimos años, los trabajos de Malgieri y otros (2014, 2015, 2017) también utilizan este enfoque, incorporando simulaciones realizadas con el software *GeoGebra*. Nuestros trabajos previos basados en este enfoque, esencialmente se ocuparon del diseño de dos secuencias didácticas y el análisis de su implementación en cursos reales de la escuela secundaria (Fanaro y Otero, 2008; Fanaro, Arlego y Otero, 2012, 2014; Fanaro, Otero y Arlego, 2012a, 2012b; Fanaro, Elgue y Otero, 2016; Fanaro, Arlego, Elgue y Otero, 2017). En una de las secuencias nos ocupamos de estudiar el carácter cuántico de los electrones y en la otra, desde un enfoque cuántico se abordaron las experiencias con luz de reflexión, refracción y experiencia de la doble rendija, dejando para un estudio posterior el fenómeno de la difracción, que abordamos en este trabajo. A diferencia de los trabajos antes mencionados, nuestras secuencias didácticas no tienen la intención, por el momento, de enfrentar a los estudiantes a cuestiones ontológicas acerca de qué es la luz, los fotones, etc., sino se dirigen a los conceptos y principios básicos y centrales de mecánica cuántica como superposición, probabilidad, y transición clásica-cuántica.

En particular, el fenómeno cuántico de la difracción que nos interesa desarrollar es susceptible de ser considerado desde enfoques alternativos: para electrones desde de la mecánica ondulatoria, con la ecuación de Schrodinger (Gitin, 2013; Michelini y otros, 2003), así como también desde el enfoque de la *integral de camino* (Feynman y Hibbs 1965). También Wu (2010) propone la difracción de la luz desde la teoría cuántica. Respecto a las investigaciones que abordan el problema de la enseñanza y el aprendizaje de la difracción, se encuentran los trabajos de Colin y Viennot (2001), Ramil y otros (2007), Wosilait y otros (1999) y Maurines (2010) aunque abordan la difracción desde un punto de vista ondulatorio clásico. En cambio, no se encuentran trabajos de investigación en el área de la enseñanza de las ciencias que propongan estudiar la difracción de la luz desde un enfoque cuántico, basado en la visión de Feynman.

El enfoque didáctico de esta investigación se fundamenta en el concepto de transposición didáctica, esto es, la necesidad de transformar el conocimiento físico para volverlo enseñable, que tenga sentido para el estudiante (Chevallard, 1997). Así, se realiza la transposición didáctica del método de *integrales de camino* de Feynman, que involucra cálculo de integrales, y se lo adapta y contextualiza para los estudiantes de la escuela secundaria, reemplazando las integrales por sumas de vectores. Por otro lado, se lo contextualiza para que tenga sentido para los estudiantes, proponiéndose como método para calcular las probabilidades de detección de luz en la experiencia de la difracción. Desde la teoría de los campos conceptuales, el proceso de identificar los conceptos, sus propiedades y relaciones con otros conceptos, que es definido por Vergnaud como conceptualización (Vergnaud, 1990) se da a partir de la interacción de los estudiantes con las situaciones. Se considera a este proceso de conceptualización como la base del desarrollo cognitivo, con lo cual el diseño de las situaciones para conceptualizar aspectos centrales de la mecánica cuántica, es objeto de estudio y análisis del presente trabajo.

Un aspecto destacado de nuestro trabajo es la ausencia de un abordaje basado en la dualidad onda-partícula. La razón de ello es que ambos conceptos son idealizaciones del mundo macroscópico que, si bien pueden servir de anclaje a conceptos nuevos, terminan siendo un problema a la hora de describir algo esencialmente nuevo como la materia o la luz a nivel cuántico. Esto genera discusiones de experto que carecen de sentido (afortunadamente) para los estudiantes, que no cuentan con la información necesaria para caer en las sutilezas que encierra la “dualidad” onda partícula.

Por lo contrario, nuestra propuesta se basa en un modelo codificado en un conjunto de reglas que, si bien son abstractas, son al mismo tiempo operativas. El modelo no asume qué “es” la luz, si onda o partícula, lo cual es una pregunta de carácter ontológico que va mucho más allá del propósito del trabajo. El modelo propone una forma de determinar la probabilidad de detectar luz en determinado lugar sabiendo que ha sido emitida en algún otro. Como consecuencia de estas reglas adaptadas a la matemática disponible en escuela secundaria, el formalismo de Feynman deviene en un conjunto de reglas que el experto reconoce como el método de fasores del electromagnetismo clásico, pero cuya interpretación física es completamente diferente. De ningún modo nuestro objetivo en la propuesta es generar esta asociación. Por supuesto que existe, que es rica y se relaciona con la forma en que los modelos de la electrodinámica cuántica están ligados a la descripción de ondas desde el punto de vista de las ecuaciones de Maxwell. Esta discusión y análisis carece de sentido en el contexto de la propuesta didáctica presentada en este trabajo.

## II. EL FENÓMENO DE LA DIFRACCIÓN DE LA LUZ A DIFERENTES DE ESCALAS

### A. El fenómeno de la difracción de la luz: el resultado

Cuando un haz de luz monocromática incide en una rendija fina y es detectada en una pantalla colocada detrás de la rendija, en ésta se forma un patrón característico que no es posible describir desde la óptica geométrica, conocido como patrón de difracción. Esta distribución se caracteriza por presentar una zona central muy brillante ubicada en el centro de la rendija proyectada en la pantalla (denominado máximo central), y a ambos lados de la pantalla, zonas de luz de menor intensidad, denominados máximos secundarios. Este patrón donde la luz se distribuye formando zonas que no se corresponde simplemente con la propagación rectilínea, no se genera sólo en esta experiencia sino también en aquellos casos en los cuales la luz interacciona con un borde, como en los bordes de una hoja de afeitar, etc. La óptica ondulatoria propone un modelo para explicar la forma de este patrón: la construcción de Huygens para la propagación de ondas. Este modelo es comúnmente presentado en los libros de texto, no lo desarrollaremos aquí.

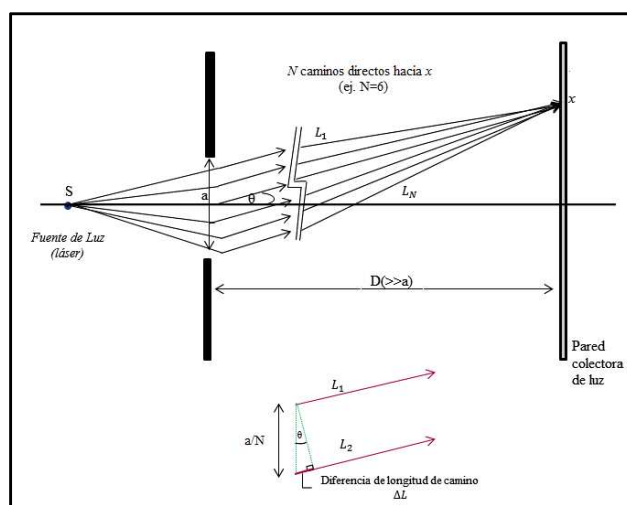
### B. El fenómeno de la difracción de la luz: el proceso

Supongamos ahora que se realiza la experiencia, pero ahora atenuando la luz (por ejemplo colocando filtros sucesivos desde la fuente hasta la rendija) y se coloca un sistema más sensible de detección. Supongamos que a una gran distancia de la rendija colocamos una pantalla que detecta la llegada de la luz. Bajo estas condiciones, notaremos que las detecciones en la pantalla son individuales, y que si bien al principio parecen ser aleatorias, al cabo de un tiempo en ciertos lugares de la pantalla se encuentran más detecciones que en otros y en la pantalla se comienza a notar lugares donde estas detecciones están más concentradas y lugares donde hay muy pocas concentraciones, formando así, “franjas” de concentración. Es decir, en ciertos lugares será más probable que haya detecciones de luz, mientras que en otros lugares, dada la escasa cantidad de detecciones, diremos que es poco probable detectar luz. Entonces nos preguntamos ¿cuál es la probabilidad de detectar luz en cierto lugar, por ejemplo en un punto Q, que se encuentra a cierta distancia ( $x$ ) del centro de la pantalla?

Los resultados son inesperados desde un punto de vista macroscópico, y los modelos provistos por la física clásica (tanto desde la óptica ondulatoria como la geométrica) no logran dar cuenta de los resultados, por lo cual se requiere un nuevo modelo que los describa. Para esta escala un modelo apropiado es el modelo de *integral de camino* de Feynman, que desarrollaremos en la subsección siguiente.

### C. El modelo de Caminos Múltiples de Feynman aplicado a la difracción de la luz

Analizaremos la experiencia en que un haz de luz monocromática de muy baja intensidad se emite desde la fuente S e incide en una rendija de ancho ( $a$ ) como muestra la figura 1 (arriba). Para ello utilizaremos una adaptación del método original de la *integral de camino* que denominaremos *considerar todas las alternativas*.



**FIGURA 1.** Arriba: esquema de la disposición experimental de la difracción de la luz. Se representa una fuente de luz de baja intensidad muy alejada de la rendija (no está en escala). Nótese que se considera que se subdivide la ranura en N franjas iguales y se elige un camino por el centro de cada una, con lo cual la distancia entre dos caminos alternativos consecutivos es  $a/N$ . Abajo: dos caminos consecutivos donde se aprecia la diferencia de longitud de camino.

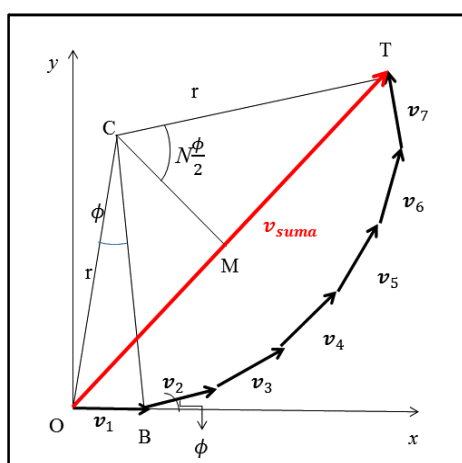
Describiremos brevemente la adaptación del método de Feynman para calcular la probabilidad. Una versión más detallada de la adaptación puede consultarse por ejemplo en Fanaro y otros (2014). Este método permite calcular la probabilidad de detección para cada ubicación del punto Q, es decir  $P(x)$ . El método de Feynman indica en primer lugar, considerar todos los caminos posibles que conectan S con Q. Luego, para cada camino considerado, se debe asignar un vector unitario de tal forma que el ángulo formado por el vector y el eje de abscisas, cuando se representa al vector en un sistema de ejes cartesianos, es proporcional al tiempo para ir de S a Q. Considerando que la velocidad de la luz es constante ( $c$ ) para un medio homogéneo como el considerado aquí, la fase depende entonces del tipo de luz<sup>1</sup> ( $\omega$ ) y de la longitud de cada camino ( $L$ ). Por lo tanto, el vector se expresa en coordenadas polares (módulo; dirección) como:

$$v_{\text{asociado}} = \left( 1 ; \frac{\omega}{c} L \right) \tag{1}$$

Luego debemos sumar cada vector asociado a cada camino alternativo y, finalmente, elevar al cuadrado el módulo del vector suma obtenido para encontrar la probabilidad. Esto se consigue sumando los vectores asociados a cada camino posible que conecte la fuente S con el lugar de detección Q. Una vez realizada la suma y elevado su módulo al cuadrado, obtendremos la probabilidad. Es claro que, en este caso, el valor que obtendremos no es una probabilidad absoluta, ya que no está normalizada, sino más bien una predicción de “frecuencia relativa” del evento.

Nótese que el método de Feynman indica que la totalidad de los caminos posibles deben ser considerados en el cálculo de la probabilidad, aun los más extraños, y no solamente los más simples y directos como los señalados en la figura 1. Sin embargo, el método resulta operativo, en este caso, ya que podemos aproximar esta suma infinita a un subconjunto de caminos igualmente espaciados y cercanos al camino directo que conecta S con Q. Esto se debe a que las contribuciones de caminos arbitrarios –como los que estén alejados– tienden a anularse estadísticamente, entonces no contribuyen a la suma. Nótese que esta aproximación es posible porque podemos distinguir entre caminos alejados y cercanos, es decir, hay “espacio” para dar lugar a una cancelación estadística. Aunque la suma se realiza considerando sólo los caminos directos, esta aproximación no solo reproduce los resultados que se obtienen desde un modelo ondulatorio para la luz, sino también aspectos propiamente cuánticos, como el carácter discreto de los eventos de detección en la pantalla. En este aspecto radica su principal potencial didáctico: permite a los estudiantes acercarse a la mecánica cuántica con la matemática que disponen en ese nivel escolar, con la posibilidad de otorgar un sentido a los conceptos de superposición y probabilidad.

Entonces, para encontrar una expresión de  $P(x)$  consideraremos un número finito de caminos ( $N$ ) igualmente espaciados que van de S a Q, y haremos la suma de los vectores unitarios correspondientes a cada camino de forma geométrica, como se muestra en la figura 2. Llamaremos  $\phi$  a la diferencia de fase entre dos vectores consecutivos, la cual es constante debido a que los caminos están igualmente espaciados. De esta forma, al realizar la suma geométrica se construye un polígono regular de  $N$  lados.



**FIGURA 2.** La suma de algunos caminos alternativos ( $N=7$ ) con diferencia de fase constante e igual a  $\phi$ . Nótese que de la forma que se configuró la geometría,  $\phi$  es el ángulo que  $v_2$  forma con el eje de abscisas, y también será la diferencia de fase entre dos vectores consecutivos. Por eso, denotaremos la diferencia de fase entre dos vectores simplemente como  $\phi$ .

<sup>1</sup> En un modelo ondulatorio, esto, naturalmente, se refiere a la frecuencia angular, pero aquí preferimos no hacer referencia a términos de este modelo, ya que en un modelo cuántico de caminos alternativos diremos que se trata de una magnitud de caracteriza cada tipo de luz.

Los vectores, colocados uno a continuación de otro, forman un polígono abierto con centro (C). El radio CB tiene la misma relación geométrica con  $|v_2|$  como CO con  $|v_1|$ , por lo que forman entre sí un ángulo  $\phi$ . Luego, el radio r se determina considerando la mitad del triángulo OCB, que satisface:

$$|v_1| = 2 \cdot r \cdot \sin\left(\frac{\phi}{2}\right),$$

Por otro lado, el ángulo OCT es igual a  $N \cdot \phi$ , y entonces

$$|v_{sum}| = 2 \cdot r \cdot \sin\left(\frac{N \cdot \phi}{2}\right)$$

Si combinamos estos dos resultados y consideramos que se trata de vectores unitarios, obtenemos:

$$|v_{sum}| = \frac{\sin\left(\frac{N \cdot \phi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\phi}{2}\right)},$$

Como buscamos el valor de la probabilidad, debemos elevar al cuadrado la expresión anterior:

$$P(\phi) = \frac{\sin^2\left(\frac{N \cdot \phi}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right)} \quad (2)$$

Según la expresión (1) la diferencia de fase  $\phi$  entre dos vectores asociados a dos caminos consecutivos será:

$$\phi = \frac{\omega}{c} (L_2 - L_1)$$

$$\phi = \frac{\omega}{c} \cdot \Delta L$$

Si consideramos la geometría del problema, representada en la parte inferior de la Fig. 1, podemos escribir la diferencia entre dos caminos consecutivos como:

$$\Delta L = \frac{a}{N} \sin(\theta)$$

Lo cual nos permite escribir la diferencia de fase entre dos caminos en términos del ángulo  $\theta$ , (o de la distancia  $x$  al centro de la pantalla):

$$\phi = \frac{\omega \cdot a}{c \cdot N} \sin(\theta) \quad (3)$$

Si expresamos la diferencia de fase  $\phi$  en función de  $x$  y consideramos la aproximación que  $\sin(\theta) \approx \tan \theta$ , podemos obtener:

$$\phi = \frac{\omega \cdot a}{c \cdot N \cdot D} \cdot x \quad (4)$$

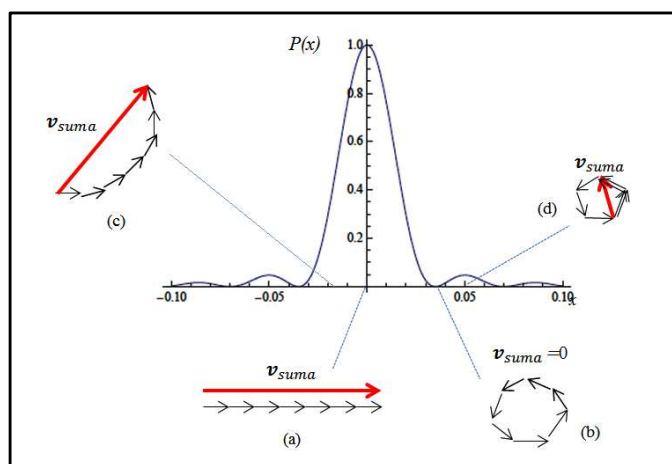
De las expresiones (2) y (4) se obtiene la probabilidad relativa de detectar luz en un punto  $x$  depende del tipo de luz ( $\omega$ ), el ancho de la rendija ( $a$ ), la distancia de la rendija a la pantalla ( $D$ ) y el número de caminos considerados ( $N$ ). Se trata de una función armónica positiva cuyos valores máximos y mínimos se interpretan como la máxima y mínima probabilidad de detectar luz. Esta probabilidad debe ser interpretada en términos de frecuencia de ocurrencia relativa, es decir este valor por sí solo carece de significado. En términos prácticos, este valor se utiliza para comparar las distintas frecuencias de ocurrencia de los eventos, donde cada evento, en este caso, corresponde a la probabilidad de detectar luz en cada lugar de la pantalla.

Reconocemos que el concepto “evento de detección de luz” puede resultar inicialmente abstracto para los estudiantes. Sin embargo, esto forma parte de la estrategia didáctica que suponemos más adecuada para la conceptualización de los estudiantes. Reconocemos que los estudiantes probablemente evocarán las ideas de “impacto” cuando en la experiencia se hace referencia de luz emitida por una fuente y detec-

tada en la pantalla. Esto es natural, puesto que nuestro mecanismo para aprender privilegia la asimilación de lo nuevo con base en lo que ya conocemos. Esto se reconoce desde teorías de distintos campos, tanto desde la psicología cognitiva como de las neurociencias. No obstante, hemos tomado la decisión de no hacer referencia al concepto de impacto, de no recuperar y enfatizar esta imagen de “choque” porque esto remite directamente al impacto o choque de partículas, y entonces se reforzaría la idea de la luz conformada por partículas, esas partículas de luz, que en general son comúnmente (y erróneamente) el significado asignado a los fotones. De hecho, un fotón de una longitud de onda dada es un objeto totalmente deslocalizado y muy poco asociable a la idea de partícula. La emergencia del carácter de partícula en el sentido de objeto localizado espacialmente solo se logra superponiendo fotones de diferentes longitudes de onda (y ya comentamos nuestra postura acerca de la no referencia al concepto de fotón en esta secuencia). Por lo tanto, la asociación fotón con partícula en un sentido ordinario es cuanto menos difusa. Como queremos evitar que los estudiantes realicen esta asociación –inadecuada- es que preferimos referirnos al concepto de evento de detección de la luz. De esta forma, evitamos enfatizar ante los estudiantes la idea que esa “luz”, que viene e interacciona con la pantalla, está formada por partículas.

La expresión de  $P(x)$  hallada desde este enfoque es análoga a la que se obtiene al aplicar el principio de Huygens para la difracción de Franhoufer (Hetch, 2000, p. 450), aunque el significado conceptual es radicalmente distinto: en lugar de indicar la intensidad de la luz como en el tratamiento habitual ondulatorio para la luz, en nuestro caso se obtiene una expresión de la probabilidad de detección de la luz. Aunque el modelo matemático en ambos casos es similar, la expresión que se obtiene con el método de *considerar los caminos alternativos* y su interpretación probabilística es esencialmente distinta. Aquí, la idea es utilizar el mismo modelo para realizar tanto la descripción cuántica de las detecciones discretas (y el patrón que forman) como la descripción de la formación de los máximos y mínimos del experimento utilizando luz monocromática sin atenuar.

Es de gran potencial didáctico realizar un análisis geométrico-vectorial, vinculando simultáneamente la forma de la distribución de probabilidad  $P(x)$  –antes presentada-con la suma resultante de los vectores asociados a los caminos, para cada lugar de la pantalla ( $x$ ), como lo muestra la figura 3:



**FIGURA 3.** Se consideran algunos caminos ( $N=7$ ) y la suma de los vectores asociados. (a) La probabilidad es máxima en el centro  $x = 0$ , (b) un punto sobre la pantalla a una pequeña distancia del centro, (c) el primer mínimo de probabilidad (d) el primer máximo de probabilidad de detectar luz.

En el centro de la pantalla ( $x = 0$ ) la función  $P(x)$  presenta una indeterminación. Interpretamos geoméricamente esto diciendo que en este punto la diferencia de fase entre los vectores asociados es nula, puesto que todos los vectores están alineados, es decir ( $\phi = 0$ ). Entonces los  $N$  vectores suman constructivamente, dando una probabilidad relativa de  $N^2$  (Fig. 3 (a)). En la experiencia, reconocemos este punto como el lugar donde efectivamente hay más detecciones de luz (se acumula gran cantidad de detecciones).

A medida que seleccionamos distintos valores de  $x$  que se alejen del centro de la pantalla, el cociente de la expresión (4) comienza a disminuir, y el primer mínimo se alcanza cuando el numerador se anula. Siguiendo el procedimiento matemático usual de encontrar los extremos de una función, podremos encontrar los máximos y mínimos, sin embargo, en lo que sigue proponemos realizar la búsqueda de forma directamente geométrica. Para localizar el mínimo, la diferencia de fase entre el primer vector asociado y el último debe ser  $2\pi$ , para que se produzca la cancelación de los vectores y se forme la figura de un polígono cerrado (Fig. 3.(b)). Es decir,

$$N \cdot \phi = 2\pi \tag{5}$$

Cabe mencionar también se obtiene (5) desde la expresión (2), pero aquí nuestro razonamiento es geométrico, no funcional. Esta expresión, común en los libros de texto universitarios cuando tratan los problemas de máximos y mínimos en la difracción (por ejemplo Feynman, Leighton y Sands, 1987, pp. 30-2) tiene la ventaja de la simplicidad y el potencial necesario para predecir la localización del primer mínimo (y los sucesivos con su expresión general), porque se basa en un razonamiento geométrico y gráfico muy sencillo. Sin embargo, nuestra postura didáctica, basada en enfatizar el sentido para los estudiantes, se debe realizar una conexión más concreta y directa entre la diferencia de fase y los parámetros del experimento. Para ello, se deben combinar las ecuaciones (4) y (5):

$$\frac{\omega \cdot a}{c \cdot N \cdot D} \cdot x = \frac{2\pi}{N}$$

Desde la cual podemos ubicar el primer mínimo de la curva de  $P(x)$  en la posición:

$$x = \frac{2\pi c D}{\omega \cdot a} \quad (6)$$

De esta forma, sin apelar a la búsqueda de extremos de la función (2) como usualmente se hace desde el análisis funcional, es posible que los estudiantes de la escuela secundaria realicen un análisis desde el marco geométrico-vectorial, considerando de forma aproximada que el máximo secundario se encontrará en algún valor intermedio de los dos ceros, como se propone a continuación. De esta forma, es posible que con herramientas matemáticas al alcance de los estudiantes, encontrar los lugares notables de la gráfica que describan la experiencia, donde la detección de luz es probable (aunque menor que en el centro), como se muestra en los puntos de la figura 3 (c) y 3 (d).

Como se puede notar, la figura 3 ofrece una gran riqueza didáctica con el juego de los vectores que forman polígonos que se cierran o líneas rectas, permitiendo a los estudiantes reconstruir la estructura que se nota en el experimento de la difracción, como mostramos a continuación.

### III. SITUACIÓN DIDÁCTICA PROPUESTA

Nuestra propuesta es plantear una situación que comience con la experiencia de hacer incidir luz monocromática (como un láser) por una rendija delgada, y analizar lo que se obtiene en una pantalla que detecta luz, detrás de la rendija. Como parte del trabajo de la transposición didáctica, donde se busca plantear un problema con sentido para los estudiantes, proponemos inicialmente que los estudiantes predigan los resultados de la experiencia, sólo con imaginarla. Esta metodología, conocida como “experimentos mentales” es reconocida en varias investigaciones (Clement, 2009; Gilbert y Reiner, 2000). Desde nuestro marco teórico la predicción tiene importancia porque permite que ellos expliciten sus ideas y pongan en acto sus invariantes operatorios, luego de realizar la experiencia en aula de clases, podrán corroborar o refutar sus predicciones.

Después, proponemos la realización del experimento con luz láser y una placa con una rendija finas, que es sencillo de realizar en clase, y notar las franjas de luz, intercaladas con franjas sin luz. Luego, proponemos modificar la variable intensidad de la luz, volviéndola muy baja, y analizar los resultados. Realizar la experiencia en el aula, en esas condiciones, no es sencillo, ya que el sistema de detección de luz de muy baja intensidad requiere de cierta sofisticación (por ejemplo, una disposición de fotomultiplicadores en la pantalla colectora de luz, y filtros de atenuación de la intensidad de la luz). Una alternativa posible, entonces, es presentar a los estudiantes los resultados obtenidos al realizar la experiencia, mediante fotografías o videos, disponibles en internet<sup>2</sup>. De esta forma, es posible notar las detecciones individuales lo cual da lugar a la necesidad de plantear un nuevo marco, que incorpore el concepto de probabilidad y su cálculo.

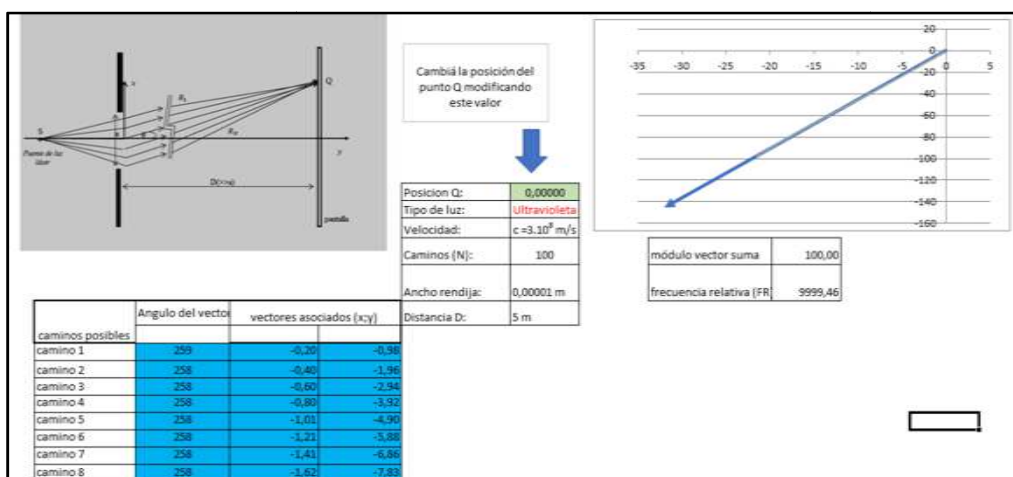
Una vez que los estudiantes notan la forma de distribución discreta de las detecciones en la pared colectora según  $x$ , (máxima concentración en el centro, y hacia ambos costados franjas de concentración), proponemos que reconstruyan la gráfica de la función de probabilidad relativa según la posición a partir del modelo de *considerar todas las alternativas*. La pregunta que se plantea a los estudiantes en este caso es ¿Cómo describir la detección de luz para distintos puntos de la pantalla que se hallan a una distancia  $x$  del centro? Para esto, ellos deberán considerar que el método de Feynman establece que a cada camino

<sup>2</sup> Por ejemplo, en el sitio de la Sociedad Suiza de Física se pueden encontrar imágenes reales, así como filmaciones de la experiencia de la Doble Rendija. En este caso, estas imágenes resultan útiles para ilustrar los resultados <[http://www.sps.ch/fr/articles/progresses/wave\\_particle\\_duality\\_of\\_light\\_for\\_the\\_classroom\\_13/](http://www.sps.ch/fr/articles/progresses/wave_particle_duality_of_light_for_the_classroom_13/)>

debe asociarse un vector unitario cuyo ángulo con el eje de abscisas es proporcional a la longitud del camino que conecta la emisión con la detección de la luz (o el tiempo que toma la luz entre que es emitida y detectada). En esta parte se debe plantear a los estudiantes la necesidad de analizar la diferencia de fase  $\phi$  entre dos vectores asociados a dos caminos consecutivos, como lo hicimos antes. Debemos, entonces, partir de la geometría del problema, considerando que buscamos una expresión para el valor de  $x$  para el cual la probabilidad de detección en la pantalla sea máxima o mínima, acorde a las franjas de luz y oscuridad ya notadas en el experimento. Una vez que se logra establecer la dependencia de  $x$  con la diferencia de fase de los vectores ( $\phi$ ), el problema admite una exploración geométrica para conocer el valor de  $\phi$ , como lo hicimos en la sección anterior.

Para el trabajo con los estudiantes, proponemos el siguiente análisis geométrico simple que les permitiría realizar una exploración de los distintos valores de probabilidad según el lugar de la pantalla de detección, mediante la aproximación de los valores de  $x$  para los cuales la suma sea máxima o se reduzca hasta alcanzar nuevos valores máximos y mínimos. Con una herramienta simple y disponible en cualquier computador fijo o portátil, como la planilla de cálculo, ponemos a disposición una simulación donde programamos que se calculen los vectores asociados a los caminos y su suma, para cada punto de la pantalla de detección. Esta herramienta resulta versátil puesto que realiza el cálculo de los caminos, los vectores asociados a cada uno, y los muestra en un gráfico, colocados uno a continuación del otro, lo cual permite visualizar el vector suma. La planilla de cálculo solicita ingresar la posición en la cual se quiere conocer el valor de la probabilidad de detección (punto Q), fijando inicialmente el resto de los parámetros (el ancho de la rendija  $a$ , la cantidad de caminos, el tipo de luz ( $\omega$ ) y la distancia a la pantalla  $D$ ).

Para ilustrar el funcionamiento de la planilla de cálculo, en la figura 4 se muestra una pantalla de salida al seleccionar la posición del punto Q en el centro de la pantalla ( $x=0$ ), fijándose  $N=100$  caminos posibles, utilizando una luz predeterminada, y una abertura de rendija también fija (en este caso  $a = 1.10^{-5}m$ ). Por cuestiones de diseño, el diagrama que se muestra en la parte superior izquierda de la figura es estático a modo de esquema, es decir no cambia visualmente la posición del punto Q aunque numéricamente se seleccione un valor distinto al inicial. La planilla calcula los ángulos correspondientes para cada uno de los  $N=100$  caminos asociados (recuadro azul en la parte inferior de la imagen), y los dibuja en el plano cartesiano uno a continuación del otro, de tal forma que la suma resulta de unir el inicio del primer vector, con el extremo final del último (parte derecha de la figura). En este caso, los vectores unitarios asociados son prácticamente colineales (no tienen diferencia de fase apreciable entre sí), dando una suma máxima. Por lo tanto, la máxima probabilidad de detectar luz en el centro de la pantalla, obteniéndose en este caso una frecuencia de ocurrencia resultante de aproximadamente  $FR=10000$  (ver recuadro debajo del gráfico de la suma vectorial). Queremos resaltar que en este caso con la planilla de cálculo se obtiene el resultado de la figura 3 (a).



**FIGURA 4.** Salida de la planilla de cálculo que simula la detección de luz en el punto Q (variable), para un haz de láser color rojo, seleccionando  $N=100$  caminos posibles. Arriba a la izquierda se presenta un esquema de la situación, y debajo de él algunos vectores asociados, con el cálculo de su respectivo ángulo. A la derecha, se presenta la suma geométrica de todos los vectores asociados. Se presenta debajo de la suma, el valor de la suma, y de la frecuencia relativa (FR).

La propuesta didáctica, en términos generales, se enfoca en ofrecerla oportunidad de que los estudiantes exploren cómo cambia la probabilidad (la frecuencia relativa FR en términos prácticos con la planilla de cálculo) según el punto de la pantalla. Esta decisión didáctica y las que subyacen a toda la propuesta se basan en la importancia de colocar a los estudiantes en las situaciones apropiadas, que permitan que emer-



jan los conceptos buscados, ya que sólo a través de las situaciones y de los problemas que se pretenden resolver, un concepto adquiere sentido (Otero y otros, 2014). Así, para localizar en qué lugar de la pantalla la probabilidad de detección será nula, proponemos que los estudiantes analicen la suma de los vectores, considerando su diferencia de fase. Es decir, proponemos localizar los puntos de la figura 3 (b). Por ejemplo, podemos orientar a los estudiantes a resolver el problema de encontrar en qué caso los vectores suman cero, es decir encontrar los valores de diferencia de fase con los cuales se construye un polígono regular, animándolos a razonar primeramente con un polígono regular sencillo (por ejemplo que los vectores formen un cuadrado (N=4), o con un pentágono (N=5)). Así, en el caso sencillo de N=5 obtenemos que los vectores forman un polígono cerrado cuando  $5 \cdot \phi = 2\pi$ , con lo cual  $\phi \approx 1,26$  radianes. Es posible luego generalizar y abordar la idea que el polígono regular formado por los vectores se cierra (y entonces la suma resulta nula) cuando  $N \cdot \phi = 2\pi$ , que es la expresión (6).

La simulación propone la consideración de N=100 caminos, con lo cual los estudiantes pueden establecer sin dificultad el valor de la diferencia de fase de los vectores, obteniendo en este caso:

$$\phi \approx 0,063$$

Para ingresar el valor de  $x$  en la simulación, y corroborar que cuando los N=100 vectores tienen esta diferencia de fase la probabilidad da un valor mínimo, notando como estos vectores forman un polígono cerrado, los estudiantes deben utilizar los valores sugeridos en la simulación para el ancho de rendija, la distancia a la pantalla y el tipo de luz utilizada, y combinarlos con el valor de  $\phi$  recién obtenido, mediante la expresión (4). Así se encuentra que el primer mínimo se localiza en

$$x_{min(1)} \approx 3,5 \cdot 10^{-3} m$$

El valor del segundo mínimo se encuentra en el lugar donde los vectores se colocan de una forma que habiendo completado un giro completo, vuelven a formar otro polígono superpuesto al anterior, con la mitad de los lados del primer polígono (o, cuando los vectores formen dos círculos completos). En este caso, con un razonamiento análogo al anterior, no debería ser complicado para los estudiantes concluir que  $N \cdot \phi = 4\pi$ , lo cual, como antes hicimos si combinamos con la expresión (4) obtenemos

$$\frac{4\pi}{N} = \frac{\omega \cdot a}{c \cdot N \cdot D} \cdot x$$

Y entonces, la expresión que corresponde al segundo mínimo será

$$x \approx \frac{4\pi \cdot c \cdot D}{\omega \cdot a} \tag{7}$$

$$x \approx 2 \cdot x_{min(1)}$$

Reemplazando los valores correspondientes, encontramos que el segundo máximo corresponde al valor:

$$x_{min(2)} \approx 7 \cdot 10^{-3} m$$

Al reemplazar estos valores en la simulación, se obtienen los resultados que se presentan en la figura 5 (izquierda y derecha respectivamente, para cada valor de  $x$  para el cual habrá un mínimo de probabilidad de detección). Como se puede notar, la suma de los vectores es casi nula, con lo cual también lo es la probabilidad de detección de luz en ese punto.

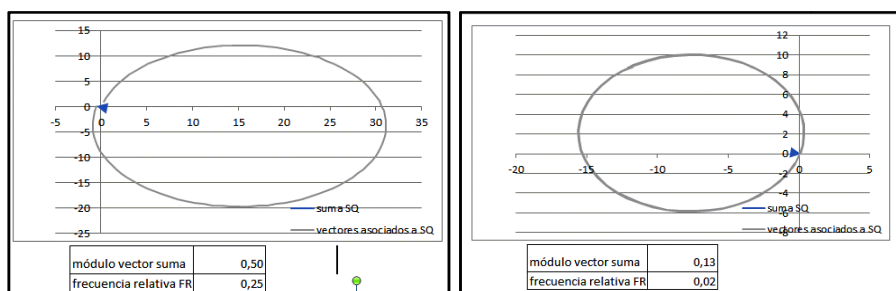
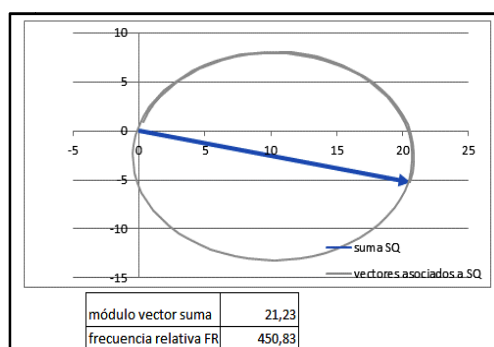


FIGURA 5. Salida de la planilla de cálculo seleccionando dos posiciones distintas del detector. Izq.:  $x = 3,5 \cdot 10^{-3} m$ ; Der.:  $x = 7 \cdot 10^{-3} m$ .

El primer máximo secundario se puede encontrar haciendo variar la posición entre los dos mínimos, e incluso los estudiantes podrán encontrar que en este caso, se encuentra en el valor medio entre los dos mínimos calculados antes, obteniendo así

$$x_{m\acute{a}x.(2)} = 5,25 \cdot 10^{-3} m$$

Al colocar este valor en la simulación, se obtiene el resultado que se muestra en la figura 6. Como se puede apreciar, en este punto el vector suma tiene mayor módulo que en los puntos anteriores (en los mínimos). Es decir es no nula, pero menor que en el centro de la pantalla. Este caso se corresponde con la situación presentada en la fig. 3(d).



**FIGURA 6.** Salida de la planilla de cálculo seleccionando como posición del detector,  $x_{\max(2)} = 5,25 \cdot 10^{-3} m$ . Se puede notar en el gráfico la disposición de los vectores formando un nuevo polígono superpuesto al primero

Como se puede notar, la planilla de cálculo constituye una herramienta para que los estudiantes puedan construir la distribución de probabilidad según la distancia al centro de la pantalla, similar a la que se presenta en la figura 3, sin necesidad de partir de la expresión (2), que no resulta matemáticamente familiar a los estudiantes. Este esfuerzo por contextualizar los saberes físicos (tal cual son planteados en la física) al contexto escolar, es producto de nuestro trabajo en la transposición didáctica y en la idea que la conceptualización se produce cuando proponemos a los estudiantes situaciones que permiten a los elementos cognitivos preexistentes en los estudiantes (esquemas), interactuar con los problemas y preguntas de cada situación (Vergnaud, 1990). Como se trata de una experiencia sencilla de realizar en el aula de clases, proponemos que los estudiantes la realicen utilizando una luz monocromática (por ejemplo un láser) y puedan corroborar experimentalmente el modelo propuesto aquí. Esto constituye un buen punto de partida para reconocer el potencial de los modelos para explicar las experiencias y del valor de la modelización en física.

Una vez presentado y aplicado el modelo de Feynman, es necesario volver a la experiencia con luz láser realizada en clase, comparando los resultados de ambas experiencias.

#### IV. CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta un estudio del fenómeno de la difracción de la luz desde un enfoque cuántico, alternativo al usual abordaje ondulatorio clásico. La característica cuántica que se resalta aquí es la consideración de caminos alternativos para el cálculo de probabilidad, esto es la superposición, propia del modelo de cuántico para la luz, y que se manifiesta a través del modelo de Feynman presentado. Realizamos un trabajo de transposición didáctica que permita a los estudiantes reconstruir la posición de los máximos y mínimos de la probabilidad de detectar luz, utilizando los conceptos de superposición y de probabilidad de detección, a través de nociones geométricas que resultan intuitivas y apelando a las representaciones gráficas de la situación para colaborar en la conceptualización buscada.

Se trata de una primera fase en la construcción de una secuencia didáctica para abordar la difracción de la luz desde un enfoque exclusivamente cuántico: lo que sigue es la construcción secuencial de cada situación, cada problema que se planteará a los estudiantes, contextualizando también al grupo de clase en el cual se implementará, por ejemplo su familiaridad con los vectores, con la geometría, etc. Por ejemplo, este abordaje de la difracción también puede utilizarse en los casos en que los estudiantes ya realizaron su estudio desde el enfoque clásico (óptica ondulatoria), ya que los resultados que se obtienen con ambos enfoques son consistentes. Esto permite tratar con los estudiantes la idea de que la física propone distintos

modelos para explicar los fenómenos, así como analizar los alcances, ventajas y desventajas de cada uno. Entonces es claro que las tareas y los problemas en este último caso serán ligeramente distintos de las situaciones que componen la secuencia para aquellos estudiantes que nunca antes estudiaron la difracción. Se trata de continuar investigando las distintas adaptaciones que se deben realizar a esta primera propuesta, implementar cada una, y analizar el impacto en la conceptualización de los estudiantes que cada una de ellas genera.

Aceptando que las experiencias de difracción e interferencia de la luz constituyen un soporte fenomenológico sobre el cual introducir la discusión de los principios de la cuántica (Stefanel, 1997), es natural desde este enfoque, plantear también el *principio de incerteza* de Heisenberg. En esta dirección, y con la misma simulación realizada en la planilla de cálculo y los razonamientos geométricos accesibles a los estudiantes, se orientan nuestras investigaciones para enseñar el *principio de incerteza* desde el enfoque de Feynman. Esto completará la secuencia de situaciones presentada, que, como se propuso desde un principio, es una secuencia abierta, que es necesario ajustar, ampliar y reformular, a medida que sea implementada y analizada.

## REFERENCIAS

- Chevallard, Y. (1997) [1985]. *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires: Aique.
- Clement, J. (2009). The Role of Imagistic Simulation in Scientific Thought Experiments. *Topics in Cognitive Science*, 1(4), 686–710.
- Colin, P. y Viennot, L. (2001). Using two models in optics: Students' difficulties and suggestions for teaching. *American Journal of Physics*, 69(7), S36.
- Dobson, K., Lawrence, I. y Britton, P. (2006). The A to B of quantum physics. *Physics Education*, (35)6.
- Dowrick, N. J. (1997). Feynman's sum-over-histories in elementary quantum mechanics. *European Journal of Physics*, 18, 75–78.
- Fanaro, M. y Otero, M. R. (2008). Basics Quantum Mechanics teaching in Secondary School: One Conceptual Structure based on Paths Integrals Method. *Lat. Am. J. Phys. Educ.*, 2(2), 103–12.
- Fanaro, M., Otero, M. R. y Arlego, M. (2009). Teaching the foundations of quantum mechanics in secondary school: a proposed conceptual structure. *Investigações em Ensino de Ciências*, 14(1), 37–64.
- Fanaro, M., Arlego, M. y Otero, M. R. (2012). A Didactic Proposed for Teaching the Concepts of Electrons and Light in Secondary School Using Feynman's Path Sum Method. *European Journal of Physics Education*, 3(2), 1–11.
- Fanaro, M., Otero, M. R. y Arlego, M. (2012a). A proposal to teach the light at secondary school from the Feynman method. *Problems of Education in the 21st Century*, 47(47), 27–39.
- Fanaro, M., Otero, M. R. y Arlego, M. (2012b). Teaching Basic Quantum Mechanics in Secondary School Using Concepts of Feynman's Path Integrals Method. *The Physics Teacher*, (50), 156–158.
- Fanaro M., Arlego, M. y Otero, M. R. (2014). The double slit experience with light from the point of view of Feynman's sum of multiple paths. *Rev. Bras. Ensino Fís.*, 36(2), 1–7.
- Fanaro, M., Elgue, M. y Otero, M. (2016). Secuencia para enseñar conceptos acerca de la luz desde el enfoque de Feynman para la mecánica cuántica en la escuela secundaria: un análisis basado en la teoría de los campos conceptuales. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física.*, 33(2), 477–506.
- Fanaro, M., Arlego, M., Elgue, M. y Otero, M. R. (2017). The students' interpretation of quantum mechanics concepts from the Feynman's Sum of All Paths applied to light. *International Journal of Physics and Chemistry Education*. [En prensa]
- Feynman, R. (1985). *QED The strange theory of light and matter*. EEUU: Penguin Books– Princeton University Press.

- Feynman, R. y Hibbs, A. (1965). *Quantum Mechanics and Path Integrals*. Mc Graw–Hill.
- Feynman, R., Leighton, R. y Sands, M. (1987). *Física Vol. 1*. EEUU: Addison–Wesley Iberoamericana.
- Gilbert, J.K. y Reiner, M. (2000). Thought experiments in science education: potential and current realization. *International Journal of Science Education*, 22(3), 265–283.
- Gitin, A. (2013). Huygens–Feynman–Fresnel principle as the basis of applied optics. *Applied Optics Optical Society of America*, 52(31), 7419–7434.
- Halliday, D., Resnick, R. y Walker, J. (2011). *Fundamentals of Physics*. 9<sup>th</sup> Ed. EEUU: John Wiley & Sons.
- Hanc, J. y Tuleja, S. (2005). The Feynman quantum mechanics with the help of Java applets and physlets in Slovakia. Proceedings of the 10<sup>th</sup> Workshop on Multimedia in Physics Teaching and Learning, Freie Universität Berlin.
- Hetch, E. (2000). *Óptica*. 3<sup>ra</sup> Ed. Madrid: Addison Wesley Iberoamericana.
- Malgieri, M., Onorato, P. y De Ambrosis, A. (2014). Teaching quantum physics by the sum over paths approach and GeoGebra simulations. *European Journal of Physics*, 35, 055024 (21pp.).
- Malgieri, M., Onorato, P. y De Ambrosis, A. (2015). What is Light? From Optics to Quantum Physics Through the Sum over Paths Approach. *Teaching/Learning Physics Integrating research into practice GIREP–MPTL 2014 Conference Proceedings*, 639–646. Disponible en: <http://www1.unipa.it/girep2014/item6.html> (consultado en febrero de 2018).
- Malgieri, M., Onorato, P. y De Ambrosis, A. (2017). Test on the effectiveness of the sum over paths approach in favoring the construction of an integrated knowledge of quantum physics in high school. *Physics Review Physics Education Resources*, 13, 019901.
- Maurines, L. (2010). Geometrical Reasoning in Wave Situations: The case of light diffraction and coherent illumination optical imaging. *International Journal of Science Education*, 32(14), 1895–1926.
- Michellini, M., Stefanel, A. y Santi, L. (2003). Teacher training strategies on physical optics: experimenting the proposal on diffraction. *Quality Development in Teacher Education and Training Second International GIREP*. Udine, Italia. 568–576.
- Ogborn, J., Hanc, J. y Taylor, E. (2006). A First Introduction to Quantum Behavior. *Proceedings The GIREP Conference 2006, Modeling in Physics and Physics Education*. AMSTEL Institute, Amsterdam. p. 213.
- Otero, M.R., Fanaro, M., Sureda, P., LLanos, V. C. y Arlego, M. (2014). *La teoría de los campos conceptuales y la conceptualización en el aula de matemática y física*. Buenos Aires: Dunken.
- Ramil, A., López, A. J., y Vincitorio, F. (2007). Improvements in the analysis of diffraction phenomena by means of digital images. *American Journal of Physics*, 75, 999.
- Stefanel, A. (1997). Un'esperienza sul campo di introduzione della fisica quantistica nella scuola secondaria superiore. *La Fisica nella Scuola*, XXX, 3 Supplemento, Q7, 58–67.
- Taylor, E., Stamatis Vokos, J., O'Meara, M. y Thornber, N. (1998). Teaching Feynman's Sum Over Paths Quantum Theory. *Computers in Physics*, 12, 190–199.
- Vergnaud, G. (1990). La teoría de los campos conceptuales. *Recherches en Didáctique des Mathématiques*, 10(23), 133–170.
- Wosilait, K., Heron, P. R. L., Schaffer, P. S., y Mc Dermott, L. (1999). Addressing students' difficulties in applying a wave model to the interference and diffraction of light. *Physics Education Research: A supplement to the American Journal of Physics*, 67(7), 5–15.
- Wua, X.Y., Zhang, B.J., Yang, J.H., Chia, L.X., Liua, X.J., Wua, Y.H., Wanga, Q.C., Wanga, Y., Lib, J.W., y Guoc, Y.Q. (2010). Quantum theory of light diffraction. *Journal of Modern Optics*, 57(20), 2082–2091.