

Desarrollo de habilidades cognitivas asociadas a las gráficas de datos experimentales en estudiantes de ingeniería: su incidencia en la modelización

REVISTA
DE
ENSEÑANZA
DE LA
FÍSICA

Development of cognitive skills associated with experimental data graphs in engineering students: their impact on modeling

Leandro Pala¹, Miriam Scancich¹ y Marta Yanitelli¹

¹Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Universidad Nacional de Rosario, Av. Pellegrini 250, CP 2000, Rosario. Argentina.

E-mail: leampala@fceia.unr.edu.ar

Resumen

La presente investigación se orientó hacia el reconocimiento de rasgos que, vinculados al desarrollo de ciertas habilidades cognitivas, inciden en la modelización de fenómenos físicos, teniendo como eje principal la elaboración, tratamiento y análisis de gráficas cartesianas en el marco de las prácticas experimentales de física básica universitaria. Se adoptó una metodología de carácter cualitativo basada en un estudio de caso de tres estudiantes de carreras de ingeniería. Se evidenció que los aspectos aún no desarrollados en la construcción del modelo gráfico, fundamentalmente la adopción de una curva de ajuste, se constituyen en obstáculos al momento de atribuir significado a la información contenida en la GC, a partir del conocimiento conceptual disponible, condicionando las interconexiones entre los modelos gráfico, matemático y conceptual.

Palabras clave: Habilidades cognitivas; Gráficas de datos experimentales; Modelización; Física básica universitaria.

Abstract

The present investigation was oriented towards the recognition of traits that, related to the development of certain cognitive skills, affect the modeling of physical phenomena, having as main axis the elaboration, treatment and analysis of Cartesian graphs in the framework of the experimental practices of first university course in physics education. A qualitative methodology was adopted based on a case study of three engineering students. It was evidenced that the aspects not yet developed in the construction of the graphic model, fundamentally the adoption of an adjustment curve, constitute obstacles in the moment of assigning meaning to the information contained in the GC, based on the conceptual knowledge available, conditioning the interconnections between the graphic, mathematical and conceptual models.

Keywords: Cognitive skills; Experimental data graphs; Modeling; First university course in Physics.

I. INTRODUCCIÓN

Las gráficas cartesianas (GC) forman parte de los recursos simbólicos que deben utilizar los estudiantes cuando resuelven situaciones problemáticas, en particular, en el marco de las prácticas experimentales de física básica universitaria en carreras de ingeniería (García y Rentería, 2011). Su elaboración, tratamiento y análisis demanda desarrollar ciertas habilidades cognitivas (HC) íntimamente ligadas a la modelización.

Así, las HC vinculadas a identificar cada una de las variables en los ejes del plano cartesiano; establecer las escalas para cada uno de los ejes especificando las unidades en las cuales los datos son expresados; asignar un título y detectar las tendencias expuestas por el conjunto de datos experimentales, dan sustento a la construcción de modelos gráficos. Las HC que activan las interconexiones entre los modelos gráfico y conceptual viabilizan la atribución de significado a partir de un conocimiento específico disponible; mientras que la interconexión entre los modelos gráfico y matemático posibilita la asociación de una entidad matemática a la curva que refleja la tendencia de los datos experimentales proporcionando las condiciones para realizar cálculos y obtener resultados con significado físico. Finalmente, la HC que

implica la conversión de un registro algebraico o formal propio de la escritura simbólica al lenguaje natural, otorga significado a la interconexión entre los modelos matemático y conceptual. La modelización de fenómenos físicos posibilita la reconciliación integradora de los modelos gráfico, conceptual y matemático asociados, cada uno de ellos, a sistemas semióticos diferentes (Yanitelli y otros, 2017).

En este sentido, se analizaron diferentes aspectos didácticos y tecnológicos de propuestas didácticas que incorporan GC, en base a la definición de cuatro categorías, entre las que se encontraban *Habilidades cognitivas asociadas a las GC* y *Recursos informáticos* (Yanitelli y otros, 2015). Posteriormente se profundizó en el análisis de dichas HC, focalizando en las características que debería tener una propuesta de intervención didáctica orientada a favorecer la construcción, tratamiento e interpretación de GC, obtenidas a partir de un sistema de adquisición de datos en tiempo real. Así, se configuró una nueva clasificación de las HC: *Identificar; Establecer proporcionalidad; Ajustar; Transformar; Vincular; Contrastar; Comparar; Relacionar; Interpretar; y, Asignar título* las cuales están ligadas al proceso de *Modelización* (Yanitelli y otros, 2017).

Atendiendo a lo expuesto, la presente investigación se orientó hacia el reconocimiento de rasgos que caracterizan la modelización de fenómenos físicos, vinculados al desarrollo de ciertas HC activadas por estudiantes de ingeniería.

II. REFERENTES TEÓRICOS

La comprensión de las GC de datos experimentales implica activar procesos de pensamiento de diferentes niveles de complejidad y abstracción (Postigo y Pozo, 2000). Este proceso de comprensión demanda interrelacionar los modelos gráfico, conceptual y matemático estableciendo vínculos con el fenómeno real analizado y desarrollar ciertas habilidades cognitivas subsumidas en la modelización. En este sentido Sánchez (2002) plantea que es necesario propiciar el desarrollo sistemático, deliberado, consciente y controlado de tales HC hasta lograr una actuación natural, autorregulada y espontánea. Asimismo, propone que el desarrollo de HC implica activar procesos básicos, constituidos por operaciones elementales – observación, comparación, relación, clasificación– e integradoras –análisis, síntesis, evaluación– son pilares fundamentales sobre los cuales se apoyan la construcción y el tratamiento de las GC. Los procesos específicos –planificación, interpretación, transformación, modelización– permiten tanto el desarrollo de secuencias lógicas de pensamiento para la toma de decisiones en el análisis de las GC, como la adquisición de conocimiento y el aprendizaje por discernimiento (Ausubel, Novak y Hanesian, 1983). Desde un punto de vista educativo la modelización, en tanto construcción de modelos, es el acto de representar las propiedades del fenómeno en estudio de manera simplificada, es decir, incluyendo en el modelo los aspectos relevantes del fenómeno según el objetivo propuesto. Este proceso demanda interrelacionar los lenguajes gráfico, simbólico de la matemática y el específico de la física. La transformación de un sistema semiótico en otro diferente, es una actividad cognitiva que Duval (2006) denomina conversión o transformación externa. La conversión plantea a los estudiantes, importantes dificultades, las cuales son independientes de la complejidad de los conceptos a los cuales se refieren los registros semióticos. La causa de éstas es que la conversión no es un proceso espontáneo o automático (García García, 2005).

III. METODOLOGÍA

La presente investigación, de carácter cualitativo, consistió en un estudio de caso de tres estudiantes, seleccionados a partir de tres grupos de trabajo diferentes, teniendo como criterio la posibilidad de hacer un seguimiento de los estudiantes luego de haber transitado por el siguiente curso de física. El caso en sí mismo se considera importante por lo que puede revelar acerca del evento educativo, ya sea, dando lugar al descubrimiento de nuevos significados, ampliando la experiencia del investigador o confirmando lo que ya conoce (Hernández Sampieri y otros, 2006).

Actuaron como protocolo las producciones escritas de los estudiantes sobre una actividad llevada a cabo en el espacio curricular denominado Introducción a la Física del primer semestre de las carreras de ingeniería de la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura de la Universidad Nacional de Rosario. Estas producciones se analizaron buscando indicadores que den cuenta de la activación y nivel de desarrollo de las HC relacionadas a la construcción, tratamiento y análisis de GC, según la clasificación presentada en la investigación mencionada anteriormente (Yanitelli y otros, 2017).

El curso de Introducción a la Física que brindó el contexto para esta investigación se desarrolla en modalidad taller. Los estudiantes, organizados en equipos de trabajo, realizan con la orientación de los docentes las distintas actividades planteadas en el material de trabajo para el aula.

La actividad experimental objeto de la indagación, corresponde a la unidad *Movimiento*. Se desarrolló luego de discutir, en una primera aproximación, sobre relatividad del movimiento y los conceptos de posición, trayectoria, distancia recorrida, desplazamiento, velocidad media y velocidad instantánea. Con respecto al tema central de nuestras investigaciones, las GC, los estudiantes trabajaron en la Unidad 1 con gráficas de datos experimentales para el estudio de un péndulo simple, habiendo analizado tanto los aspectos formales como la información que puede brindar este tipo de representaciones. A continuación se sintetizan los aspectos relevantes del contenido de la actividad experimental incluido en el material de trabajo para el aula.

A. Actividad experimental

El propósito de esta actividad es analizar los movimientos de un estudiante que camina en línea recta con velocidad constante (M1) y un cuerpo que cae verticalmente (M2), los cuales pueden caracterizarse como rectilíneo uniforme (MRU) y rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA) respectivamente. Para ello se utiliza un registrador de pulsos que a través de un percutor marca, con una frecuencia constante, puntos sobre una cinta de papel vinculada al cuerpo cuyo movimiento se desea analizar. Fueron los propios estudiantes quienes realizaron las experiencias y recolectaron los datos que luego analizaron.

Para el movimiento del estudiante se promovió, a través de consignas, en una primera instancia, un análisis cualitativo de los puntos registrados en la cinta con la intención de orientar a los grupos de trabajo en aspectos específicos asociados con la interpretación y caracterización del movimiento. En una segunda instancia los grupos debían seleccionar convenientemente una serie de puntos a lo largo de la cinta; adoptar un sistema de coordenadas y medir, respecto de su origen, la posición de cada punto con el objetivo de construir una tabla de valores indicando el instante de tiempo y la posición de cada punto. Con estos datos se les solicitó que efectúen la representación gráfica de la posición en función del tiempo. A continuación se les sugirió un método para calcular una velocidad media asociada a cada uno de los puntos seleccionados. La velocidad media en un punto A puede obtenerse midiendo sobre la cinta la separación entre los puntos a ambos lados de A (desplazamiento Δx) y dividiendo este valor por el intervalo de tiempo (constante) entre esas marcas. Teniendo en cuenta que la velocidad media así calculada es una buena aproximación a la velocidad instantánea, se les solicitó construir una tabla de valores de tiempo y velocidad con el fin de efectuar la representación gráfica de la velocidad en función del tiempo. Respecto del estudio del movimiento de caída de la esfera se introdujo en este punto el concepto de aceleración, y se les solicitó calcular aceleraciones medias dividiendo la variación de la velocidad (calculada como en el caso anterior) entre dos puntos no consecutivos por el intervalo de tiempo entre los mismos.

Las consignas de la actividad apuntan a que los grupos elaboren conclusiones acerca de ambos movimientos teniendo como referencia principal las GC construidas a partir de sus mediciones.

B. Procesamiento de la información

A partir de las producciones escritas de los estudiantes se analizó la activación y nivel de desarrollo de HC en la construcción, tratamiento y análisis de las GC de datos experimentales posición–tiempo y velocidad–tiempo para los movimientos (M1) y (M2). La síntesis de estos resultados se presenta en tablas, una para cada HC. Cabe aclarar que la actividad didáctica promueve siete de las diez HC identificadas en nuestro estudio previo (Yanitelli y otros, 2017). Es decir, no requiere que los estudiantes pongan en juego las HC *Comparar* (establecer semejanzas y diferencias entre dos o más curvas en una misma GC), *Contrastar* (analizar la correspondencia entre la gráfica de la serie de datos obtenidos experimentalmente y la curva del modelo matemático, superponiendo ambas representaciones en una misma gráfica) y *Asignar título* (incluir el título de la GC indicando las variables, el sistema o fenómeno al cual se refiere o el contexto en el cual se estudian dichas variables).

Finalmente se identificaron los rasgos que caracterizan la modelización del fenómeno físico estudiado, vinculados al desarrollo de ciertas HC activadas por cada uno de los estudiantes.

IV. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En las Tablas I a VII se consignan: en la primera fila, la HC, su definición y las consignas de la actividad experimental que se reconocen como disparadoras de la correspondiente HC; en la segunda fila, para cada estudiante identificado con seudónimo, entre comillas las transcripciones de los segmentos de texto de sus producciones que se consideraron como indicadores de la HC. En la tercera fila se incluye una síntesis del análisis efectuado sobre tales producciones. Los términos entre corchetes son aclaraciones de los autores.

Para la HC *Identificar* se muestran los indicadores sólo para el primer movimiento (M1), ya que este aspecto de las GC es idéntico para el M2.

TABLA I. Análisis de las producciones para la HC *Identificar*.

<p><i>Identificar</i>. Supone reconocer las variables correspondientes a cada uno de los ejes coordenados.</p> <p>Consignas:</p> <p>– Completen la siguiente tabla de valores indicando el instante de tiempo t y la posición x de cada punto seleccionado, ... Efectúen la representación gráfica de la posición del estudiante en función del tiempo...</p> <p>– Completen la tabla de valores..., con los pares $(t; v)$ y construyan la representación gráfica de la velocidad en función del tiempo...</p>			
	Lautaro	Francisco	Andrés
Indicador	“POSICIÓN (mm)”	“X (m)”	“X (mm)”
	“TIEMPO (seg)”	“t (s)”	“t (s)”
	“VELOCIDAD (mm/s)”	“V (m/s)”	“V (m/s)”
	“TIEMPO (seg)”	“t (s)”	“t (s)”
Análisis	Coloca correctamente las variables en cada eje con su correspondiente unidad. No usa símbolos para nombrarlas.	Coloca correctamente las variables en cada eje con su correspondiente unidad.	Coloca correctamente las variables en cada eje con su correspondiente unidad.

De acuerdo al análisis consignado en la Tabla I, no se detectan dificultades tanto al nominar los ejes coordenados como al indicar las unidades de las variables representadas.

Con respecto a la HC *Establecer proporcionalidad* se presenta un indicador representativo para cada estudiante.

TABLA II. Análisis de las producciones para la HC *Establecer proporcionalidad*.

<p>Establecer proporcionalidad. Consiste en determinar el factor de proporcionalidad (escala) entre la unidad de medida a lo largo del eje coordenado y el valor de la cantidad representada.</p> <p>Consigna: ... Recuerden que deben seleccionar una escala conveniente que les permita representar las incertezas.</p>			
	Lautaro	Francisco	Andrés
Indicador	“ESC 2 cm = 0,01 s” “ESC 1 cm = 6 mm”	[Para la posición dibuja un segmento de longitud 5mm y lo asocia a 0.010m].	“Escala x (10:0,01)” “Escala y (1:1)”
Análisis	<p>–En ocasiones no adopta una proporción sencilla (es decir, no trabaja con múltiplos de 5 o de 10).</p> <p>–En ocasiones la escala no permite graficar en forma proporcional las incertezas.</p> <p>–En un caso no utiliza toda la hoja, lo que permitiría apreciar mejor las incertezas.</p> <p>–En general indica demasiados valores en el eje.</p>	<p>–Generalmente no indica las escalas adoptadas.</p> <p>–En un caso recurre a un elemento geométrico (segmento).</p> <p>–En ocasiones no grafica las incertezas si bien la escala lo permitía.</p> <p>–Indica en ambos ejes coordenados todos los valores de la tabla; es decir, representa valores no equiespaciados.</p>	<p>–Al indicar la escala hace referencia a “x” e “y”; no menciona las variables físicas representadas.</p> <p>–Utiliza notación matemática; no acompaña los valores numéricos de la correspondiente unidad de medida.</p> <p>–Las barras correspondientes a la gráfica de las incertezas no respetan la escala.</p> <p>–La cantidad de valores indicados en los ejes podría reducirse.</p>

Del análisis de la Tabla II, se puede inferir que si bien en la notación de la escala se evidenciaron aspectos que aún deben ajustarse, los estudiantes no tuvieron dificultades para representar los valores medidos de acuerdo a la escala adoptada. Cabe destacar que, en general, al seleccionar la escala no tomaron en cuenta que ésta debe permitir graficar las incertezas; pues, al no representar todas las cifras significativas medidas, se pierde valiosa información experimental.

TABLA III. Análisis de las producciones para la HC *Ajustar*.

<p><i>Ajustar.</i> Supone aproximar una función a un dado conjunto de datos experimentales.</p> <p>Consigna: Utilizando los valores registrados en las tablas efectúen la representación gráfica de la posición en función del tiempo y de la velocidad en función del tiempo.</p>			
	Lautaro	Francisco	Andrés
Indicador	<p>(M1) “La gráfica de la velocidad describe una recta...”</p> <p>“...la gráfica de la posición es semejante a una recta con pendiente positiva.”</p> <p>(M2) “la gráfica de la posición describe una parábola.”</p>	<p>(M1) “la [gráfica] de posición en función del tiempo es una función lineal; la velocidad en función del tiempo es una función constante (aproximadamente)...”</p> <p>(M2) [las gráficas] “responden a una función cuadrática para la posición y una lineal para la velocidad (aproximadamente)...”</p>	
Análisis	<p>(M1 y M2) No traza curvas de ajuste.</p> <p>(M1) Si bien para la gráfica $v-t$ alude a un ajuste por una recta, no aclara que se trata de una función constante.</p> <p>(M1 y M2) En las gráficas $x-t$ reconoce correctamente las funciones asociadas. Esto indica que, a pesar de no trazar las curvas de ajuste, tiene en cuenta la tendencia del conjunto de datos.</p>	<p>(M1 y M2) No traza curvas de ajuste.</p> <p>(M1 y M2) Hay indicios de un razonamiento en términos de tendencia.</p>	<p>(M1 y M2) No traza curvas de ajuste.</p> <p>No hace mención a las funciones que se podrían asociar a los datos experimentales representados.</p>

Se observa (Tabla III) que ninguno de los tres estudiantes procedió al trazado de curvas continuas por los datos representados. De sus expresiones se evidencia que aún no han asimilado que, a pesar de la ineludible dispersión debida a las incertezas inherentes a las mediciones, en la mayoría de las GC es posible trazar una curva que pase por todas las barras de incerteza y que responda a una relación funcional conocida. Esto puede deberse a que la mayoría de los estudiantes que acceden a los cursos introductorios de física están familiarizados con gráficas de tipo teórico y no con gráficas de carácter experimental.

TABLA IV. Análisis de las producciones para la HC *Interpretar*.

<p><i>Interpretar</i>. Implica atribuir un significado a la información contenida en las GC, en función de una estructura conceptual disponible.</p> <p>Consignas: – Reflexionen sobre la gráfica obtenida [v–t], ¿está de acuerdo con lo que expresaron previamente en referencia a la caracterización del movimiento del estudiante? (Vale aclarar que en una consigna anterior se solicita que, a partir del análisis de los valores obtenidos de velocidad media, elaboren una conclusión en relación al movimiento del estudiante). – Analicen las gráficas obtenidas... Elaboren conclusiones. (M2)</p>			
	Lautaro	Francisco	Andrés
Indicador	<p>(M1) “La gráfica está de acuerdo con lo que se expresó anteriormente, ya que ésta se mantiene en una velocidad constante la mayor parte del tiempo.” [Más abajo] “La gráfica de la velocidad describe una recta, ya que la velocidad es constante.”</p> <p>(M2) “La gráfica de la posición describe una parábola, dado que no varía constantemente en función del tiempo, ya que la velocidad cambia y eso hace que recorra mayor distancia en el mismo intervalo de tiempo...”</p>	<p>(M1) “Según la gráfica el movimiento del estudiante es relativamente uniforme...”</p> <p>(M2) “... y una lineal para la velocidad (aproximadamente) si no hubiera rozamiento con el aire”.</p>	<p>(M1) “Analizando el resultado en base a las incertezas, podemos concluir que... se acerca en demasía al estudio del movimiento de un estudiante en línea recta.”</p>
Análisis	<p>(M1) De haber tenido en cuenta en su análisis las incertezas asociadas a las mediciones, podría haber trazado una gráfica de una función constante; lo cual le permitiría afirmar sin contradicciones que “la velocidad es constante” y no “...la mayor parte del tiempo...”</p> <p>(M2) Hace referencia a un cambio de velocidad a partir de la gráfica x–t; por lo cual no le es posible inferir que esa variación se puede considerar uniforme.</p>	<p>(M1) El término “relativamente” indicaría que la dispersión de valores no le permite considerar constante a la velocidad en el intervalo estudiado.</p> <p>(M2) La representación de los datos experimentales v–t no presenta una tendencia lineal (Figura 1). Justifica la diferencia entre lo que supone que debería ser y lo que observa indicando “si no hubiera rozamiento con el aire”.</p>	<p>(M1) Al mencionar “en línea recta” hace referencia a la trayectoria. Esto denotaría que confunde la información que da la gráfica, pues la curva permite inferir la expresión analítica del movimiento y no la trayectoria.</p> <p>(M2) No atribuye significado a las GC de este movimiento.</p>

Se evidencia (Tabla IV) que las proposiciones elaboradas son ambiguas, lo cual indica que aún persisten dudas al intentar expresar por escrito, a partir de los conocimientos disponibles, el significado otorgado a la información contenida en las GC. Las expresiones “la mayor parte del tiempo”, “aproximadamente”, “relativamente”, “en demasía” indicarían que, a pesar de estar orientados hacia un análisis en términos de tendencia, las variaciones de los valores individuales, intrínsecas a toda medición, les impiden a estos estudiantes comprometerse con una relación funcional conocida.

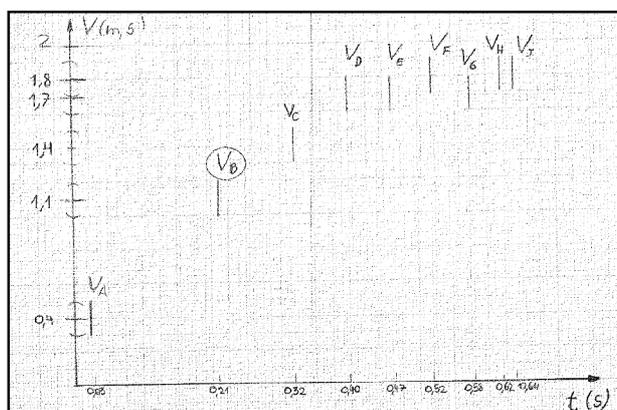
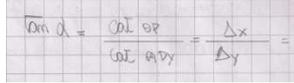
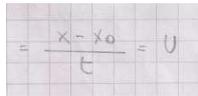
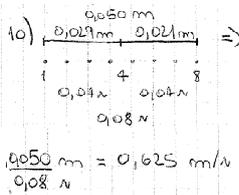
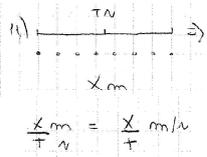


FIGURA 1. GC de la velocidad en función del tiempo para M2, realizada por Francisco.

Las HC, *Transformar* y *Vincular*, que se presentan a continuación son promovidas, de acuerdo a las actividades del material de trabajo para el aula, sólo en las consignas correspondientes al movimiento (M1). Cabe aclarar que tanto para los indicadores como en el análisis efectuado se conservó la notación con la que se referenciaron las consignas.

TABLA V. Comparación de producciones para la HC *Transformar*.

<p><i>Transformar.</i> Supone un proceso de conversión gráfica cartesiana–formulación matemática o formulación matemática–gráfica cartesiana.</p> <p>Consignas:</p> <p>(*) A partir de la gráfica de velocidad en función del tiempo, establezcan un procedimiento para determinar el desplazamiento del estudiante en un intervalo de 0,08 s.</p> <p>(**) En función de lo realizado, deduzcan una expresión general para determinar la posición de un móvil en función del tiempo cuando éste se desplaza con movimiento rectilíneo uniforme (MRU).</p> <p>(***) A partir de la gráfica de posición en función del tiempo, establezcan un procedimiento para determinar la velocidad con que ha caminado el estudiante.</p>			
	Lautaro	Francisco	Andrés
Indicador	<p>(**) “$X = X_0 + vt$”</p> <p>(***) [Gráfica x–t] “Como la velocidad es constante podemos formar un triángulo rectángulo y mediante la tangente obtener la velocidad con la que se desplaza.”</p>  	<p>(*) “A partir de la gráfica consideramos el intervalo de 0 a 0.11 [s] y vemos que la velocidad media coincide aproximadamente con la velocidad instantánea en esos puntos y es de 0.5 [m/s]. Entonces el desplazamiento fue t.v, es igual al desplazamiento en ese tramo. El desplazamiento fue de 0.04m”</p> <p>(**) “$x = x_0 + vt$”</p>	<p>(*)</p>  <p>“Significa que cada 0,01s [debería haber indicado 1s] el estudiante recorrió 0,625m”</p> <p>(**)</p>  <p>“El automóvil cada T_s recorrió X_m”</p> <p>(***) “Habría que tomar... el valor del eje y dividido el valor de x que le corresponde a ese punto”</p>
Análisis	<p>(*) No consigue explicar un procedimiento para obtener el desplazamiento en 0,08s a partir de la gráfica.</p> <p>(**) Efectúa el proceso de conversión.</p> <p>(***) Como en la gráfica no traza la curva de ajuste, no queda claro cómo graficaría ese “triángulo rectángulo” para obtener la tangente.</p>	<p>(*) Explicita un procedimiento adecuado para determinar el desplazamiento, sin mencionar que el producto t.v representa el área bajo la curva.</p> <p>(**) No explicita el razonamiento para el proceso de conversión (deducción de la expresión a partir de la GC).</p> <p>(***) Si bien establece un procedimiento, no lo hace a partir de la GC.</p>	<p>(*) Apela a un cálculo matemático sin atender a la consigna.</p> <p>(**) Generaliza el cálculo numérico efectuado, utilizando la letra X para la distancia recorrida y la T para el intervalo de tiempo, como expresión matemática del movimiento.</p> <p>(***) Recurre al planteo de un cociente tomando como referencia uno de los puntos representados ya que no traza la curva de ajuste.</p>

Del análisis de la Tabla V se observa que el proceso de conversión que implica, en este caso, un cambio de representación de un registro gráfico a un registro matemático es efectuado por dos de los estudiantes pero con limitaciones. En el caso del estudiante identificado como Lautaro no consigue explicitar cómo se puede obtener el desplazamiento en un determinado intervalo de tiempo a partir de la gráfica v–t. Mientras que Francisco no logra determinar la velocidad a partir de la gráfica x–t.

TABLA VI. Comparación de producciones para la HC *Vincular*.

<p><i>Vincular</i>. Implica reconocer las correlaciones que pueden establecerse entre los parámetros matemáticos de la ecuación asociada a la GC (tales como la pendiente de una recta, la ordenada al origen, entre otros) y determinadas magnitudes físicas.</p> <p>Consignas: (**) En función de lo realizado, deduzcan una expresión general para determinar la posición de un móvil en función del tiempo cuando éste se desplaza con movimiento rectilíneo uniforme (MRU). (***) A partir de la gráfica de posición en función del tiempo, establezcan un procedimiento para determinar la velocidad con que ha caminado el estudiante.</p>			
	Lautaro	Francisco	Andrés
Indicador	(**) “ $X = X_0 + Vt$ Donde X_0 es la posición del móvil en el instante de velocidad inicial... V es la velocidad con la que se desplaza... $t =$ tiempo.” (***) Gráfica $x-t$: “El valor de la pendiente es la propia velocidad. Por lo tanto, a mayor pendiente de la recta, mayor velocidad posee el estudiante; o viceversa.”	(**) “ $x = x_0 + vt$ ”	(***) Gráfica $x-t$: “Habría que tomar... el valor del eje y dividido el valor de x que le corresponde a ese punto.”
Análisis	(**) Explica correctamente el significado de las magnitudes físicas x_0 , v y t . (***) El reconocimiento del vínculo entre el parámetro de la gráfica y la magnitud física es correcto.	(**) Si bien la simbología utilizada en la relación funcional es correcta, no explica la vinculación con las magnitudes físicas correspondientes.	(***) Al no haber trazado la curva de ajuste no puede avanzar en establecer una correlación entre el cociente indicado y una determinada magnitud física.

En el caso de Francisco (Tabla VI) se observa que correlaciona los parámetros matemáticos de la función lineal con las magnitudes físicas x_0 y v de manera implícita en tanto Andrés no logra establecer tales correlaciones.

Si bien no se presentan consignas específicas asociadas a la HC *Relacionar*, la tarea de analizar el comportamiento de dos variables (posición y velocidad) respecto de una misma variable independiente (el tiempo) conlleva a establecer relaciones entre las respectivas GC; por lo que se analizó la activación de esta HC.

TABLA VII. Comparación de producciones para la HC *Relacionar*.

<p><i>Relacionar</i>. Implica establecer conexiones entre dos o más gráficas.</p>			
	Lautaro	Francisco	Andrés
Indicador	(M1) “... la posición varía en el tiempo en intervalos iguales, por lo que la gráfica de la posición es semejante a una recta con pendiente positiva”. “La gráfica de la velocidad describe una recta, ya que la velocidad es constante” (M2) “La gráfica de la posición describe una parábola (...), ya que la velocidad cambia y esto hace que recorra mayor distancia en el mismo intervalo de tiempo. La velocidad, en este caso no es más constante.”		
Análisis	(M1 y M2) Relaciona correctamente las gráficas entre sí y el significado físico de esas gráficas en cada caso.	No efectúa relación entre las gráficas posición-tiempo y velocidad-tiempo.	No efectúa relación entre las gráficas posición-tiempo y velocidad-tiempo.

De la Tabla VII se puede inferir que sólo Lautaro logra activar la HC *Relacionar*. En los otros casos establecer conexiones entre las gráficas no se constituyó en un aspecto al que deberían atender.

V. CARACTERIZANDO LA MODELIZACIÓN

Finalmente se identificaron los rasgos que caracterizan la modelización del fenómeno físico estudiado, vinculados al desarrollo de ciertas HC activadas por cada uno de los estudiantes.

El modelo gráfico construido por Lautaro se sustenta en las HC *Identificar*, *Establecer proporcionalidad* y *Ajustar*. Presenta las variables en cada uno de los ejes con las unidades correspondientes. Las escalas conformadas no permiten graficar las barras de incerteza con una longitud que respete la proporcionalidad establecida, lo que posibilitaría obtener mayor volumen de información de la GC. Algunos aspectos prácticos (escala sencilla) y formales (valores en los ejes, símbolos de las variables y unidades) del modelo no están refinados. El modelo no exhibe el trazado de la curva de ajuste. La interconexión entre los modelos gráfico y conceptual se manifiesta a través de la activación de la HC *Relacionar* y con un desarrollo menor por medio de la HC *Interpretar*. La interconexión entre los modelos gráfico y matemático está dada por la HC *Transformar*; la conversión de la información gráfica en una función matemática se presenta a través de expresiones y procedimientos generales sin resultados numéricos sobre la situación particular analizada. La activación de la HC *Vincular* posibilita la interconexión entre los modelos matemático y conceptual; la correlación se establece entre las variables algebraicas de la función de ajuste y su significado físico.

En el caso de Francisco, si bien ciertos elementos informativos internos estructurales (identificación de las variables con sus correspondientes unidades, determinación de la escala) son considerados en la construcción del modelo gráfico, otros elementos (explicitación de las escalas, barras de incerteza) sólo en algunos casos. El modelo no exhibe el trazado de la curva de ajuste. La interconexión entre los modelos gráfico y conceptual se manifiesta únicamente a partir de la activación débil de la HC *Interpretar*. La interconexión entre los modelos gráfico y matemático está limitada a la expresión formal que refiere al modelo matemático de un MRU. La explicitación de la relación funcional sin vincular los parámetros matemáticos a las magnitudes físicas correspondientes, manifiesta una interconexión débil entre los modelos matemático y conceptual.

El modelo gráfico que elabora Andrés se caracteriza por la activación de las HC *Identificar* y *Establecer proporcionalidad*. La representación de los valores medidos en el espacio gráfico responde a la escala seleccionada, no sucede lo mismo con la representación de las barras que corresponden a los intervalos de incerteza. El modelo no contempla el trazado de las curvas de ajuste; tampoco hace referencia a las funciones que se podrían asociar a los datos; es decir, no se activa la HC *Ajustar*. Las interconexiones modelo gráfico–modelo conceptual, modelo gráfico–modelo matemático y modelo matemático–modelo conceptual están ausentes.

VI. CONSIDERACIONES FINALES

Se evidenció que los aspectos aún no desarrollados en la construcción del modelo gráfico, fundamentalmente la adopción de una curva de ajuste, se constituyen en obstáculos al momento de atribuir significado a la información contenida en la GC, a partir del conocimiento conceptual disponible, condicionando las interconexiones entre los modelos gráfico, matemático y conceptual.

Esto puede deberse, en concordancia con García García (2005) y García García y Perales Palacios (2005), que estos estudiantes eran ingresantes que cursaban el espacio curricular Introducción a la Física correspondiente al primer semestre de las carreras de ingeniería y no estaban habituados en su formación escolar previa a trabajar con gráficas cartesianas de datos experimentales.

Es nuestra intención profundizar en la caracterización de la modelización de fenómenos físicos, a través de un seguimiento de los mismos estudiantes, luego de que hayan transitado por el siguiente curso de física.

REFERENCIAS

Ausubel, D., Novak, J. y Hanesian, H. (1983). *Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo*, México: Trillas.

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación, *La gaceta de la RSME*, 9(1), 143–168.

García García, J. (2005). La comprensión de las representaciones gráficas cartesianas presentes en los libros de texto de ciencias experimentales, sus características y el uso que se hace de ellas en el aula.

(Tesis Doctoral). Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales de la Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Granada. España.

García García, J. y Perales Palacios, F. (2005). ¿Afectan los usos didáctico y científico de las gráficas cartesianas a su comprensión? Un estudio con alumnos de bachillerato y universidad, *Didáctica de las Ciencias Experimentales y Sociales*, 19, 57–74.

García, J. y Rentería, E. (2011). Resolver problemas para aprender sobre los modelos, *Revista Q*, 6(11). Disponible en: <http://revistaq.upb.edu.co>

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, P. y Baptista Lucio, P. (2006). *Metodología de la investigación*. (4a. ed). México: Mc Graw Hill.

Postigo, Y. y Pozo, J. (2000). Cuando una gráfica vale más que 1000 datos: la interpretación de gráficas por alumnos adolescentes, *Infancia y Aprendizaje*, 90, 89–110.

Sánchez, M. (2002). La investigación sobre el desarrollo y la enseñanza de las habilidades de pensamiento, *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 4(1), 14 <http://redie.uabc.mx/redie/article/view/55/101>

Yanitelli, M., Scancich, M. y Pala, L. (2015). Análisis de propuestas didácticas que incorporan gráficas cartesianas, *Revista de Enseñanza de la Física*, 27(Extra), 17–25.

Yanitelli, M.; Scancich, M. y Pala, L. (2017), enviado a la revista *Lat. Am. J. Phys. Educ. (LAJPE)* en abril, en evaluación.