

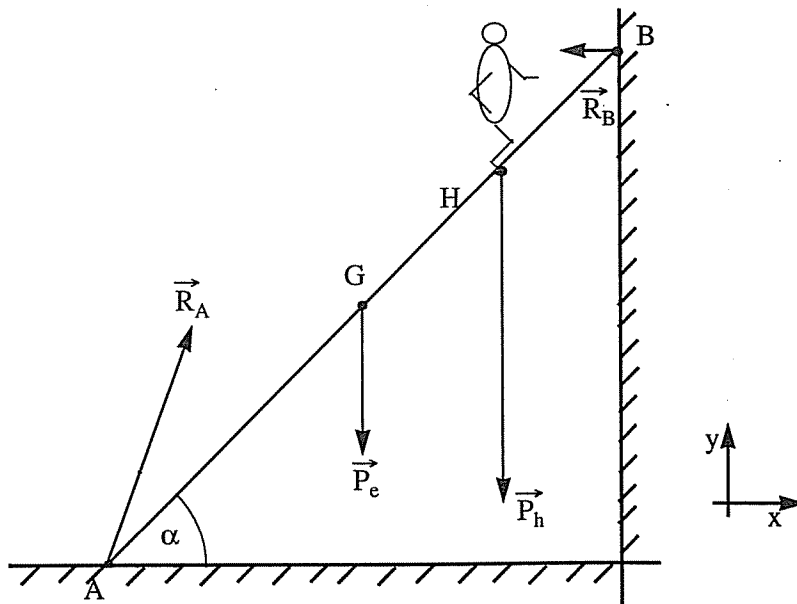
# PROBLEMAS COMENTADOS

## EL PROBLEMA DE LA ESCALERA APOYADA Y EN EQUILIBRIO.

### ENUNCIADO

La figura ilustra un problema clásico en los cursos iniciales de Física en la universidad: una "escalera" considerada homogénea, de largo  $l$  y peso  $P_e$ , está en equilibrio apoyada en el piso en el punto  $A$  y en la pared en  $B$ . Entre el piso y la escalera hay roce; entre la pared y la escalera, no lo hay.

Se pide calcular la fuerza de reacción del piso sobre la escalera,  $\vec{R}_A$ , y de la pared sobre la escalera,  $\vec{R}_B$ .



### RESPUESTA

Al releer el enunciado (operación indispensable) advertimos la palabra "homogénea". ¿Qué significa? De ella se desprende que su peso  $\vec{P}_e$  está aplicado en su punto medio,  $l/2$ .

Hay otra expresión que debe llamar la atención: la escalera "está en equilibrio". Esto significa que se están cumpliendo las dos condiciones para que un cuerpo rígido esté en equilibrio:

**1- Que la suma vectorial de todas las fuerzas aplicadas a la escalera sea nula: la escalera no puede desplazarse.**

¿Cuáles son las fuerzas aplicadas a la escalera?

Veamos:

- la que le aplica la Tierra, su peso  $\vec{P}_e$ ;
- la que le aplica el peso del hombre  $\vec{P}_h$ ;

- c) la reacción  $\vec{R}_A$  del piso en A;  
d) la reacción  $\vec{R}_B$  de la pared en B.

Debe cumplirse, entonces, que:

$$\vec{P}_e + \vec{P}_h + \vec{R}_A + \vec{R}_B = 0$$

Advirtamos que ésta es una suma de vectores en distintas direcciones; es un símbolo para representar dos ecuaciones entre números: una, la de las componentes sobre un eje  $x$  horizontal, y otra con las componentes sobre un eje  $y$  vertical.

Antes de escribir, si observamos los vectores advertiremos que los vectores  $\vec{P}_e$  y  $\vec{P}_h$  sólo tienen componentes  $y$  porque son verticales; que el vector  $\vec{R}_B$  sólo tiene componente sobre el eje  $x$  porque, al no haber roce, es horizontal.

Entonces las dos ecuaciones son:  
sobre el eje  $x$ :

$$R_{Ax} + R_{Bx} = 0 \quad (1)$$

sobre el eje  $y$ :

$$P_{ey} + P_{hy} + R_{Ay} = 0 \quad (2)$$

**2- Que la suma de los momentos de todas las fuerzas aplicadas sea nula: la escalera no puede rotar.**

Como podemos elegir el centro de momentos (o rotación), elijamos el punto A como dicho centro. Recordemos que el momento  $\vec{M}$  de una fuerza  $\vec{F}$  con respecto a un centro A es el producto vectorial:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

donde  $\vec{r}$  es el vector posición del punto de aplicación de la fuerza (origen en A y extremo en ese punto de aplicación), y que el vector  $\vec{M}$  es perpendicular al plano ( $\vec{r}, \vec{F}$ ). Entonces los momentos de estas fuerzas tienen todos la misma dirección, perpendicular al plano del dibujo; así, los módulos son:

$$M(P_e) = AG \cdot P_e \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = AG \cdot P_e \cdot \cos \alpha$$

$$M(P_h) = AH \cdot P_h \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = AH \cdot P_h \cdot \cos \alpha$$

$$M(R_A) = 0 \text{ (porque } \vec{R}_A \text{ pasa por A)}$$

$$M(R_B) = AB \cdot R_B \cdot \sin \alpha$$

Luego la suma vectorial nula es:

$$\vec{M}(P_e) + \vec{M}(P_h) + \vec{M}(R_B) = 0$$

Expresando las componentes de esta ecuación (sólo la correspondiente a la dirección perpendicular al papel) tenemos:

$$-AG \cdot P_e \cdot \cos \alpha - AH \cdot P_h \cdot \cos \alpha + AB \cdot R_B \cdot \sin \alpha = 0$$

Entonces, si el peso de la escalera está en su punto medio ( $l/2$ ), si el hombre está de pie en  $3l/4$ , resulta:

$$\begin{aligned} AG &= l/2; \\ AH &= 3l/4; \\ AB &= l; \end{aligned}$$

al reemplazar y simplificar por  $l$ :

$$-\frac{1}{2}P_e \cos \alpha - \frac{3}{4}P_h \cos \alpha + R_B \sin \alpha = 0$$

Luego:

$$R_B = \left(\frac{1}{2}P_e + \frac{3}{4}P_h\right) / \operatorname{tg} \alpha \quad (3)$$

Como ejercicio calculemos con los siguientes datos:  $P_e = 100 \text{ N}$ ;  $P_h = 800 \text{ N}$ ;  $l = 4 \text{ m}$ ;  $\alpha = 60^\circ$ .

De (3) resulta (sin escribir las unidades, pero asegurando previamente que todas sean del S.I.):

$$\begin{aligned} R_B &= \left(\frac{1}{2} \cdot 100 + \frac{3}{4} \cdot 800\right) / \operatorname{tg} 60^\circ \\ &\cong (50 + 600) / 1,732 \cong 375 \text{ N} \end{aligned}$$

Luego:

$$R_{Bx} = -375 \text{ N}$$

De (1):

$$R_{Ax} = -R_{Bx} \cong 375 \text{ N}$$

De (2):

$$\begin{aligned} R_{Ay} &= -P_{ey} - P_{hy} \\ &= -(-100 \text{ N}) - (-800 \text{ N}) \\ &= 900 \text{ N} \end{aligned}$$

Es interesante calcular el ángulo  $\beta$  que forma la reacción  $R_A$  con el eje horizontal:

$$\operatorname{tg} \beta = R_{Ay} / R_{Ax} = 900 / 375 = 2,4$$

$$\begin{aligned} \beta &= \operatorname{arc} \operatorname{tg} 2,4 \\ &= 67^\circ 30' \end{aligned}$$

A continuación y en lugar del habitual "Problema para que comenten los lectores", proponemos algunos ejercicios referentes al "Problema de la escalera apoyada y en equilibrio".

---

## EJERCICIOS

---

### EJERCICIO NRO. 1.

Repita el procedimiento de cálculo, pero tomando el punto  $B$  como centro de momentos.

### EJERCICIO NRO. 2.

¿Dónde debe colocarse el hombre para que  $\vec{R}_A$  tenga la dirección de la escalera? (o sea, para que  $\beta = \alpha$ ).

### EJERCICIO NRO. 3.

c) La escalera está apoyada en  $A$  y en  $B$ ; y no hay nadie subido a ella. Calcular las reacciones  $\vec{R}_A$  y  $\vec{R}_B$  y expresarlas en función del ángulo  $\alpha$  que la escalera forma con el piso.

---

### AL LECTOR:

Le pedimos al lector que nos envíe su respuesta comentada. Publicaremos las más interesantes con el nombre de sus autores.

# REVISTA DE ENSEÑANZA DE LA FÍSICA

## NÚMEROS ATRASADOS

El Proyecto 3 de la Asociación de Profesores de Física de la Argentina, informa a los lectores que se encuentran disponibles para la venta los siguientes números atrasados:

### Volúmenes Ordinarios (\$8.- el ejemplar)

Volumen 1 - Nro. 1	Volumen 1 - Nro. 2
Volumen 2 - Nro. 1	Volumen 2 - Nro. 2
Volumen 3 - Nro. 1	
Volumen 4 - Nro. 1	
Volumen 5 - Nro. 1	Volumen 5 - Nro. 2
Volumen 6 - Nro. 1	Volumen 6 - Nro. 2
Volumen 7 - Nro. 1	Volumen 7 - Nro. 2
Volumen 8 - Nro. 1	Volumen 8 - Nro. 2
Volumen 9 - Nro. 1	Volumen 9 - Nro. 2
Volumen 10 - Nro. 1	Volumen 10 - Nro. 2

### Volúmenes Extraordinarios (\$10.- el ejemplar)

**Número Extraordinario Nro. 1:** incluye los principales resultados de la V REUNION LATINOAMERICANA SOBRE EDUCACION EN LA FISICA (V RELAEF), realizada en la ciudad de Gramado, en agosto de 1992.

**Número Extraordinario Nro. 2:** Tesis Doctoral (versión abreviada) LAS PRÁCTICAS DE FISICA BASICA EN LABORATORIOS UNIVERSITARIOS, de la Dra. Julia Salinas (U.N. de Tucumán).

*Revista de  
Enseñanza  
de la Física*

**Colecciones  
Completas  
\$100.-**