

TEMAS DE FISICA

LA "GRAN EXPLOSION": UN MODELO DE COSMOLOGIA RELATIVISTA

REINALDO J. GLEISER Y VICTOR H. HAMITY

Facultad de Matemática, Astronomía y Física, Universidad Nacional de Córdoba, Laprida 854, 5000 Córdoba, ARGENTINA

RESUMEN

Se considera el modelo cosmológico de la "Gran Explosión" ("Big Bang"), desde el punto de vista de la Relatividad General.

Introducción

La reciente resonancia periodística alcanzada por la divulgación de los datos obtenidos por el observatorio espacial COBE de la NASA, ha reavivado el interés público en la cosmología en general y en el denominado modelo de la "Gran Explosión" ("Big Bang") en particular. Como consecuencia de este interés se han publicado numerosos artículos en distintos medios de difusión, con exposiciones orientadas a la divulgación, sin entrar a considerar aspectos técnicos que podrían estar más allá del interés o comprensión del lector al cual están dirigidos, pero dando un buen pantallazo de los aspectos generales, consecuencias e importancia de estos descubrimientos.

Por otro lado, el tema es motivo también de gran interés para el especialista, promoviendo la publicación de trabajos de investigación, cuyo contenido es de difícil acceso para quién no es un experto en esta área.

Por estas razones creemos oportuno llamar la atención sobre algunos aspectos de la cosmología, desde el punto de vista de la

Relatividad General, teniendo en mente a un lector con conocimientos básicos de Física General que, conjuntamente con la lectura de los artículos de divulgación a que hemos hecho referencia, quisiera profundizar un poco más en esta apasionante rama del conocimiento.

En lo que sigue, hacemos una rápida referencia a las razones que condujeron a la introducción de la Relatividad Especial y como de ésta se llegó a la Relatividad General, aplicando luego estas ideas a la construcción de un modelo cosmológico, cuyo acuerdo con la observación parece afirmarse cada vez más.

Las teorías previas a la Relatividad General

Probablemente desde que el hombre adquirió conciencia de su existencia y de la distinción entre su persona y el medio ambiente, comenzó a elaborar modelos que le permitieran describir el entorno de una manera comprensible o, al menos, aceptable.

En estos primeros esbozos deben de haber jugado un papel fundamental tanto la experiencia como los deseos, temores y prejuicios propios de cada sociedad y civilización, lo que dió lugar a los distintos modelos, mitos y creencias sobre el origen, conformación y evolución del Universo del que

formamos parte.

Con la expansión de las fronteras a través de los largos viajes de exploración o conquista, la natural idea de que la Tierra era plana cedió lugar al convencimiento de que nuestro planeta era redondo y no presentaba "bordes" o límites.

Sin embargo, transcurrió bastante tiempo antes de que la idea copernicana de que nuestro planeta no ocupaba una posición central en el Universo fuera generalmente aceptada. En efecto, después de haber establecido Kepler sus tres leyes que indican una extraordinaria simplicidad y unificación en los movimientos planetarios si se acepta que el Sol estaba fijo, y de haber descubierto Galileo la existencia de los satélites mayores de Júpiter, fue necesario llegar a la fundamental síntesis de Newton, unificando los fenómenos terrestres con los celestes, para que el modelo actual del sistema solar adquiriera, paulatinamente, aceptación universal.

La construcción newtoniana del sistema solar se basa en tres aspectos fundamentales: *una teoría del espacio y el tiempo, las leyes de la dinámica y una teoría de la gravitación*. En la visión newtoniana, el espacio es absoluto, es decir todos los observadores, independientemente de su estado de movimiento uniforme o reposo, pueden arribar a las mismas propiedades geométricas del espacio y concluir que las relaciones entre ángulos y distancias obedecen la geometría de Euclides. El tiempo también es absoluto, lo que puede interpretarse como la afirmación de que el intervalo de tiempo que separa a dos sucesos es independiente de la ubicación y estado de movimiento del observador. Esto implica que si dos sucesos son simultáneos para algún observador, deben serlo para cualquier otro, y que las relaciones geométricas (distancia, ángulos, etc), definidas por sucesos simultáneos son también independientes del observador. Una consecuencia fundamental de estas propiedades del espacio y el

tiempo postuladas por Newton es la *ley lineal de adición de velocidades*.

La suposición de que el centro de masa del sistema solar (prácticamente el centro del Sol mismo), estaba en reposo, resultó sólo una conveniente simplificación, consistente con las leyes de la mecánica, pero imposible de verificar experimental u observacionalmente.

La teoría newtoniana de la gravitación, basada en la idea de acción instantánea a distancia, condujo a una descripción matemática del sistema planetario en un acuerdo casi perfecto con la observación, lo que reafirmó la confianza en la validez de la estructura euclídea del espacio y el carácter absoluto del tiempo, postulados por Newton.

Estos postulados fueron puestos a prueba por diversos razonamientos. Por un lado, desde el punto de vista estrictamente conceptual, al descubrirse la posibilidad de geometrías alternativas a la de Euclides, y por otro, al intentar la verificación experimental de las consecuencias de la teoría de los fenómenos electromagnéticos formulada por Maxwell. En esta teoría, si se conserva la idea de tiempo absoluto y geometría euclídea del espacio, es necesario aceptar la existencia de un sistema de referencia especial, que puede considerarse en reposo absoluto, en el cual estas leyes adoptan su forma matemática más simple. La búsqueda de este sistema absoluto, analizando la velocidad de la luz en distintas direcciones en un laboratorio en la tierra, arrojó el sorprendente resultado de que, en contraste con lo esperado y con lo que indicaría la ley de adición de velocidades, la propagación de la luz era isotrópica (es decir, no mostraba ninguna dependencia con la dirección) en todos los sistemas (inerciales) de referencia.

Correspondió a varios pensadores, entre los que se destacaron Poincaré y especialmente Einstein, el advertir que este resultado, al ser totalmente incompatible con la ley de

adición de velocidades, lo es también con la estructura del espacio y del tiempo de la cual ésta se deriva.

Justamente, tomando como punto de partida estos hechos, Einstein formula en 1905 su *Teoría Especial de la Relatividad*, postulando la existencia y equivalencia de los sistemas inerciales y la constancia de la velocidad de la luz en dichos sistemas. Con esto la teoría electromagnética de Maxwell tenía la misma forma matemática simple en todo sistema inercial.

Estos postulados son compatibles sólo si se dejan a un lado las ideas newtonianas sobre el espacio y el tiempo y se las reemplaza por una nueva concepción, la del espacio-tiempo, en la cual el tiempo no es más absoluto y la simultaneidad depende del observador.

La Teoría Especial de la Relatividad lograba dar así un marco descriptivo en total acuerdo con la experiencia, siempre que los efectos gravitatorios fueran despreciables. Sin embargo, resultó evidente, y así lo enfatizó Einstein ya desde su formulación, que la teoría de la gravitación newtoniana, en la que la acción instantánea a distancia juega un papel central, no podía incorporarse a este marco sin sufrir modificaciones conceptuales muy profundas.

El principio de equivalencia

El camino seguido por Einstein para llegar a esta modificación puede apreciarse a través de un *experimento pensado*, que él mismo diseñó. Imaginemos primero un ascensor en el que se encuentran un observador y diversos objetos. Si el ascensor está en reposo (por ejemplo, en el segundo piso de un edificio), los objetos tienen "peso" y caen al piso si no están sujetos o apoyados. El mismo observador tiene una posición natural de equilibrio parado o sentado. Si de pronto se corta el cable, y el ascensor comienza a caer libremente, desde el punto de vista del experimentador los objetos de-

jan de tener peso, y pueden permanecer en equilibrio, respecto de la caja del ascensor, en cualquier posición, sin necesidad de estar apoyados. El mismo observador no tiene una posición natural de equilibrio dentro de la caja, en tanto ésta permanezca en caída libre.

Supongamos ahora que la misma caja, con el mismo observador y objetos, se ubica en el espacio exterior, como un satélite artificial alrededor de la Tierra. Los objetos en esta situación carecen nuevamente de peso, es decir no muestran ninguna tendencia a moverse hacia el piso o alguna otra dirección. El observador no tiene una posición natural de equilibrio y flota libremente en la caja, como se ha podido observar en algunas filmaciones recientes realizadas por los astronautas. Pero si se ata el cable del ascensor a una nave espacial que tira del mismo y acelera la caja con una aceleración del mismo valor que la gravedad en la Tierra, los objetos se comportarán respecto de la caja exactamente como si tuvieran peso. El observador volverá a adquirir una posición natural de equilibrio respecto del piso y los objetos que no estén apoyados o sujetos "caerán" al piso.

Para Einstein el hecho importante es que si al observador dentro de la caja no se le permite mirar hacia afuera, entonces no puede distinguir de cual situación se trata, observando sólo el comportamiento de los objetos que tiene a su alrededor. Por ejemplo, no puede decidir si el ascensor está en caída libre cerca de la Tierra o en órbita alrededor de la misma, ya que en ambos casos no existe en el ascensor una dirección privilegiada ni aceleración de los cuerpos libres. Similarmente, no puede distinguir entre el caso del ascensor suspendido de su cable en la Tierra o arrastrado por una nave espacial con aceleración uniforme.

Einstein introduce la noción de *Sistema de Referencia Localmente Inercial*, para referirse a aquellos sistemas en cuyo entorno no se advierten direcciones privilegiadas y

los cuerpos libres de fuerza no sufren aceleraciones. En particular, cualquier sistema de referencia fijo al ascensor es localmente inercial cuando el ascensor está en caída libre cerca de la Tierra o en órbita alrededor de la misma o, más generalmente, libre en el espacio exterior alejado de todo otro cuerpo. Como a través de experiencias físicas locales no es posible establecer de cual de estas situaciones se trata, Einstein propone que las leyes de la Física deben formularse de modo de tener en cuenta esta situación, e insistiendo en que cualesquiera sean las experiencias que se realicen, las mismas no deben permitir diferenciar entre estos sistemas (*Principio de Equivalencia*).

Una consecuencia inmediata de este principio es que localmente se puede prescindir de los campos gravitatorios, y el movimiento de los planetas en órbitas elípticas alrededor del Sol se reinterpreta entonces como una manifestación de la *curvatura* del espacio-tiempo, por la presencia de la materia del Sol. Otra consecuencia notable de este Principio, al aplicarlo a la propagación de la luz, es que ésta debe ser desviada por los campos gravitatorios. En efecto, para que la luz se propague en forma rectilínea en el ascensor en caída libre, (como lo exige la equivalencia con lo que ocurre en el ascensor en el espacio exterior), es necesario que la trayectoria de la luz se curve respecto de un observador fijo en la Tierra. El mismo efecto debe ocurrir con la luz proveniente de las estrellas lejanas que pasa cerca del Sol. Justamente esta predicción fué confirmada en la observación de un eclipse total de Sol en 1918. Todas estas consecuencias y otras predicciones que recibieron confirmación observacional o experimental, están contenidas en La Teoría de la Relatividad General, propuesta por Einstein en 1916. Un esbozo de dicha teoría se desarrolla a continuación.

La estructura del espacio y el tiempo

El Principio de Equivalencia nos conduce a modificar nuevamente nuestras ideas sobre la estructura del espacio y del tiempo. Para presentar someramente los nuevos conceptos conviene introducir la noción de *suceso*, correspondiente a un fenómeno físico que ocurre en un punto y en un dado instante de tiempo. Podemos entonces definir al *espacio-tiempo* como el conjunto de todos los sucesos que han ocurrido, ocurren u ocurrirán en el Universo. Este nombre se origina en el hecho de que se le puede asignar a cada suceso una localización en el espacio mediante un sistema de coordenadas y un instante de tiempo medido con un reloj arbitrario. La única condición que se impone es que sucesos distintos difieran necesariamente en alguna de las coordenadas o en el tiempo que se le asigna.

En ausencia de campo gravitatorio, es posible elegir sistemas de referencia inerciales globales en los que las coordenadas forman un sistema cartesiano ortogonal. La distancia entre dos puntos es entonces simplemente

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \quad (1)$$

donde (x_1, y_1, z_1) y (x_2, y_2, z_2) son las coordenadas de los puntos. Similarmente, el intervalo de tiempo t que separa a dos sucesos A y B que ocurren en esos puntos en instantes t_1 y t_2 está dado por

$$t = |t_2 - t_1| \quad (2)$$

Si los mismos sucesos son observados ahora desde otro sistema en movimiento uniforme respecto del primero, se tendrá para la distancia que los separa en este otro sistema:

$$d' = \sqrt{(x'_2 - x'_1)^2 + (y'_2 - y'_1)^2 + (z'_2 - z'_1)^2} \quad (3)$$

donde (x'_1, y'_1, z'_1) y (x'_2, y'_2, z'_2) son las coordenadas de los puntos correspondientes

desde el nuevo sistema. El nuevo intervalo temporal será

$$t' = |t'_2 - t'_1| \quad (4)$$

En la física newtoniana es siempre $t = t'$ y en general $d \neq d'$. Si los sucesos son simultáneos, $t = t' = 0$, resulta siempre $d = d'$ para cualquier observador (inercial). En estos casos la distancia entre dos sucesos tiene un carácter invariante. Esta invariancia de la simultaneidad, y por ende de la distancia, entre dos sucesos es la que deja de ser válida en la Teoría de la Relatividad. En su lugar se introduce el *intervalo s*, entre los dos sucesos A y B, que queda definido por:

$$s^2 = d^2 - c^2t^2 \quad (5)$$

donde c es la velocidad de la luz en el vacío, y se postula su invariancia; es decir, si desde otro sistema se miden una distancia d' y tiempo t' entre los mismos sucesos, entonces debe ser:

$$d'^2 - c^2t'^2 = d^2 - c^2t^2 \quad (6)$$

es decir, en general, pueden ser $d \neq d'$ y $t \neq t'$, pero siempre debe valer (6). En particular, si $s^2 = 0$ para algún observador, entonces debe serlo para cualquier otro. Pero esto corresponde justamente a la invariancia de la velocidad de la luz, ya que en este caso se tiene $d = ct$. También puede verse que si $s^2 < 0$, entonces existe un observador inercial para el cual $d' = 0$, es decir A y B ocurren en el mismo punto y $t' = |s|$ es el intervalo de tiempo que separa a A y B. t' se llama en este caso el *tiempo propio* del observador entre A y B. Cuando $s^2 > 0$, se puede encontrar un observador inercial tal que $t' = 0$, es decir, para él los sucesos A y B son simultáneos; en este caso $d' = |s|$ es la *separación propia* entre los sucesos.

En presencia de campos gravitatorios se definen sistemas localmente inerciales y no es posible dar un sistema inercial global. Esto se puede comprender pensando en dos ascensores ubicados uno en el polo Sur y

otro en el polo Norte. Si se encuentran los dos en caída libre, claramente uno se verá acelerado desde el otro, por lo que no hay un sistema de referencia desde el cual los movimientos de los cuerpos libres dentro de cada ascensor se vean simultáneamente no acelerados. Es entonces necesario recurrir a sistemas inerciales locales y debemos restringirnos a un entorno reducido en el espacio y el tiempo, es decir a sucesos próximos, para mantener nuestra noción de intervalo. Como las coordenadas y el tiempo sólo sirven para identificar sucesos, la relación entre el intervalo y éstos es más compleja que en ausencia de gravitación. Es conveniente cambiar los nombres de las coordenadas y el tiempo y agruparlos mediante los reemplazos: $t = x^0$, $x = x^1$, $y = x^2$ y $z = x^3$. Con esto, el intervalo Δs entre dos sucesos próximos, uno con coordenadas (x^0, x^1, x^2, x^3) y otro con $(x^0 + \Delta x^0, x^1 + \Delta x^1, x^2 + \Delta x^2, x^3 + \Delta x^3)$, se expresa mediante la fórmula:

$$(\Delta s)^2 = \sum_{i,j=0}^3 g_{ij} \Delta x^i \Delta x^j \quad (7)$$

donde los índices (i, j) en la suma toman los valores 0, 1, 2, 3. Los coeficientes g_{ij} son funciones de las coordenadas x^k y determinan la *métrica*, es decir el valor del intervalo $(\Delta s)^2$ entre dos sucesos próximos. Las ecuaciones de la Relatividad General, propuestas por Einstein y que no escribiremos aquí, relacionan a los g_{ij} con la distribución de materia. Esto es, para conocer la métrica del espacio-tiempo, y por consiguiente las trayectorias de cuerpos libres en el espacio, tales como los planetas alrededor del Sol, es necesario resolver las ecuaciones de Einstein a partir del conocimiento de la distribución de materia y las condiciones de simetría (por ejemplo la masa del Sol y que éste es esférico). Veamos cómo funciona esto en un modelo cosmológico.

Un modelo cosmológico relativista

La evidencia observacional astronómica actualmente disponible nos indica que las estrellas se concentran en gigantescas aglomeraciones, llamadas *galaxias*, que contienen centenares de miles de millones de estrellas. Aunque hay muchas variaciones individuales, éstas tienen dimensiones típicas de centenares de miles de años luz (1 año luz = $9,4 \cdot 10^{12}$ km) y se encuentran separadas entre sí por regiones vacías, a distancias del orden o mucho mayores que sus diámetros. Sin embargo, si se dejan a un lado detalles y se consideran ámbitos suficientemente grandes como para que contengan centenares de miles a millones de galaxias, la distribución de éstas en el Universo aparece, desde nuestra posición, como esencialmente isotrópica, es decir se observan las mismas propiedades en todas las direcciones.

Desde la aceptación generalizada del modelo copernicano del sistema solar, la Tierra dejó de ser el centro del Universo. A su vez hoy se sabe que el Sol es sólo una estrella típica de las que componen nuestra galaxia (la Vía Láctea), en la que tampoco ocupa un lugar privilegiado. La Vía Láctea parece ser también típica dentro de la clase de las *galaxias espirales*. Estos hechos han conducido a la *hipótesis cosmológica copernicana*, de que la Vía Láctea tampoco ocupa un lugar privilegiado en el Universo. Si esto es cierto, la observación de que la distribución de galaxias vista desde nuestra posición es isotrópica conduce a que esta distribución debe ser esencialmente uniforme y homogénea en el espacio. Esta hipótesis ha recibido recientemente un fuerte respaldo al confirmarse con un alto grado de precisión, mediante las mediciones efectuadas por el satélite COBE (Goss Levi, 1992), que el *fondo cósmico de radiación de microondas*, descubierto en 1965 por Penzias y Wilson, es isotrópico con una precisión de una parte en cien mil. En realidad, esta isotropía se manifiesta

para ciertos observadores en un particular estado de movimiento en cada punto del espacio. Podemos pensar a estos observadores como "en reposo" respecto del fondo de radiación cósmico, o como se dice técnicamente, en *comovimiento* con respecto a este fondo (*observadores comóviles*). En este sentido, las observaciones del COBE indican que la Tierra se mueve a 365 km/s, "respecto de un observador local comóvil" en la dirección del cúmulo de Leo.

Un sistema de coordenadas

Si consideramos el espacio-tiempo correspondiente a nuestro Universo como un todo, a cada observador comóvil le corresponde una curva o trayectoria (llamada su *línea mundo*) en este espacio-tiempo. Por su definición el conjunto de todas estas *líneas mundo* tiene la propiedad de que por cada suceso pasa una y sólo una de ellas.

Por otra parte, por la hipótesis cosmológica, la evolución y aspecto del Universo deben ser esencialmente los mismos para cualquier observador comóvil. Para transformar estas aseveraciones en una forma matemática especial para la métrica del espacio-tiempo de nuestro Universo, es útil convenir en un sistema de coordenadas adaptado a la familia de los observadores comóviles. Para esto, como por cada suceso pasa una sola *línea mundo* de un observador comóvil, para identificarlas basta con identificar un suceso sobre cada una de ellas. Los restantes sucesos sobre la *línea mundo* quedan identificados por el tiempo propio que les asigna el correspondiente observador. Consistentemente con la hipótesis cosmológica, se pueden elegir los tiempos para todos los observadores comóviles de modo que tiempos iguales para distintos observadores indiquen el mismo estado de evolución del Universo. Tomando ahora como origen la posición de uno de estos observadores, a un dado tiempo, podemos determinar la posición de todos los sucesos simultáneos con

éste (el espacio ambiente en un determinado momento), tomando como coordenadas la distancia r a que se encuentran del origen y dos ángulos: la colatitud θ y la longitud ϕ en la esfera celeste correspondientes a la dirección en que se ve el suceso desde el origen. Con estas coordenadas se pueden identificar entonces a todos los sucesos del espacio-tiempo. Debido a la acción del campo gravitatorio que genera la materia presente en el Universo, las distancias entre los observadores comóviles pueden cambiar en el tiempo de una manera que queda determinada al dar la métrica para el espacio-tiempo. Las formas posibles de esta métrica fueron obtenidas por varios autores, por lo que en general se las conoce como *métricas de Fridman-Lemaitre-Robertson-Walker*. Consideraremos sólo el caso más simple dado por:

$$(\Delta s)^2 = -c^2(\Delta t)^2 + R^2(t) [(\Delta r)^2 + r^2(\Delta\theta)^2 + r^2 \text{sen}^2(\theta)(\Delta\phi)^2] \quad (8)$$

La distancia entre dos observadores comóviles, a un mismo tiempo, es proporcional a la función $R(t)$ y ésta define, por lo tanto, la *escala del Universo*. Esta función queda determinada por las ecuaciones de Einstein una vez que se conoce el tipo de materia que llena el Universo y su ecuación de estado. Dos ejemplos importantes, que utilizaremos más abajo, corresponden respectivamente al caso en que se tiene el equivalente a un gas de partículas libres o *polvo*, en donde

$$R(t) = (t/t_0)^{2/3} \quad (9)$$

y al caso en que la materia tiene una ecuación de estado correspondiente a radiación en equilibrio térmico o simplemente *radiación*:

$$R(t) = (t/t_0)^{1/3} \quad (10)$$

En ambos casos hemos fijado $R(t_0) = 1$, donde t_0 corresponde al momento actual

y se estima su valor en aproximadamente quince mil millones de años. De esta manera r indica la distancia actual a que se encuentra el suceso con coordenadas (t_0, r, θ, ϕ) . Lo que esto significa es que si un cierto observador comóvil se encuentra en el momento actual a la distancia r , su distancia D en cualquier otro instante t anterior está dada por $D = rR(t)$ y, por lo tanto, cambia a medida que transcurre el tiempo. La velocidad de alejamiento está dada por $v = dD/dt$, que, en los dos casos se puede poner en la forma $v = (a/t)D$, donde a es una constante, indicando que en cada época la velocidad es proporcional a la distancia (Ley de Hubble).

En realidad, esto es significativo si las distancias no son muy grandes, porque sólo podemos observar los objetos, o sucesos, a través de la luz que recibimos de ellos, y ésta demora en llegar a nosotros un tiempo tanto mayor cuanto mayor es la distancia que debe recorrer, de modo que la luz que recibimos ahora de objetos lejanos sólo nos revela información sobre sucesos ocurridos también en un pasado lejano y no en la época actual. Para poder relacionar esta información con la estructura del Universo es necesario conocer la forma de la función $R(t)$, y para ello es necesario un modelo concreto. Por ejemplo, en una primera aproximación, y para épocas próximas a la actual, sólo nos interesa la estructura en escalas grandes, aún comparadas con el tamaño de nuestra galaxia. (Esto es similar a la aproximación de tomar los planetas como puntos materiales, cuando se estudia el sistema solar.) En esta escala, se pueden considerar a las galaxias como puntos materiales, uniformemente distribuidos y en comovimiento. También es consistente, en la época actual, despreñar la energía contenida en forma de radiación electromagnética, la que es muy pequeña en relación al aporte de la materia contenida en las galaxias. En este modelo idealizado, la materia del Universo constituye lo que se denomina un *gas sin presión* o *polvo* y, por

lo tanto, la escala del Universo está dada por (9).

Las trayectorias de los rayos de luz

Si observamos la dependencia de R con t , vemos de inmediato que si consideramos tiempos cada vez más lejanos en el pasado, es decir si nos aproximamos a $t = 0$, la escala $R(t)$ es cada vez más pequeña, lo que implica que la densidad del Universo aumenta hacia el pasado, porque los cuerpos se encuentran más y más próximos. Debido a este aumento en la densidad, se llega a un punto en que la condición de presión nula no es más válida. Por otra parte, aún cuando en la época actual la densidad de energía correspondiente a la radiación de fondo es muy baja, si vamos hacia el pasado esta densidad crece, juntamente con su temperatura, hasta superar a la de la materia y hacerse dominante en una época que se sitúa alrededor de $t \simeq 500.000$ años. De esta manera, la Relatividad General nos indica que en las épocas tempranas el Universo estaba en un estado de alta densidad y temperatura. En este estado, si la temperatura es superior a unos 5.000 K, la luz no puede propagarse libremente debido a que la materia está ionizada e interactúa fuertemente con la radiación electromagnética. Sólo cuando la temperatura desciende por debajo de unos 1.000 K el Universo se vuelve transparente y la luz se propaga libremente, llevando información (y la posibilidad de reconstruir imágenes) de un punto a otro. Este *desacoplamiento* se produjo cuando la edad del Universo era también de unos 500.000 años, por lo que, a los efectos de considerar las trayectorias de los rayos de luz, podemos considerar sólo los tiempos posteriores al desacoplamiento y tomar (9) como una aproximación de la escala del Universo.

Nuestro problema es entonces conocer cómo se mueve la luz (en la imagen de partícula, sería cómo se mueve una partícula de luz ó *fotón*) en este tipo de Universo. Para ello

recurrimos nuevamente a la métrica y recordamos que la condición que satisface un rayo de luz es que $(\Delta s)^2 = 0$. Si consideramos además que sólo nos interesan rayos de luz que se dirigen directamente hacia nosotros, los ángulos θ y ϕ , deben tomar valores fijos constantes, o sea, deben ser $\Delta\theta = 0$ y $\Delta\phi = 0$ a lo largo de las trayectorias de estos rayos. Luego, para un rayo de luz que se mueve hacia (o se aleja de) nosotros debe ser:

$$0 = -c^2(\Delta t)^2 + R^2(t)(\Delta r)^2 \quad (11)$$

o, lo que es matemáticamente lo mismo,

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = \frac{c^2}{R^2(t)} \quad (12)$$

Teniendo en cuenta (9), esta ecuación se puede integrar, obteniéndose r en función de t . Nuevamente, esto sólo define la relación entre las coordenadas r y t . Si llamamos $D(t) = R(t)r(t)$ a la distancia que nos separa del rayo de luz al tiempo t , de lo anterior resulta,

$$D(t) = 3c(t - t_0^{1/3}t^{2/3}) \quad (13)$$

El tiempo t_0 indica ahora el instante en que el rayo de luz es recibido por nosotros en $D = 0$. Notemos que aunque $dD/dt \neq c$ en general, se obtiene $dD/dt = c$, si se evalúa en $D = 0$, es decir, el rayo de luz tiene la velocidad c cuando pasa por la vecindad del observador en $D = 0$. El hecho de que $dD/dt \neq c$ para otros puntos, aún cuando todos los observadores comóviles son equivalentes, es simplemente una manifestación de la *curvatura* del espacio tiempo, al igual que en un planisferio, en el que la curvatura de la superficie terrestre se manifiesta en una distorsión aparente de las formas y distancias, respecto de su real valor.

Efecto Doppler

El movimiento relativo de las galaxias entre sí da lugar a un corrimiento de las frecuencias de la luz recibida respecto del valor que

éstas tienen al ser emitidas. Esto se conoce como el *efecto Doppler*; y, para distancias y velocidades no muy grandes, si llamamos λ_e a la longitud de onda de la luz emitida y λ_r a la recibida, el corrimiento Doppler está dado por:

$$z = \frac{\lambda_r - \lambda_e}{\lambda_e} \simeq \frac{v}{c} \quad (14)$$

en donde v es la velocidad de la fuente con respecto al receptor. Sin embargo, si las velocidades o las distancias son grandes, debemos tener en cuenta la influencia de la gravedad sobre la luz. Recordemos que si τ_e y τ_r son respectivamente los períodos de la luz emitida y recibida, se tienen las relaciones:

$$c = \frac{\lambda_e}{\tau_e} = \frac{\lambda_r}{\tau_r} \quad (15)$$

y por lo tanto

$$z = \frac{\tau_r - \tau_e}{\tau_e} \quad (16)$$

Consideremos ahora un intervalo de tiempo, en el que la luz es recibida, que se inicia al tiempo t_0 y se completa al tiempo $t_0 + \tau_r$. Si suponemos que esta luz fue emitida desde la galaxia con coordenadas (r, θ, ϕ) , comenzando en el instante t_e y completándose en $t_e + \tau_e$, entonces, de acuerdo a (9) y (13), debe cumplirse la relación

$$r \left(\frac{t_e}{t_0} \right)^{2/3} = 3c(t_e - t_0^{1/3} t_e^{2/3}) \quad (17)$$

donde el lado izquierdo expresa la distancia a la galaxia y el derecho la distancia al rayo de luz, en el instante correspondiente al inicio del período y de tal modo que la luz es recibida en el instante t_0 . Para la luz emitida al final del período, que es recibida en $t_0 + \tau_r$, la correspondiente relación está dada por

$$r \left(\frac{t_e + \tau_e}{t_0} \right)^{2/3} = 3c[t_e + \tau_e - (t_0 + \tau_r)^{1/3}(t_e + \tau_e)^{2/3}] \quad (18)$$

Teniendo en cuenta que τ_e y τ_r son muy pequeños comparados con t_e y t_0 , podemos usar las aproximaciones

$$(t_e + \tau_e)^{2/3} \simeq t_e^{2/3} \left(1 + \frac{2\tau_e}{3t_e} \right) \quad (19)$$

$$(t_0 + \tau_r)^{1/2} \simeq t_0^{1/2} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\tau_r}{t_0} \right)$$

Luego, despreciando productos de τ_e con τ_r , podemos eliminar r entre estas expresiones para obtener finalmente

$$\frac{\tau_e}{\tau_r} = \left(\frac{t_e}{t_0} \right)^{2/3} \quad (20)$$

Esta es una de las relaciones fundamentales del modelo cosmológico relativista. Indica que la luz emitida en el pasado es recibida con período *mayor* que el emitido, es decir con una mayor longitud de onda, que se manifiesta observacionalmente por un *desplazamiento al rojo de las líneas de los espectros característicos de los átomos que constituyen los cuerpos celestes*. En otras palabras, una vez que se ha medido τ_r , podemos inferir el valor de τ_e por las propiedades del emisor, partiendo de la constancia de las leyes de la física.

Resultados observacionales y conclusiones

Notemos que si bien según la ecuación (20), el corrimiento Doppler puede tomar valores arbitrarios, es necesario recordar que las galaxias se formaron en una cierta época, previa a la cual la materia solo existía en forma de gas, distribuido en el espacio con un alto grado de uniformidad. Sin embargo si nos alejamos aún más en el pasado al ir comprimiéndose el gas primordial, aumenta su temperatura hasta alcanzar un estado en el que la materia está completamente ionizada y la propagación de la luz no es posible. Podemos pensar en un tiempo t_d , correspondiente a la época en la que al disminuir la temperatura la materia y la luz se *desacoplan* y el Universo se vuelv

transparente. La luz que comienza a propagarse libremente a partir de entonces tiene el espectro característico del equilibrio térmico, es decir, el espectro de un *cuerpo negro*. Es un hecho notable, que puede demostrarse usando las leyes de la Relatividad General, que el efecto del corrimiento al rojo de las frecuencias dado por (20) tiene como consecuencia que el espectro de emisión de cuerpo negro se modifica sólo en su temperatura, manteniendo su forma característica. En otras palabras, la radiación se expande y se enfría con el transcurso del tiempo manteniendo su carácter de radiación de cuerpo negro a la que le corresponde una temperatura bien definida en cada época.

Son justamente estas propiedades las que han sido confirmadas con gran precisión por las mediciones del satélite COBE. En particular, éstas han demostrado que recibimos un flujo de radiación aproximadamente isotrópico, con una temperatura de 2,7 K. Por otro lado, sabemos que la temperatura en el momento del desacoplamiento debe haber sido de unos 2.000 K a 3.000 K. La relación entre estas temperaturas es igual a la de las frecuencias de los máximos de los espectros correspondientes y está regida por el corrimiento Doppler dado por (20). Según (20), esto significa que el factor de escala $R(t)$ tiene que haber sido en esa época unas 1000 veces menor que el actual. Recurriendo a (19), vemos que la radiación de fondo medida por el COBE se debe haber originado en una esfera cuyo radio habría sido de unos 1.000 a 2.000 millones de años luz. (¡ Notemos que si pensamos en la luz propagándose en un espacio tiempo plano, esta esfera debería haber tenido un radio de unos 15.000 millones de años luz!). El alto grado de homogeneidad observado en esta radiación ha sido motivo de perplejidad y discusión entre los especialistas, porque, pensando en que la información viaja, a lo sumo a la velocidad de la luz, sólo debería esperarse homogeneidad a través de procesos de difusión y equilibrio

térmico, en regiones de tamaño no mayor que la edad del Universo en esa época, es decir, unos 500.000 años luz. Estas regiones son muy pequeñas comparadas con las observadas. Esta situación ha dado asidero a las llamadas *Teorías Inflacionarias*, que explicarían la homogeneidad sobre la base de una expansión muy violenta en una etapa muy temprana del Universo, en la que el factor de escala esta dado por

$$R(t) = R_0 \exp(t/t_0). \quad (21)$$

Una mayor profundización en estas ideas nos llevaría fuera del nivel y espacio que nos habíamos propuesto para esta nota.

Agradecimientos

Este trabajo fué realizado en parte con el apoyo de subsidios del CONICET y el CONICOR. Ambos autores son miembros de la carrera del investigador científico del CONICET.

Referencias Bibliográficas

- Goss LEVI, B. *Physics Today* V 45, pag. 17, Junio 1992.

Nota de los Editores

Reinaldo J. Gleiser y Vítor Hugo Hamity se recibieron de Licenciados en Física en el Instituto de Matemática, Astronomía y Física de la Universidad de Córdoba en 1964, y de Doctores en Física en la Universidad de Syracuse en Estados Unidos en 1970. Ambos forman parte del Grupo de Relatividad y Cosmología de la Facultad que sucedió al IMAF; y Hamity es uno de los editores de nuestra Revista.