

MEDICION DE LA VELOCIDAD DEL SONIDO EN LIQUIDOS

CAPUANO, V. Y MAIZTEGUI, A.

Facultad de Matemática, Astronomía y Física.
Universidad Nacional de Córdoba.
Ciudad Universitaria. 5000 Córdoba. Argentina.

ABSTRACT

We describe a didactic equipment to measure the speed of sound in liquids through the longitudinal acoustic resonance of a liquid confined in a glass tube, by modifying the length of the liquid column or the frequency of the acoustic signal.

RESUMEN

Este artículo tiene como propósito describir un equipo didáctico, apto para medir la velocidad del sonido en medios líquidos. Este equipo utiliza la resonancia acústica longitudinal de un medio líquido confinado en un tubo de vidrio, resonancia que puede alcanzarse modificando la longitud del medio o la frecuencia de la señal acústica que lo excita.

INTRODUCCION

En los equipos que actualmente se utilizan en los gabinetes de física, se produce la resonancia de una columna de aire confinada en un tubo de vidrio, con el procedimiento de modificar la longitud de la misma para una frecuencia determinada. Es menos usado un segundo procedimiento que consiste en mantener una longitud fija para la columna de aire y modificar la frecuencia para alcanzar los estados de resonancia.

En estos equipos la columna de aire es excitada en uno de sus extremos (A) con una señal sonora que proporciona un parlante, y en el otro extremo (B) un micrófono recepta los niveles de la intensidad del sonido

en el interior de la columna. Un oscilador de audiofrecuencia genera la señal eléctrica que alimenta al parlante; el micrófono se conecta a un osciloscopio para observar en su pantalla la intensidad del sonido en la cavidad de aire (Fig. 1).



Figura 1: Esquema del equipo para medir la velocidad del sonido en el aire

Obviamente, la presencia del parlante y el micrófono (del tipo comercial) no hacen apto al equipo para trabajar con medios líquidos; por un lado estos elementos se destruyen cuando se los coloca en dichos medios, y por otro su baja impedancia acústica no permite una aceptable transferencia de energía.

En este trabajo se describe un equipo que amplía las características del anterior, en lo siguiente:

- a. en los extremos de la columna de fluido encerrada en el tubo de vidrio se utilizan cerámicas piezoeléctricas, como transductores electroacústicos.

Estas cerámicas poseen impedancia acústica comparable a la de los líquidos, y además, pueden permanecer en dichos medios sin dañarse; claro está, salvo raras excepciones.

- b. presenta una zona de frecuencias (con un ancho aproximado de 10^5 Hz) en la cual la respuesta del equipo se mantiene casi constante; es decir, los estados de resonancia para distintas frecuencias presentan las mismas amplitudes. Esto permite que el sistema sea utilizado con el procedimiento que consiste en mantener fija la longitud de la columna de fluido, y modificar la frecuencia, para alcanzar los estados de resonancia.
- c. una interfase y un adecuado programa, posibilita el ingreso de los datos que proporciona el sistema resonante acústico a un sistema de computación.

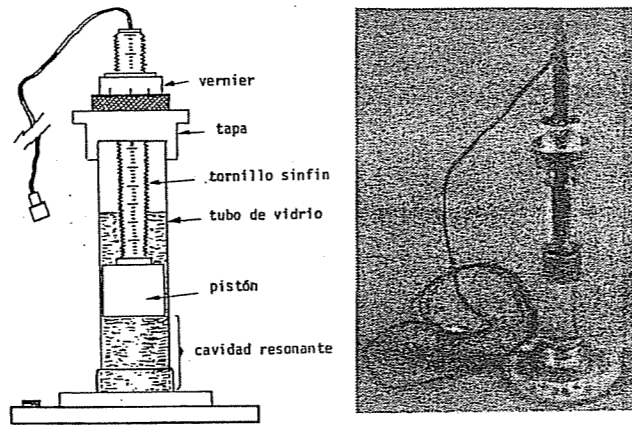


Figura 2: Esquema y fotografía del tubo para líquidos.

La resonancia en un tubo cerrado en ambos extremos (fenómeno físico que detectamos en el sistema resonante) no será descrita en este trabajo pues consideramos que el lector debe estar ya familiarizado con ese concepto. Sí nos explayaremos en algunos detalles técnicos del equipo y explicaremos las razones que nos llevaron a adoptar las soluciones propuestas. También aprovecharemos para referirnos brevemente al concepto de **impedancia acústica**, en razón de la importancia que el mismo tuvo en la selección de los transductores electroacústicos.

EL EQUIPO

DESCRIPCION DEL SISTEMA ACUSTICO

El equipo está compuesto por una base pesada, un tubo de vidrio, un pistón, un tornillo sinfín, una tapa y un vernier (Fig. 2).

La resonancia se produce en la columna de agua confinada en el tubo de vidrio, entre el

pistón y la base. En los extremos de esta cavidad resonante se alojan los transductores electroacústicos (cerámicas piezoeléctricas) que se utilizan para excitar el medio, uno, y para tomar del mismo su respuesta, el otro. Estas cerámicas vibran con amplitudes pequeñas, por lo cual puede considerarse el sistema resonante como una cavidad con sus extremos cerrados.

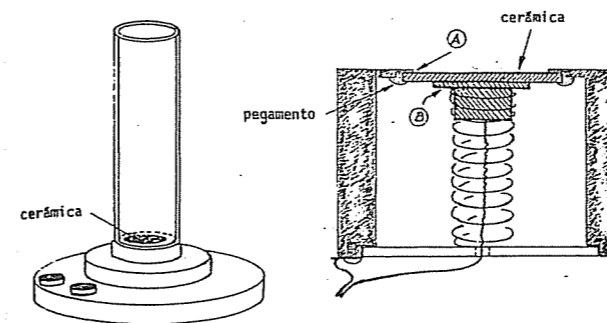


Figura 3: Base del equipo y montaje de la cerámica piezoeléctrica emisora.

(receptor), con el mismo montaje descrito para la cerámica que se encuentra en la base. El tornillo sinfín ha sido fresado axialmente con el propósito de obtener una cara plana en la cual se graba una escala de longitudes cuya menor división es de 1 mm (Fig. 4).

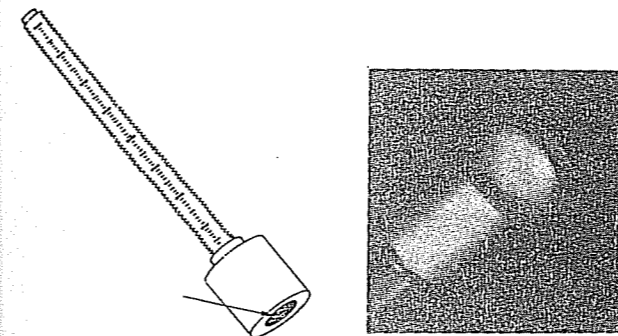


Figura 4: Dibujo y fotografía del pistón deslizable.

La tapa es desmontable para poder introducir y extraer el líquido en el tubo. El cabezal tiene grabadas diez divisiones que permiten leer la posición del pistón de 0,1 mm en 0,1 mm; y en consecuencia esa es la precisión con la cual podemos medir la longitud de la cavidad resonante (Fig. 5). El plano determinado por la cara superior del cabezal intercepta a la escala grabada en el tornillo sinfín, proporcionando la lectura hasta el mm de la longitud de la cavidad

resonante.

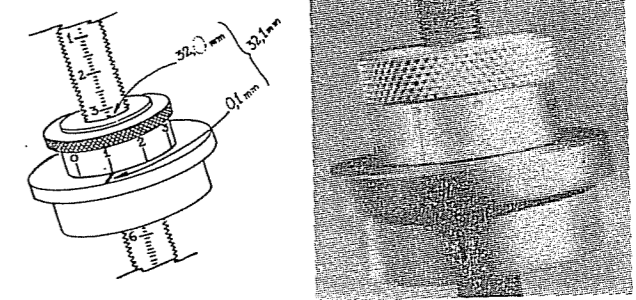


Figura 5: Cabezal y sistema para leer la posición del pistón móvil.

La aproximación de 0,1 mm en la medición de la longitud de la cavidad resonante, es necesaria pues como veremos más adelante el equipo presenta características favorables para su uso en un rango de frecuencias de aproximadamente 200 kHz alrededor de una frecuencia central de 1 MHz. Estas frecuencias implican longitudes de onda del sonido (ultrasónico) en medios líquidos del orden de 1 mm, y en consecuencia son de ese orden las variaciones de la posición del pistón desde una posición de resonancia hasta la siguiente.

CERAMICAS PIEZOELECTRICAS

Describiremos algunas generalidades de estas cerámicas (cristales) piezoeléctricas, con el sólo propósito de ilustrar sobre su existencia y de hacer mención sobre sus características más importantes. Un estudio más pormenorizado sobre este tema, está fuera del alcance de este trabajo y puede consultarse en las referencias bibliográficas 1 y 2.

El efecto piezoeléctrico, descubierto por los esposos Curie en 1880, se produce en cristales cuya estructura interna cumple con determinadas condiciones de simetría. Si cortamos del cristal en una dirección conveniente una rodaja, y luego la comprimimos aplicando fuerzas en su superficie, debido a estas fuerzas el cristal se deformará ligeramente y aparecerán cargas eléctricas en

la superficie, positivas en una cara y negativas en la otra, y un campo eléctrico en su interior (Fig. 6).



Figura 6: Cerámica piezoeléctrica: esquema y fotografía.

El efecto inverso fue previsto por LIPP-MANN en 1881 y descubierto experimentalmente por los esposos Curie el mismo año. Este supone que al colocar un cristal piezoeléctrico en un campo eléctrico, el cristal sufrirá cierta deformación, que desaparece cuando se elimina el campo eléctrico. Una manera conveniente de producir el campo eléctrico consiste en recubrir las superficies de la rodaja con una película conductora y aplicar un voltaje entre estos recubrimientos.

Cuando a los recubrimientos metálicos del cristal se les aplica una diferencia de potencial alternada de frecuencia f , en ellos se producen pequeñas oscilaciones mecánicas de igual frecuencia f . La amplitud de las oscilaciones mecánicas crece considerablemente cuando f coincide con una de las frecuencias naturales de vibración mecánica del cristal.

La frecuencia natural de las vibraciones mecánicas varía en forma inversa con la dimensión a lo largo de la cual se producen. Las frecuencias más bajas se producen para las vibraciones longitudinales (onda estacionaria en la dirección de la dimensión mayor), y las frecuencias más altas para las vibraciones transversales (onda estacionaria en dirección de la dimensión menor). En nuestro caso las dimensiones del cristal son: diámetro $d = 0,025$ m, y el

espesor, $e = 0,002$ m. Estas dimensiones provocan las siguientes frecuencias naturales:

a. para la vibración transversal

$$d = \frac{\lambda}{2} = 0,025m$$

$$\lambda = 2 \times 0,025 = 0,050m$$

$$f = \frac{v}{\lambda} \cong \frac{4000}{0,050} = 80.000Hz$$

b. para la vibración longitudinal

$$e = \frac{\lambda}{2} = 0,002m$$

$$\lambda = 2 \times 0,002 = 0,004m$$

$$f = \frac{v}{\lambda} \cong \frac{4000}{0,004} = 1.000.000Hz$$

Cuando se desea trabajar con frecuencias muy elevadas, obviamente, operando al cristal en el modo transversal (vibraciones transversales), se tienen láminas muy delgadas que resultan quebradizas y que pueden perder sus propiedades dieléctricas cuando se les aplica una diferencia de potencial elevada. En estas circunstancias, se utilizan cristales más gruesos y se los opera en uno de sus armónicos superiores.

IMPEDANCIA ACUSTICA

Una señal que alcanza la superficie de separación entre dos medios (A y B), puede reflejarse y/o transmitirse. Las leyes para la reflexión y refracción de las señales sonoras (relación entre $\theta_i, \theta_r, \theta_t$, figura 7) son similares a las de óptica, y fueron establecidas por Lord Rayleigh en 1877.

El estudio de la transferencia de energía entre los medios A y B, exige conocer la relación entre las amplitudes de las ondas incidente (A_i), reflejada (A_r), y transmitida (A_t), en razón de que para la densidad de energía E de una onda sonora en un medio cualquiera vale la expresión

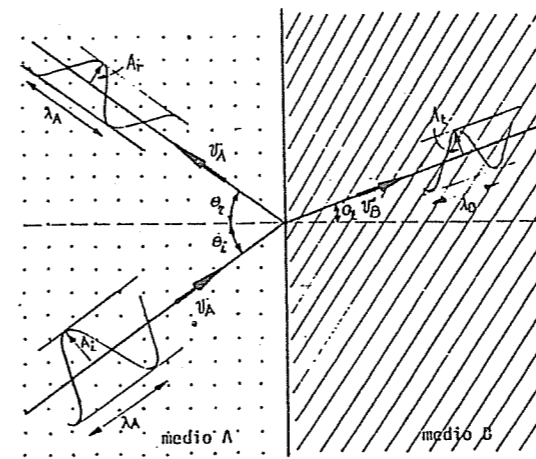


Figura 7: Señal incidente, reflejada y refractada en la superficie de separación de los medios.

$$E = \frac{1}{2} A^2 \omega^2 \rho$$

donde A es la amplitud de la señal, ω su frecuencia angular, y ρ la densidad del medio; y para la intensidad (energía transmitida por unidad de área y por unidad de tiempo), resulta

$$I = \frac{E}{At} = \frac{1}{2} A^2 \omega^2 \rho v$$

Las amplitudes de las ondas reflejadas y transmitidas pueden determinarse empleando las condiciones límites que valen en la superficie de separación de los medios. Estas son:

a. El desplazamiento es el mismo en ambos medios.

b. El esfuerzo en el plano límite, es el mismo para ambos medios.

El planteo analítico de las condiciones límite da lugar a un sistema de ecuaciones que resuelto para las amplitudes de las ondas involucradas, señala

$$A_r = \left(\frac{\mathcal{E}_A k_A - \mathcal{E}_B k_B}{\mathcal{E}_A k_A + \mathcal{E}_B k_B} \right) \cdot A_i \quad (1)$$

$$A_t = \left(\frac{2\mathcal{E}_A k_A}{\mathcal{E}_A k_A + \mathcal{E}_B k_B} \right) \cdot A_i \quad (2)$$

donde \mathcal{E} es el módulo de elasticidad del medio, y $k = 2\pi/\lambda$ la constante o factor de onda.

Utilizando para la velocidad del sonido " v ", las conocidas relaciones

$$v = \sqrt{\frac{\mathcal{E}}{\rho}} \Rightarrow \mathcal{E} = v^2 \rho$$

$$v = \lambda \cdot f = \frac{2\pi f}{2\pi/\lambda} = \frac{w}{k}$$

resulta para $\mathcal{E}k$,

$$\mathcal{E}k = v^2 \rho \omega / v = v \rho \omega$$

Las características del medio están expresadas a través de " $v \rho$ " (velocidad del sonido en el medio y densidad del mismo, respectivamente). La frecuencia angular ω se mantiene constante al pasar la señal de un medio a otro. Al producto " $v \rho$ " se lo denomina impedancia acústica (W) y reemplazando $W_A = \frac{\mathcal{E}_A k_A}{\omega}$ y $W_B = \frac{\mathcal{E}_B k_B}{\omega}$ en (1) y (2), se advertirá el significado físico de W . Haciendo el reemplazo se obtiene

$$A_r = \left(\frac{W_A - W_B}{W_A + W_B} \right) \cdot A_i \quad (3)$$

$$A_t = \left(\frac{2W_A}{W_A + W_B} \right) \cdot A_i \quad (4)$$

La intensidad de la señal acústica reflejada y transmitida en los medios A y B, puede ahora escribirse en función de la señal incidente,

$$I_r = \frac{1}{2} A_r^2 \omega^2 W_A = \frac{1}{2} \left(\frac{W_A - W_B}{W_A + W_B} \right)^2 A_i^2 \omega^2 W_A \quad (5)$$

$$I_t = \frac{1}{2} A_t^2 \omega^2 W_B = \frac{1}{2} \left(\frac{2W_A}{W_A + W_B} \right)^2 A_i^2 \omega^2 W_B \quad (6)$$

A continuación analizaremos la relación entre las amplitudes e intensidades, de las ondas incidente, reflejada y transmitida, en los siguientes casos:

a. $W_B \gg W_A$

Para las amplitudes resulta

$$A_r \simeq A_i$$

$$A_t \simeq 0$$

y para las intensidades

$$I_r \simeq \frac{1}{2} A_i^2 \omega^2 W_A = I_i$$

$$I_t \simeq \frac{1}{2} \left(\frac{2W_A}{W_B} \right)^2 A_i^2 \omega^2 W_B = \frac{2W_A^2}{W_B} A_i^2 \omega^2 \simeq 0$$

esto significa que si una señal viaja por un medio de baja impedancia y llega al límite con un segundo medio de alta impedancia, la energía es totalmente reflejada.

b. $W_B = W_A$

Para las amplitudes resulta

$$A_r = 0$$

$$A_t = A_i$$

y para las intensidades

$$I_r = 0$$

$$I_t = I_i$$

toda la energía pasa del medio A al B.

c. $W_B \ll W_A$

Para las amplitudes resulta

$$A_r \simeq A_i$$

$$A_t \simeq 2A_i$$

y para las intensidades

$$I_r \simeq \frac{1}{2} A_i^2 \omega^2 W_A = I_i$$

$$I_t \simeq \frac{1}{2} (2)^2 A_i^2 \omega^2 W_B \ll I_i$$

esto significa que a pesar de que la señal pasa al medio B duplicando su amplitud, la energía transmitida es pequeña en razón de la baja impedancia de ese medio material.

En nuestro caso, y con el propósito de lograr una buena transferencia de energía entre los transductores y el medio líquido, se utilizaron cerámicas piezoeléctricas en razón de que su impedancia característica es razonablemente similar a la de los medios líquidos.

EL EQUIPO COMPLETO

Un oscilador (0 - 1 MHz) alimenta al sistema acústico y a un frecuencímetro que se incorpora para mejorar la calidad de la medición de frecuencias. La señal de salida del sistema acústico se envía a un osciloscopio que muestra la amplitud de la señal en su pantalla y a una interfase que modifica su amplitud y la convierte en digital para que pueda ser adecuadamente interpretada por la computadora. Finalmente, un grabador permite almacenar en la memoria externa (cassette) la información disponible en la memoria interna de la computadora, y un monitor de TV posibilita observar en su pantalla la información de que se está procesando. (Fig. 8)

TECNICAS DE MEDICION

BARRIDO EN LONGITUDES

Una de las técnicas consiste en mantener una frecuencia de trabajo fija f , y modificar la longitud de la cavidad con el propósito de alcanzar los estados de resonancia.

Tomando para el primer estado de resonancia (máxima señal en la pantalla del osciloscopio) $n = 0$, la posición x_0 , comenzamos a modificar la longitud de la cavidad y a detectar los estados de resonancia. Nos detendremos en la n -ésima, posición x_n (Figura 9). La condición para que la cavidad

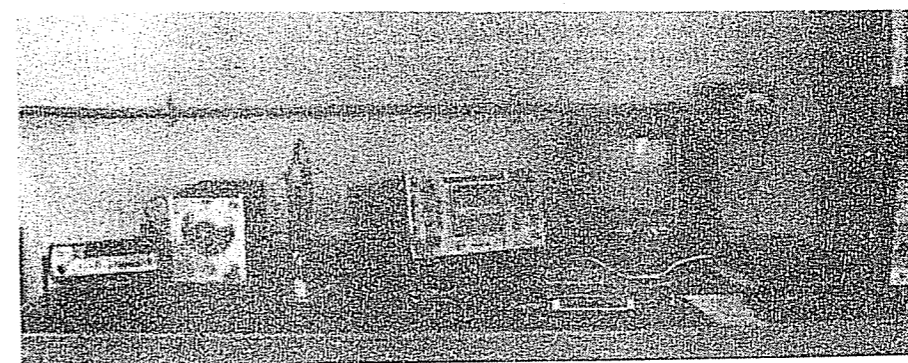
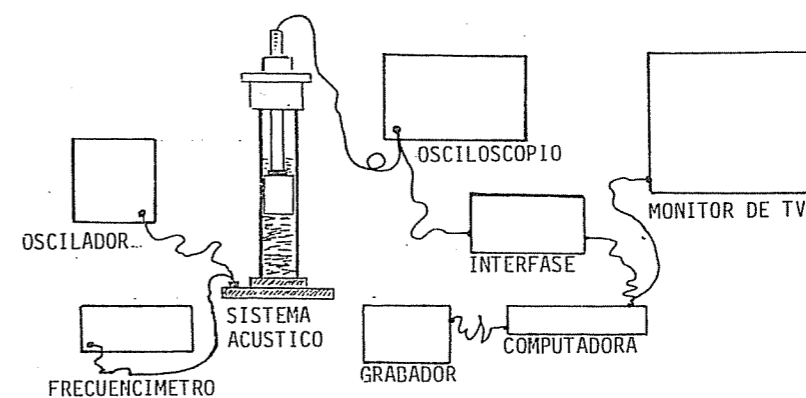


Figura 8: El equipo completo, con la interfase y el sistema de computación.

(equivalente a un tubo sonoro con sus extremos cerrados o una cuerda fija en ambos extremos) resuena es que su longitud L sea igual a un número entero de medias longitudes de ondas.

$$L = n \frac{\lambda}{2}$$

equivalente a expresar que entre dos resonancias consecutivas, la longitud L del tubo se habrá modificado en $\lambda/2$.

Entre las posiciones x_0 y x_n del pistón tendremos n medidas longitudes de onda, en consecuencia

$$(x_n - x_0) = n \frac{\lambda}{2}$$

y para la longitud de onda λ resulta

$$\lambda = \frac{2(x_n - x_0)}{n}$$

Reemplazando la expresión anterior en $v = f\lambda$ resulta

$$v = f\lambda = \frac{2f(x_n - x_0)}{n} \quad (7)$$

La teoría de propagación de las incertezas aplicada a la expresión (7), y tomando $\Delta x_n = \Delta x_0 = \Delta x$, da

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta f}{f} + \frac{2\Delta x}{(x_n - x_0)} \quad (8)$$

Una vez elegido el equipo a utilizar quedan determinados Δf (estimación en el frecuencímetro o en el oscilador), f (frecuencia de trabajo que fija el sistema acústico) y Δx (estimación en la medida de las longitudes en el sistema acústico). Obviamente, a los efectos de reducir el error relativo asociado a la medición de la velocidad del sonido ($\Delta v/v$), y por supuesto luego de elegir el equipo con el cual se va a trabajar,

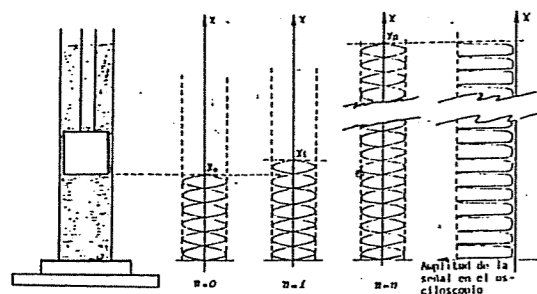


Figura 9: Ondas estacionarias en resonancia, para diferentes longitudes del medio, con una frecuencia fija.

sólo podemos disminuir $\Delta v/v$ aumentando la distancia $(x_n - x_0)$.

BARRIDO EN FRECUENCIAS

Otra técnica para medir la velocidad del sonido con el equipo que aquí proponemos, consiste en mantener una longitud fija X para el sistema acústico, y modificar la frecuencia de la señal que excita al medio con el propósito de alcanzar los estados de resonancia (máximo de señal en la pantalla del osciloscopio).

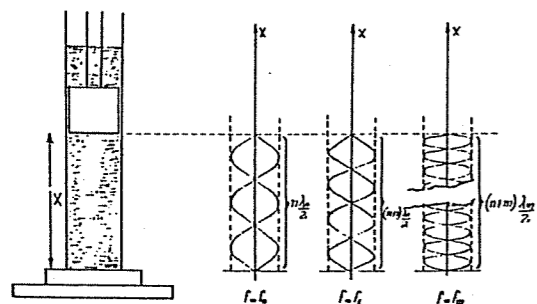


Figura 10: Ondas estacionarias en resonancia para diferentes frecuencias de excitación, con una longitud fija del medio.

Supongamos que a una frecuencia f_0 le corresponde una longitud de onda $\lambda_0 = v/f_0$ tal que el sistema entre en resonancia con un número cualquiera n de medias longitudes de onda en la cavidad (Fig. 10). En este caso resulta

$$X = n \frac{\lambda_0}{2}$$

de donde se obtiene para λ_0

$$\lambda_0 = \frac{2X}{n}$$

y para la velocidad del sonido

$$v = f_0 \lambda_0 = \frac{2X f_0}{n} \quad (9)$$

La expresión anterior también puede plantearse para una frecuencia $f_1 > f_0$, tal que $\lambda_1 = v/f_1 < \lambda_0$ cumpla con la condición $X = (n+1)\lambda_1/2$ (Figura 10). En este caso para la velocidad del sonido resulta

$$v = f_1 \lambda_1 = \frac{2X f_1}{n+1} \quad (10)$$

Las expresiones (9) y (10) constituyen un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas v y n ; los valores de frecuencia f_0 y f_1 son proporcionados por el oscilador y la distancia X se mide. Operando con este sistema se llega a

$$n = \frac{f_0}{f_1 - f_0}$$

$$v = 2X(f_1 - f_0) \quad (11)$$

permitiendo esta última expresión calcular la velocidad del sonido.

La teoría de propagación de incertezas aplicada a la expresión (11), y tomando $\Delta f_0 = \Delta f_1 = \Delta f$, da

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta X}{X} + \frac{2\Delta f}{(f_1 - f_0)} \quad (12)$$

El sistema acústico determina ΔX y el frecuencímetro o el oscilador determina Δf .

En consecuencia, a los efectos de disminuir el error relativo asociado a la medición de velocidad $\Delta v/v$, conviene tomar X relativamente grande y tratar de que $(f_1 - f_0)$ también lo sea. Esto último se logra aumentando la frecuencia a partir de f_0 y contando m resonancias (f_1, f_2, \dots, f_m) detectando los máximos en la pantalla del osciloscopio. Ahora, las dos situaciones de resonancia que tomamos son la primera y la última. Las ecuaciones correspondientes para la velocidad del sonido son

$$v = f_0 \lambda_0 = \frac{2X f_0}{n}$$

$$v = f_m \lambda_m = \frac{2X f_m}{n+m}$$

Despejando n y v de este sistema, resulta

$$n = \frac{m f_0}{f_m - f_0}$$

$$v = \frac{2X(f_m - f_0)}{m} \quad (13)$$

Aplicando la teoría de propagación de las incertezas a la expresión (13) se obtiene (se ha considerado $\Delta f_0 = \Delta f_m = \Delta f$)

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta X}{X} + \frac{2\Delta f}{(f_m - f_0)} \quad (14)$$

Se observa nítidamente en (14) que como $(f_m - f_0) > (f_1 - f_0)$ disminuye el error asociado a la medición de frecuencias, y en consecuencia mejora la calidad de la medición de la velocidad del sonido.

MEDICIONES DE LABORATORIO

AGUA DESTILADA

a) Frecuencia constante:

$$f = (985.240 \pm 500) \text{ Hz}$$

Longitud variable entre

$$x_n = 0,12615 \text{ m y } x_0 = 0,09275 \text{ m}$$

Número de lecturas de máximos: $n = 45$

$$v = (1.494 \pm 5) \text{ m/s}$$

Error medio cuadrático del promedio:

$$E = 5 \text{ m/s}$$

Error medio cuadrático de las lecturas:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x - x_i)^2}{N}} = E \cdot \sqrt{N} = 34 \text{ m/s}$$

b) Longitud constante:

$$x = (140,00 \pm 0,05) \text{ mm}$$

Frecuencia variable entre

$$f_m = 1.011.677 \text{ Hz y } f_0 = 889.580 \text{ Hz}$$

Número de lecturas de máximos $m = 23$

$$v = (1.486 \pm 5) \text{ m/s}$$

$$E = 5 \text{ m/s ; } \sigma = 24 \text{ m/s}$$

KEROSENE

a) Frecuencia constante:

$$f = (984.262 \pm 500) \text{ Hz}$$

Longitud variable entre:

$$x_n = 0,13980 \text{ m y } x_0 = 0,10545 \text{ m}$$

Número de lecturas de máximos: $n = 54$

$$v = (1.248 \pm 8) \text{ m/s}$$

$$E = 8 \text{ m/s ; } \sigma = 59 \text{ m/s}$$

b) Longitud constante:

$$x = (140,00 \pm 0,05) \text{ mm}$$

Frecuencia variable entre:

$$f_m = 997.776 \text{ Hz y } f_0 = 881.286 \text{ Hz}$$

Número de lecturas de máximos: $m = 26$

$$v = (1.252 \pm 10) \text{ m/s}$$

$$E = 10 \text{ m/s ; } \sigma = 32 \text{ m/s}$$

ALCOHOL

a) Frecuencia constante:

$$f = (1.000.000 \pm 500) \text{ Hz}$$

Longitud variable entre:

$$x_n = 0,05043 \text{ mm y } x_o = 0,00752 \text{ m}$$

Número de lecturas de máximos: $n = 71$

$$v = (1.209 \pm 7)m/s$$

$$E = 7m/s; \sigma = 59m/s$$

b) Longitud constante:

$$x = (100,00 \pm 0,05)mm$$

Frecuencia variable entre:

$$f_m = 1.045,00 \text{ Hz y } f_o = 785.000 \text{ Hz}$$

Número de lecturas de máximos: $m = 44$

$$v = (1.194 \pm 5)m/s$$

$$E = 5m/s; \sigma = 33m/s.$$

COMENTARIOS FINALES

Los valores obtenidos experimentalmente, con precisión mejor que el 1%, son comparables con los de Chemical Rubber Co. Handbook of Chemistry and Physics, 61st edition, 1980-81.

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos a los doctores Eduardo Bordon y Walter Lamberti, y al Ingeniero Walter Zanninetti por su colaboración en el diseño, puesta a punto y mantenimiento del sistema de computación.

BIBLIOGRAFIA

1. JACK BLITZ - 1969 - *Fundamentos de los Ultrasonidos* - Alhambra, S. A. - Madrid.
2. A. P. CRACKNELL - 1983 - *Ultrasonidos* - Paraninfo S.A. - Madrid.
3. J. S. FERNANDEZ y E. E. GALLONI - 1955 - *Trabajos Prácticos de Física* - Pagani Hnos. Editores - Buenos Aires.
4. WOLFGANG MECKBACH - 1955 - *Comunicación privada* - Instituto de Física "Balseiro" - S. C. de Bariloche. Argentina.

Revista de Enseñanza de la Física

CONFERENCIAS