

PROBLEMAS COMENTADOS

PROFUNDIDAD DE UN POZO.

ENUNCIADO.

Juan quiere hacer un aparato sencillo para medir la profundidad de agua que tiene el pozo de su casa. Haciendo gala de su ingenio, Juan ha puesto una lámpara eléctrica en el fondo del pozo y una lente de distancia focal f en el brocal. El método ideado por él para determinar la profundidad p del agua, consiste en ubicar, mediante una pantalla traslúcida, la imagen de la lámpara proyectada por la lente y medir la distancia a la que se encuentra de la lente d (distancia imagen). Ver figura 1. Juan conoce, obviamente, la profundidad del pozo h .

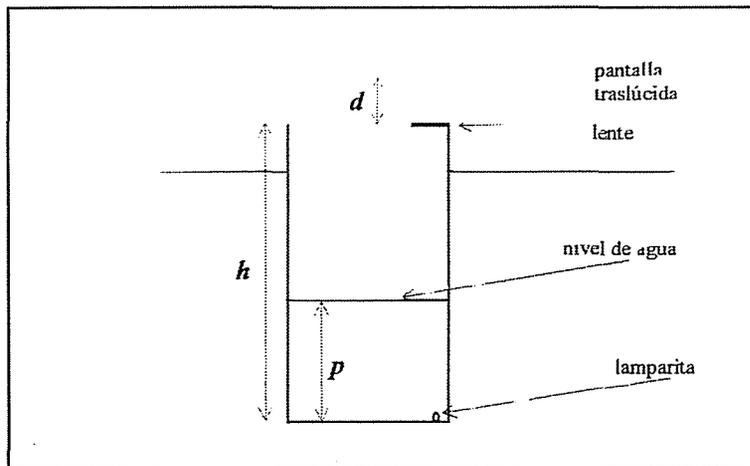


Figura 1.

Colabore con Juan, a fin de que evalúe su propuesta, para esto:

- Encuentre una ecuación para la profundidad p en términos de los datos que se conocen.
- Realice un análisis de la sensibilidad del método para determinar p : calcule el valor de Δp que correspondería a un Δd de 0.5 cm. Suponga valores razonables para f y para h .

RESPUESTA.

a) Para encontrar la imagen de la lamparita trazamos el diagrama de rayos correspondiente, eligiendo el que coincide con el eje óptico del sistema y otro arbitrario. Se debe tener en cuenta que en la interface agua - aire se produce una refracción. Esto determina que la imagen que se formara sobre la pantalla será la correspondiente a un objeto virtual ubicado en el punto O' .

Aplicando la ley de Snell, en la interface formada por la superficie de agua,

$$\eta \sin \theta' = \eta_0 \sin \theta;$$

donde η y η_0 son los índices de refracción de agua y del aire, respectivamente.

De la figura 2 se deducen las siguientes

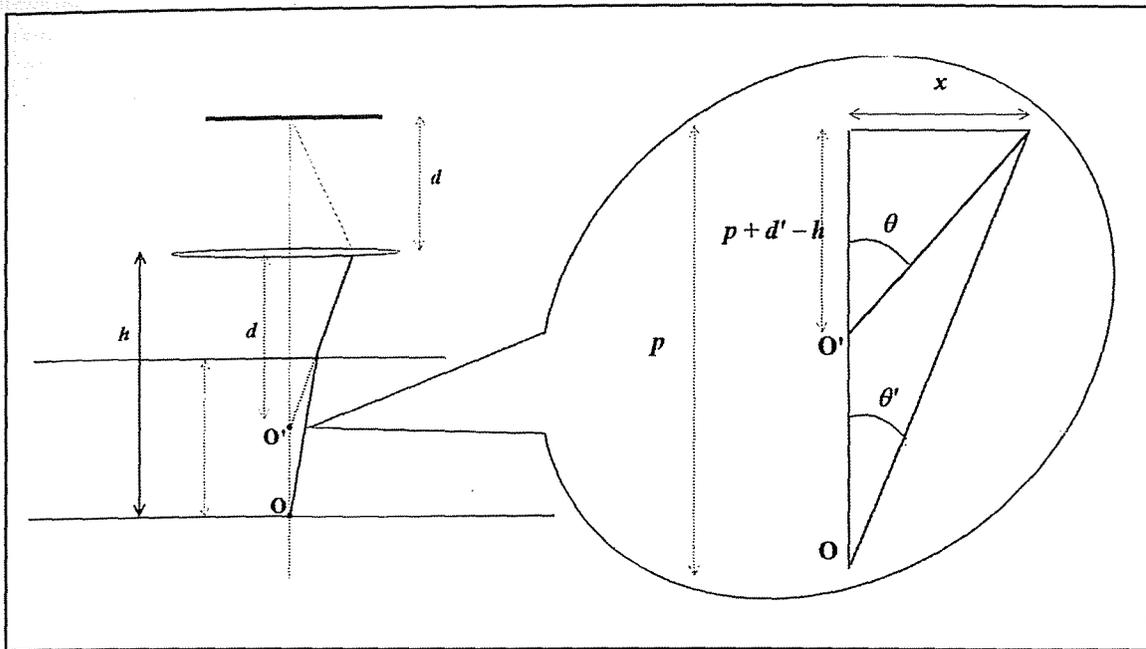


Figura 2.

relaciones:

$$\operatorname{tg} \theta' = \frac{x}{p}$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{x}{(p+d'-h)}$$

de donde se deduce que:

$$p \operatorname{tg} \theta' = (p+d'-h) \operatorname{tg} \theta = x$$

En la aproximación de rayos paraxiales, para la cual vale la ley de las lentes delgadas, se tiene que:

$$\operatorname{tg} \theta = \operatorname{sen} \theta$$

entonces:

$$p \operatorname{sen} \theta' = (p+d'-h) \operatorname{sen} \theta$$

Luego, comparando con la ley de Snell tenemos que:

$$\frac{p}{\eta} = \frac{(p+d'-h)}{\eta_0}$$

y

$$p = \frac{(d'-h)}{\eta_0 \left(\frac{1}{\eta} - \frac{1}{\eta_0} \right)}$$

y despejando d' de la ley de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'}$$

encontramos:

$$d' = \frac{fd}{(d-f)}$$

y obtenemos finalmente

$$p = \frac{\left(\frac{fd}{d-f} - h \right)}{\left(\frac{\eta_0}{\eta} - 1 \right)}$$

b) Suponiendo: $h = 10\text{m}$, $f = 0.5\text{ m}$ y $d_1 = 0.53\text{ m}$ y un valor de $\eta = 4/3$, de la expresión encontrada para p se obtiene:

$$p_1 = 4.67\text{m}$$

mientras que si $d_2 = 0.535\text{ m}$, se obtiene

$$p_2 = 9.43\text{ m}$$

¿QUÉ LE PODEMOS ACONSEJAR A JUAN?

De acuerdo al resultado del ítem b):

- ¿Es este un buen método para determinar la profundidad del pozo?
- ¿Que debería hacerse para determinar la profundidad del pozo con una incerteza menor?

“Profundidad de un pozo.”, es una situación problemática seleccionada entre los distintos problemas que fueron tomados por colegios de Enseñanza Media de todo el país, en el marco de su participación en la Olimpiada Argentina de Física.

Este problema, fue extraído de la Prueba

Local de Física, correspondiente al año 2000, tomada en el Instituto San José, de Ciudad de Buenos Aires.

La selección, pequeñas modificaciones de estilo y comentarios del mismo, fueron realizados por el Dr. Guillermo Aguirre Varela y el Lic. Rodolfo Pereyra.

AL LECTOR: Le pedimos al lector que nos envíe su respuesta comentada. Publicaremos las más interesantes con el nombre de sus autores.



Casa Central:

25 de Mayo 160 - (5000) Córdoba - República Argentina

Tels. (0351) 420-0200 422-9365/6 422-2048/9 Fax 420-0333/488

Y más de 120 casas en Córdoba, Santa Fe, Rosario,
Mendoza, Tucumán, Entre Ríos y Buenos Aires.