

PROBLEMAS COMENTADOS

BENITO Y UN "CHORRO".

ENUNCIADO.

El otro día Benito estaba caminando de la escuela hasta su casa, vio que el tanque de agua de una de las casas estaba perdiendo agua por un caño, el chorro de agua caía en la calle luego de sobrevolar la vereda. Esta situación molestó un poco a Benito, no solamente por las salpicaduras sino también por que había escuchado un montón de veces que en su ciudad escaseaba el agua, así que lo primero que hizo fue avisar a los dueños de casa lo que estaba ocurriendo con su tanque de agua, por lo que recibió muchos agradecimientos. En el resto del camino Benito siguió pensando acerca de lo que había visto y se formuló las siguientes cuestiones:

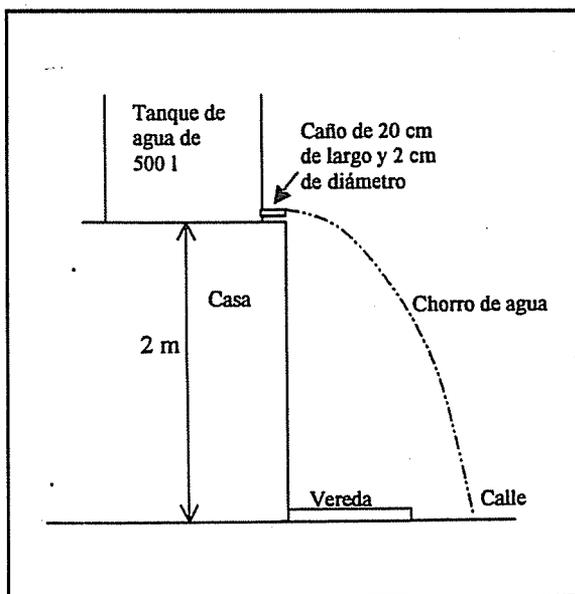
- ¿A qué velocidad salía el agua?
- ¿Cuánta agua se habría perdido de continuar la pérdida durante 10 minutos más?
- ¿Si se cortaba el suministro de agua al tanque, en cuanto tiempo se vaciaría?
- ¿Cuál era la forma de la curva que describía el chorro en su caída hasta la calle?

Y decidió que trataría de encontrar las respuestas a estas preguntas cuando llegara a su casa.

RESPUESTA.

Cuando Benito llegó a su casa se sentó y comenzó a pensar como debía atacar el problema. Supuso que el tanque que perdía era del mismo tamaño que el de su casa, de 500 l (de aproximadamente 1 m de altura y una sección circular de $0,5 \text{ m}^2$), y que estaba instalado a unos 2 m de altura; recordó que el caño por el que perdía era fino, aproximadamente de unos 2 cm de diámetro y unos 20 cm de largo. A todos estos datos los incluyó en un esquema como el que figura a la derecha.

Lo que hizo a continuación fue pensar en las hipótesis que podría considerar acerca de las propiedades del agua. Decidió considerar el caso en el que en lugar de agua tuviera un fluido incompresible y sin viscosidad. **Con esta suposición podría usar la Ecuación de Bernoulli.**



Esta ecuación se deduce de la conservación de la energía y establece que a lo largo de una línea de flujo, cuando el fluido está en presencia del campo gravitatorio, se cumple que:

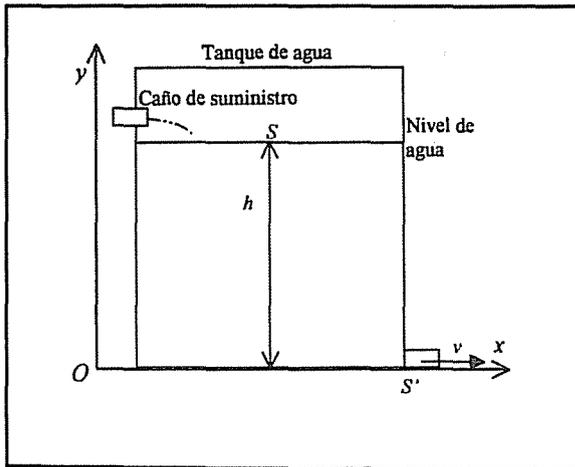
$$1/2 \rho v^2 + \rho g h + P = \text{constante.}$$

Donde g es la aceleración de la gravedad, ρ es la densidad del fluido, v es la velocidad del fluido en un dado punto, h es la altura a la que se encuentra dicho punto y P es la presión en ese punto.

Con esto en mente Benito planteó la ecuación de Bernoulli, ayudándose del gráfico que aparece abajo.

Eligió un sistema de coordenadas en donde:

- el punto S , respecto de su sistema de coordenadas, está a una altura $h = 1 \text{ m}$ (constante mientras se mantenga el suministro de agua)
- el punto S' , respecto de su sistema de coordenadas, está a una altura igual a cero.
- la presión en el punto S y en el punto S' es la atmosférica (P).
- la velocidad del agua en el punto S es aproximadamente cero.
- la velocidad del agua en el punto S' es v .



Planteó que:

$$\rho g h + P = 1/2 \rho v^2 + P$$

de donde despejó:

$$v^2 = 2 g h$$

Con lo que estimó que el agua salía a:

$$v = (2 \cdot 9,8 \cdot 1)^{1/2} \text{ m/s} = 4,42 \text{ m/s}$$

Respondiéndose de esta manera la primera

pregunta.

Con este dato Benito calculó el caudal Q de agua que saldría por el caño, esto es:

$$Q = v A_c$$

Donde A_c es el área de la sección transversal del caño de pérdida, esto es:

$$A_c = \pi r^2 = 3,14 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

Donde r es el radio del caño de pérdida.

Así obtuvo:

$$Q = 1,39 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

Y finalmente, estimó que en un tiempo $t = 10$ minutos se perderían N litros de agua, dados por:

$$N = Q t = 1,39 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} \cdot 600 \text{ s} = 0,833 \text{ m}^3$$

O sea 833 l de agua.

Respondiéndose con esto la segunda pregunta.

Para encontrar la respuesta a la siguiente pregunta Benito planteó:

Por el caño sale un volumen dV_c de líquido en un intervalo de tiempo dt , dado por:

$$dV_c = Q dt$$

Dentro del tanque la altura h de líquido en el tanque debe disminuir en dh , de tal forma que el volumen de líquido dentro del tanque, dV_t , cumpla:

$$dV_t = A_t dh$$

donde A_t es el área de la base del tanque.

Como el cambio de volumen en el tanque es negativo (se está vaciando), se cumple:

$$-A_t dh = Q dt$$

de donde obtuvo:

$$-A_t dh = A_c v dt = 2 h g A_c dt$$

Entonces dedujo que el nivel de agua dentro del tanque disminuía con una velocidad vh dada por:

$$vh = dh / dt = -(2 h g)^{1/2} (A_c / A_t)$$

El signo negativo en la expresión indica que la

superficie de agua se desplaza hacia abajo, esto es la altura disminuye.

Para determinar la forma en la que la altura h cambiaba con el tiempo, Benito usó las ecuaciones anteriores y planteó:

$$h^{1/2} dh = -(2g)^{1/2} (A_c / A_t) dt$$

Integró a ambos miembros y obtuvo:

$$h^{1/2} = -(g/2)^{1/2} (A_c / A_t) t + \text{constante.}$$

Para determinar el valor de la constante consideró que en el instante inicial ($t=0$) el tanque tenía una altura de líquido $h_0 = 1 \text{ m}$ y obtuvo:

$$h^{1/2} = -(g/2)^{1/2} (A_c / A_t) t + h_0^{1/2}$$

y reemplazando los valores correspondientes:

$$h^{1/2} = -(9.8/2)^{1/2} (3,14 \cdot 10^{-4} / 0,5) t + 1^{1/2}$$

Finalmente:

$$h^{1/2} = (-0,00139 t + 1) \text{ m}^{1/2}$$

El tiempo en el que se descarga el tanque t_d , corresponde al tiempo en el que se alcanza el valor de $h = 0$. Así es:

$$t_d = 1 / 0,00139 \approx 719 \text{ s} = 11,98 \text{ min.}$$

Respondiéndose con esto la tercera pregunta.

Para responderse la pregunta referente a la trayectoria del chorro, Benito pensó que podría considerar al chorro como una sucesión de partecitas, cada una de ellas moviéndose en el campo gravitatorio, como si no estuviesen sus vecinas, esto es considerando un fluido sin viscosidad.

Así, como todas salían del caño con igual velocidad (ya que al haber suministro de agua la altura de líquido dentro del tanque es constante), todas las "partículas" describirían la misma trayectoria, esto es una parábola.

De esa manera concluyó que el chorro debería tener forma de parábola. Claro que esto era una conclusión solamente válida si despreciaba los efectos de la viscosidad del agua y del rozamiento del chorro con el aire.

CUESTIONES PROPUESTAS.

a) De una expresión para el alcance del chorro en función de la altura a la que se encuentra el caño de perdida.

b) Encuentre la expresión para la velocidad de salida en el extremo del caño considerando que en el tubo de descarga se disipa energía, debido a los efectos de la viscosidad, en una cantidad igual a:

$$E_{dis} = K v^2,$$

donde K es constante.

c) Considerando un fluido en el que la viscosidad no sea despreciable, describa en forma cualitativa que sucederá con la forma y el alcance del chorro de agua.

*"Benito y un «chorro»",
es una situación problemática ideada
y realizada por:
Dr. Guillermo Aguirre Varela,
y Dr. Rodolfo Pereyra.*

AL LECTOR: Le pedimos al lector que nos envíe su respuesta comentada. Publicaremos las más interesantes con el nombre de sus autores.



Instituto
Balseiro
Bariloche

UNA OPORTUNIDAD PARA UNA FORMACIÓN SUPERIOR DE CALIDAD: EL INSTITUTO BALSEIRO

El Instituto Balseiro (IB), dependiente de la Universidad Nacional de Cuyo y de la Comisión Nacional de Energía Atómica (CNEA), es una institución de reconocido prestigio nacional e internacional en la formación de recursos humanos para la ciencia y la tecnología. La particular modalidad de su sistema de estudios permite el estrecho contacto entre profesores y alumnos, contribuye a desarrollar la capacidad de un pensamiento crítico y prepara adecuadamente para el aprendizaje continuo.

El IB ofrece las carreras de grado en Licenciatura en Física, Ingeniería Nuclear e Ingeniería Mecánica, a las que se ingresa luego de haber aprobado todas las materias correspondientes a los dos primeros años del plan de estudio de una carrera universitaria en las áreas de ciencias exactas o ingeniería. La selección de ingresantes, que consiste en una evaluación de antecedentes académicos, un examen escrito y una entrevista personal, se realiza a principios de junio de cada año. Para cursar estas carreras la CNEA, junto con otras empresas e instituciones privadas, otorga becas integrales que permiten una dedicación exclusiva al estudio.

En el área de posgrado, el IB ofrece la Carrera de Especialización en Aplicaciones Tecnológicas de la Energía Nuclear (en convenio con la Facultad de Ingeniería de la UBA), la Maestría en Ciencias Físicas, la Maestría en Física Médica, el Doctorado en Física y el Doctorado en Ciencias de la Ingeniería. Estos posgrados han merecido los más altos niveles de acreditación por la CONEAU. Para ellos existen también becas de distintas instituciones.

Oferta Académica

Carreras de Grado:

Licenciatura en Física (2 ½ años)
Ingeniería Nuclear (3 años)
Ingeniería Mecánica (3 años)

Carreras de Posgrado:

Especialización en Aplicaciones Tecnológicas de la
Energía Nuclear (1 año)
Maestría en Ciencias Físicas (1 ½ años)
Maestría en Física Médica (1 ½ años)
Doctorado en Física (4 años)
Doctorado en Ciencias de la Ingeniería (4 años)

Extensión Universitaria

Coloquios de divulgación.
Cursos de Perfeccionamiento a docentes secundarios en áreas de ciencias.
Escuela de Física del Sólido IB-CAB.
Física Forense.
Programa de Pasantías de Verano.
Pasantías por convenios con universidades nacionales y extranjeras.
Premio para Alumnos de escuelas de enseñanza media de la Argentina.
Producción radial "El Balseiro en Nacional" (www.ib.edu.ar/radio)
Divulgación científica: "Ablandando las Ciencias Duras" (www.cab.cnea.gov.ar/difusion).

Más información en: www.ib.edu.ar e info@ib.edu.ar