Aplicación de cinemática en la formación de profesores de matemática mediante modelización dinámica discreta

Kinematics application in the formation of professors of mathematical by means of discreet dynamic modelling

REVISTA DE ENSEÑANZA DE LA FÍSICA

Gustavo A. Juarez, Guillermo N. Leguizamón, Silvia I. Navarro, María Luz Quiroga, Teresita E. Humana
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de Catamarca. Avda. Belgrano N° 300, CP 4700, Catamarca, Argentina.

E-mail: juarez.catamarca@gmail.com

Resumen

La enseñanza de modelos matemáticos en el profesorado en matemáticas se realiza en forma interdisciplinaria, permitiendo desarrollar modelos en biología, salud, economía entre otras. La historia muestra que la Física ha estado asociada a la Matemática desde el primer momento, al punto de no distinguirse inicialmente una diferencia entre ambas, pues la búsqueda de conocimientos de la naturaleza era expresada en forma cuantificada por la matemática. Esto lleva a decir que la primera forma de aplicar matemática en otra ciencia es mediante la Física, teniendo que esperar muchos siglos hasta ver la instrumentación de la matemática en Biología recién alrededor de 1927, y actualmente está presente en casi toda rama del conocimiento. Por ello la Física no escapa como disciplina para enseñar modelos matemáticos, contando con la ventaja de que en la carrera se cuenta con la asignatura Introducción a la física. Aquí pretendemos mencionar la implementación, dificultades y resultados de la modelización matemática mediante conceptos físicos dentro de la formación del Profesor en Matemáticas.

Palabras clave: Enseñanza; Cinemática; Aplicación; Modelado Matemático; Ecuaciones en Diferencias.

Abstract

The teaching of mathematical models in the faculty in mathematics is carried out in interdisciplinary form, allowing to develop models in biology, health, economy among others. The history shows that the Physics has been associated to the Mathematical one from the first moment, to the point of not being distinguished a difference initially among both, because the search of knowledge of the nature was expressed in form quantified by the mathematical one. This takes to say that the first form of applying mathematical in another science it is by means of the Physics, having to wait many centuries until seeing the instrumentation of the mathematical one newly in Biology around 1927, and at the moment it is present in almost all branch of the knowledge. For it the Physics doesn't escape like discipline to teach mathematical models, having the advantage that in the career it is had the subject introduction to the physics. Here we seek to mention the implementation, difficulties and results of the modeling mathematical by means of physical concepts inside the Professor's formation in Mathematics.

Keywords: Teaching; Kinematics; Application; Modeling Mathematical; Differences Equations.

I. INTRODUCCIÓN

La enseñanza de modelos matemáticos con problemas de física no suelen tener buena aceptación en los alumnos de matemática. Ponemos en contexto esta problemática que planteamos, a partir de la historicidad que presenta en la carrera del Profesorado en Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Catamarca la cual nació a mediados de 1983 existiendo esta carrera desde hacía más de cuarenta años atrás, primero como parte del Instituto Nacional del Profesorado Superior, que en 1973 pasa a formar parte de la Universidad por ese entonces creada, integrando el Departamento Educación hasta la creación de la Facultad citada.

La formación de Profesores de Matemática incluía dos asignaturas con contenidos de Física, denominadas respectivamente Matemática Aplicada I (incluía contenidos de mecánica) y Matemática Aplicada II

La evaluación del presente artículo estuvo a cargo de la organización del XIII Simposio de Investigación en Educación en Física

(incluía contenidos de electricidad y magnetismo), correspondiente a segundo y cuarto año, con dictado anual ambas con una carga de 90 horas anuales. Además, durante todo el plan 1983 se instrumentó la bibliografía básica de "Física"(Tomos I y II) de Alonso M. y Finn E. (1971**)**,a excepción del año 1986 cuyo dictado se realizó en Matemática Aplicada II con varios textos de referencia, a saber, "Análisis Vectorial" de HweiHsu (1973),"Fundamentos de la Teoría Electromagnética" de Reitz, Milford y Cristins (1972),y el mencionado tomo II de Alonso y Finn.(1971**)**.

En todos los casos los dictados se remitían a estudios teóricos de la Física, con ausencia total de actividad de laboratorio. Para el caso de la asignatura Matemática Aplicada I (incluía contenidos de mecánica),se desarrollaba en forma paralela y correlativa a la asignatura Análisis Matemático I, es decir, cálculo de una sola variable, constituyendo una formación no coordinada, donde por ejemplo la clase de velocidad utilizando derivada de una función se impartía veinte días antes del concepto teórico de derivada de una función, presente en Análisis Matemático. De esta manera, la Física resultó para la gran mayoría de los alumnos de aquel plan una asignatura traumática, dando muy malos resultados desde las evaluaciones parciales hasta los exámenes finales, concluyéndose en ser una asignatura de escasos resultados, motivadora de abandonos en segundo año, y produciendo demoras en cuarto año reflejada en la extensión de la carrera. Como consecuencia, los ingresantes de los años 1981 y 1982 fueron cambiados de plan, registrándose el primer egreso del plan 1983 en 1988 y el segundo en 1989, quedando los restantes para 1990 hasta 1994, para completar un total de siete egresados de un total de treinta y cinco ingresantes.

En aquel tiempo, la enseñanza de la Física consistía en la interpretación matemática, o bien en la explicación de la notación matemática que define a cada fenómeno físico. Sus propiedades matemáticas eran los únicos signos de variación que podían determinar una alternativa de visualización de consecuencias del fenómeno planteado.

La incorporación del plan de estudio de 1989 ubicaba al Análisis Matemático I en primer año segundo cuatrimestre, mientras que la única asignatura de Física se la va a denominar "Introducción a la Física" situada en segundo año primer cuatrimestre, cuyos contenidos mínimos incluían los contenidos básicos de Mecánica, Electricidad y Magnetismo. Esta única asignatura de ocho horas semanales, 120 horas cuatrimestrales, no contaba con asignaturas correlativas, motivando que existieran alumnos que se recibieron rindiéndola como ultima asignatura. Para ese entonces, se había implementado en el plan de estudio como nueva asignatura "Matemática Aplicada" en el cuarto año primer cuatrimestre, que tiene como contenido mínimo: Modelos Matemáticos, Teoría de Juegos, Programación Lineal, Estabilidad discreta y continua, entre otros. A fin de que no sea la "Introducción a la Física" una asignatura independiente, se incorpora el tema modelos matemáticos en física, sugiriéndose la correlatividad con lo cual se realiza una modificación para el nuevo Plan de estudios de 1991.

El Plan de estudios más reciente es del 2003, con su modificación vigente al día de hoy conocido como Plan de estudio 2005, donde los contenidos mínimos de la asignatura "Introducción a la Física" tienen una nueva modificación quedando actualmente temas de Mecánica solamente (siendo los textos de referencia: Feynman R., Leighton R., Sands M.,1987 y Tipler P.A.,2004)a la cual se incorporaron actividades de laboratorio. Mientras que en la asignatura "Matemática Aplicada" fue sustituida por la asignatura "Modelos Matemáticos", pasando al segundo cuatrimestre de cuarto año, con menos contenidos y carga horaria, pero donde se utilizan conceptos físicos para la aplicación de modelos matemáticos que yuxtaponen a los distintos conceptos previos de la física y que son reflejados a través de los laboratorios con experiencias variadas, incrementándose la utilización de software libre de matemática a fin de recalcar la idea matemática de la interpretación física.

II. FORMACION DE PROFESORES DE MATEMATICA

En relación a la formación de profesores, Alsina (2009) considera la premisa que los profesores en formación deberían llegar a conocer muchas maneras de actuar y a ejercitarlas en la práctica, por ello insiste en que deberían disponer de criterios para saber cuándo, qué y por qué algo es conveniente y deberían reflexionar sobre ello sistemáticamente. Las experiencias y la práctica conforman, en esta concepción, el punto de partida para el aprendizaje profesional y se trata en este contexto de un procedimiento didáctico que promueve activamente el vínculo entre teoría, práctica en el aula y la personalidad de los profesores en formación con sus propias exigencias.

Asimismo, se destaca que la enseñanza no sólo importa el conocimiento sino la forma en que se presenta, que el alumno conecte el nuevo conocimiento con los previos, que la motivación ocupe un lugar importante para lograr que el alumno se interese por aprender, que se usen ejemplos y problemas para enseñar los conceptos, que se muestre la importancia y la necesidad de los temas tratados y se proponga la utilización de la computadora no sólo para cálculos complicados sino como recurso didáctico para la visualización de distintas situaciones. (Martínez, 2008).

Por otro lado, las relaciones de la matemática con el mundo físico nos llevan a discutir sobre la utilidad del conocimiento matemático para las otras ciencias. Blanché (1973) pone de evidencia la dificultad de encajar una consideración especulativa del conocimiento matemático con la constatación de que las ciencias positivas emplean con éxito sus resultados. Una cuestión metafísica típica que destaca Tymoczko (1986) se plantea: *¿hay objetos abstractos o todos los objetos particulares concretos existen en el espacio y tiempo?* Obviamente, para los defensores de las posturas formalistas, en las matemáticas *existen* objetos abstractos. Una defensa del fisicalismo o de la visión de que todos los objetos son objetos espacio-temporales, podría encerrar más naturalmente una interpretación constructiva de las matemáticas.

III. PROBLEMÁTICA PLANTEADA

La pregunta entonces es: ¿sería apropiada la enseñanza de los modelos matemáticos con aplicaciones físicas en la formación de un Profesor de Matemática?

Normalmente cuando se enseña Física se sigue un desarrollo lineal y acumulativo del desarrollo científico. No se muestra a esta ciencia como algo vivo en constante evolución sino como desconectada de la realidad, ajena a los problemas sociales y a su interacción con la técnica (Solbes y col, 1992)

Por lo tanto, se considera como una alternativa la que aporta la física experimental, donde los conocimientos surgen desde experiencias de laboratorio, siendo la observación orientada por el docente la que lleva a alcanzar conceptos físicos que luego se traducen al lenguaje matemático, formulas, mediante las cuales hacen de una abstracción campo propicio del matemático. La otra alternativa, interpretada por algunos como física-matemática, es la que descubre los conceptos de la física desde su representación simbólica, un juego de fórmulas, que luego se traduce en análisis dimensional.

Frente a estas modalidades, se propone como alternativa la implementación en la asignatura "Matemática Aplicada" desde 1999 hasta 2009 y de "Modelos Matemáticos" desde 2009, ambas de cuarto año de la carrera Profesorado en Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Catamarca, donde se desarrollan los contenidos relacionados a la modelización matemática de procesos dinámicos, tanto discretos como continuos, o modelización geométrica, la cual se procura lograr acercar a los alumnos a una Física relacionada a la vida cotidiana, que favorece una apertura a nuevos perspectivas que generan una actitud positiva hacia su aprendizaje. Esto se traduce en la interpretación de problemas de la Física, tal como el caso de la cinemática donde se pretende modelizar el desplazamiento recorrido por un móvil considerado a velocidad desconocida salvo en ciertos instantes, que se expone a continuación.

IV. RECURSO PEDAGOGICO

Se considera como un recurso pedagógico, la elaboración de un modelo matemático que tiende a llevar al alumno a un proceso de conceptualización, es decir se parte de una idea intuitiva y se introduce el concepto inspirado de tal idea, mediante algunas de sus propiedades básicas, entre ellos teoremas que se deducen mediante razonamientos lógicos de los axiomas, llevándolo a prescindir después del punto de partida intuitivo.

Si bien, para la aplicación de la teoría construida, hay un segundo proceso de desconceptualización, que consiste en traducir los resultados logrados, a la realidad concreta de partida en forma aproximada. Entonces: ¿en qué medida se adapta un modelo matemático a la realidad?, esto es una cuestión de carácter intuitivo para lo cual no se pueden dar reglas. En efecto, en el proceso de conceptualización reconocemos variable que intervienen e influyen sobre el fenómeno, pero según sea el número de tales variables, o la forma de intervenir en el modelo matemático, estas se van clasificando en cuales son más significativas, así es como descartamos algunas de las variables, haciendo más fácil el modelo matemático desde el punto de vista operativo, pero corriendo el riesgo de la precisión de los resultados de acuerdo al fenómeno real. Así es como se reconoce que un modelo matemático es una caricatura de la realidad.

Según sea el fenómeno a describir podemos tener alguna herramienta matemática asociada, es más, un mismo fenómeno puede estar representado por modelos matemáticos que usen distintas áreas de la Matemática, aquí hacemos referencia a aquellos que varían con el tiempo, y como las distintas variables que participan en los resultados del fenómeno, definen un sistema, así pues se tiene la siguiente definición:

Un modelo matemático (dinámico) es un sistema dinámico cuando el conjunto de variables que determinan el comportamiento del fenómeno forman un sistema que dependen de una variable independiente dada por el tiempo.

> *Los modelos matemáticos tratados bajo Sistemas Dinámicos requieren de dos herramientas matemáticas muy importantes, y que según sea la variable independiente continua o no los modelos matemáticos serán continuos o discretos. Las herramientas a la que hacemos referencia son las Ecuaciones Diferenciales y las Ecuaciones en Diferencias.* (Juarez y otros, 2005, pp. 95)

Aquí nos abocaremos a los Modelos Matemáticos Discretos como Sistemas Dinámicos, es decir a aquellos que se representan mediante Ecuaciones en Diferencias (en adelante EED) o Sistemas de Ecuaciones en Diferencias (en adelante SEED), estos representan una sucesión de datos del experimento a estudiar, dependiente del tiempo, es decir se trata de establecer ecuaciones que representen la relación entre distintos estados de la variable a lo largo del tiempo, así surgen expresiones que representan al fenómeno, es decir el modelo matemático.

Es absurdo creer que sólo herramientas matemáticas muy sofisticadas pueden servir para construir modelos matemáticos realistas. A través de gráficos, tablas, y más aún, con desarrollos numéricos, se pueden construir modelos efectivos, parte de esto último es la *Matemática Discreta*. Esta aporta a la característica más destacada de los Modelos Matemáticos: la *aproximación*. No debe asustar que un modelo matemático sea una aproximación a la realidad, pues los modelos simples surgen de eliminar el efecto de algunas variables cuyo comportamiento se prevé poco influyente del fenómeno, y que a través de la *Simulación*(Coss Bu, 1999) el modelo matemático sea recreado según las condiciones que lo determinan sus variables.

El objetivo de la modelación matemática es generar una representación matemática útil de una situación real. Entonces se debe analizar cuáles son las posibles representaciones matemáticas existentes, y su importancia en cada caso, sin pretender con esto decir, cual es superior a las restantes, pues, cada una de ellas se adapta a determinados planteos. Tal diversidad debe ser aprovechada por el docente para crear motivación. Esto a partir de considerar las formas de representaciones como: la situación real donde se describe al fenómeno a estudiar, luego se esboza en un diagrama que esquematiza dicho fenómeno para luego llevarlo a una representación numérica que evidencia su comportamiento y finalmente se utiliza la representación gráfica que describe el comportamiento del fenómeno real. Donde larepresentación gráfica es lo que forma parte de lo que Martínez E. (2003)denomina un "truco profesional", el cual dice:

> *...usan un truco muy sencillo cuando quieren poner en evidencia tendencias o leyes que sospechan que puedan estar rigiendo colecciones estadísticas de números. Los representan gráficamente. El dibujar los problemas, trazar gráficos y esquemas y apoyarse en ellos para razonar, es una de las destrezas clave que diferencian a los físicos formados de los estudiantes. Parte de la ventaja que disfrutan los veteranos frente a los nuevos es que ven los problemas de manera jerárquica, son capaces de captar el orden general sin empantanarse en los detalles. La representación gráfica de la información es esencial para lograr este tipo de imagen abarcante.*

La representación simbólica esta es la forma más usual y directa de los tipos de expresiones matemáticas, son las fórmulas, o ecuaciones donde participan las variables del fenómeno y que dan apertura a la simulación de modelos explícitos e iterativos que establecen las ecuaciones que definen un el fenómeno estableciendo una correspondencia entre las variables que intervienen.

El dictado de la asignatura "Modelos Matemáticos" tiene al inicio un encuadre teórico de los modelos matemáticos, su formulación, métodos de resolver problemas y las peculiaridades de los modelos matemáticos, para así arribar mediante técnicas de modelado a los desarrollos de ejemplos de modelos.

Para ello se considera el comportamiento de las variables desde el concepto de variaciones, que pueden ser discretas y continuas. Presentando las variaciones como tasas de cambio, siendo estas simples, relativas e instantáneas. La inmediata interpretación de tales tasas, está presente en disciplinas que se pueden interpretar como aplicaciones matemáticas, o más sencillo aun como de conocimiento cotidiano, sean estos físicos, económicos o de dinámica poblacional, expresándolos con lenguaje específico de cada área pero con la sencillez para un aprendiz. Los conceptos desde lo físico se traducen en posición, velocidad y tiempo de recorrido.

A continuación adaptando la propuesta realizada por Bassanezi (2002), se propone modelizar los conceptos de movimiento uniforme, partiendo de un mapeo de datos de la velocidad de un vehículo según lo observado en el velocímetro en determinados momento del viaje, a fin de calcular la distancia total recorrida por dicho vehículo. En consecuencia el desarrollo del modelo matemático puede mencionarse en etapas de la siguiente manera:

A. Problema propuesto

Desde la Ciudad de San Fernando del Valle, capital de la Provincia de Catamarca, la localidad de La Puerta se halla a los$36[km]$ transitando por la Ruta Provincial N° 1. Se plantea recorrer ese trayecto pasando luego por otras localidades que se hallan a más distancia de la mencionada. Partiendo desde la Ciudad citada se toma nota del tiempo y la velocidad que marca el velocímetro del vehículo que los transporta, teniendo la siguiente información: A los cinco minutos de iniciado el recorrido se registra la velocidad de$40[km/h]$. Diez minutos más tarde se observa la velocidad en$70[km/h]$. Al cumplirse media hora de viaje el velocímetro marca$90[km/h]$ y sobre los cuarenta y cinco minutos se observa $80[km/h]$. Si el recorrido dura cincuenta y cuatro minutos ¿cuál será la distancia recorrida?

Se propone realizar un modelo matemático para determinar esa distancia, para ello se graficará la información alcanzada como puntos en el plano con coordenadas que expresan la velocidad en función del tiempo; siendo expresado el tiempo en minutos y la velocidad en$[km/h]$.Para graficar la información obtenida surgen algunas preguntas: ¿cómo es la velocidad inicial?, pues si es nula, nos dice que parte del reposo. Por otro lado la velocidad en el momento del final del recorrido no está dada, esto implica que al minuto cincuenta y cuatro, el vehículo está detenido, o continua en movimiento pasando por ese lugar en ese momento. Consideramos que parte del reposo y dejamos la velocidad final sin definir, es decir, que puede detenerse a los cincuenta y cuatro minutos o bien detenerse luego. Si bien la velocidad está dada en $[km/h]$, el tiempo transcurrido esta dado en minutos, así pues realizaremos una reducción de los datos dados a $[km/min]$, en la Tabla I, y su gráfico se muestra en la Figura 1.

TABLA I. Reducción de los datos de velocidad a $[km/min]$.

Tiempo [min]	0	5	15	30	45
Velocidad [km/h]	0	40	70	90	80
Velocidad [km/min]	0	2/3	7/6	3/2	4/3

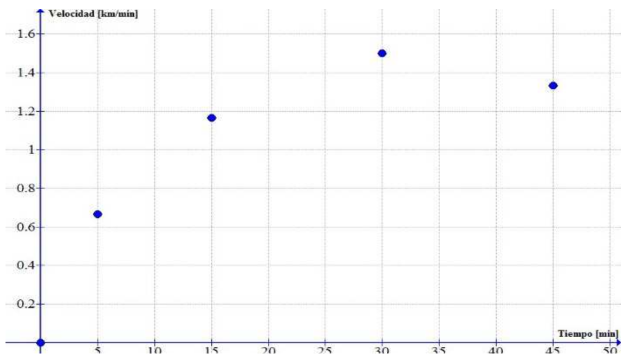

FIGURA 1. Datos reales del problema en estudio.

Surgen diversas formas de interpretar el problema por lo que se plantea algunos modelos:

A.1. Modelo con movimiento uniforme

Entendemos por movimiento uniforme cuando un objeto recorre espacios iguales en tiempos iguales, o sea es la posición del móvil en el instante de tiempo:

$$y = kt + y_0$$

Dondey_0 es el recorrido efectuado desde un punto de referencia en el momento inicial de la observación. Considerando movimiento uniforme la velocidad es constante, con ello la velocidad estará dada por la velocidad media de los datos conocidos, esto es la media aritmética de los datos observados: 40, 70, 90 y 80. Así la velocidad media es de$70[km/h]$ durante el trayecto, que expresado en minutos es de $7/6[km/min]$ por lo que el modelo matemático para el movimiento considerado uniforme es: $y = \frac{7}{6}t$ con $0 \leq t \leq 54$.Por ello debemos hacer la variable$t = 54$ para obtener el recorrido total:

$$\frac{7}{6}\left[\frac{km}{min}\right]54[min] = 63\ [km]$$

Como propuesta geométrica se plantea realizar una gráfica comparativa del modelo matemático planteado ante el problema real, y realizar un comentario acerca de la comparación de resultados respecto del área debajo de las curvas consideradas, (Figuras 2 y 3).

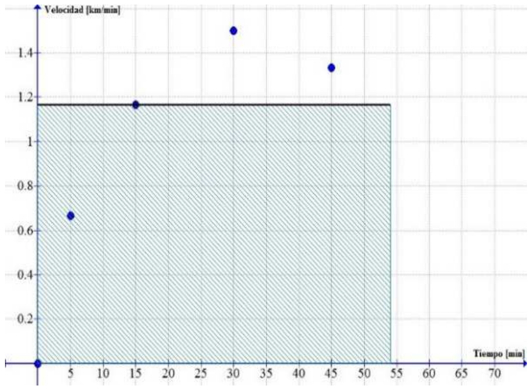

FIGURA 2. Datos realesy modelo matemático con movimiento uniforme.

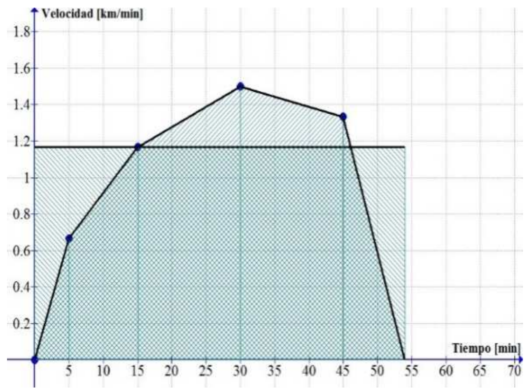

FIGURA 3. Comparacióndel modelo matemático planteado respecto a los datos reales.

A.2. Modelo de movimiento uniforme por intervalos

Una vez determinado el valor inicial como nulo y final sin definirlo surge la propuesta de que en cada intervalo de tiempo la velocidad se supone constante, esto es, se realiza el cálculo en cada intervalo como el valor medio de las velocidades con las que inicia y finaliza cada periodo. Con ello se obtiene el recorrido parcial en cada trayecto y sumando estos valores se obtienen el recorrido total.

Sabemos que $\overline{v_k} = \frac{y_{k+1}-y_k}{t_{k+1}-t_k} = \frac{\Delta_k y}{\Delta_k t}$ es el valor de la velocidad media en el intervalo de tiempo$\Delta_k t = t_{k+1} - t_k$. Esto es la tasa media. Así$\Delta_k y = y_{k+1} - y_k = \overline{v_k}\Delta_k t$es el área de un rectángulo de base$\Delta_k t$y altura$\overline{v_k}$.

Como $y(t)$ es la posición del móvil en el instante t, tenemos que el área de cada intervalo es el espacio recorrido en ese intervalo de tiempo, y si sumamos luego todas las áreas obtenemos $y(t)$, es decir:

$$y(t) = \sum_{k=1}^{h} \overline{v_k}\Delta_k t \text{ Si} t_k \leq t \leq t_{k+1}, \text{donde} \overline{v_k} = \frac{v_k + v_{k+1}}{2}$$

Tomando los puntos medios de cada intervalo se halla la velocidad, mediante los datos observados en cada intervalo lo cual se expresa a continuación:

$$0 \leq t \leq 5 \overline{v_1}\Delta_1 t = \frac{0 + 2/3}{2} \times 5 = 1{,}666[km]$$

$$5 \leq t \leq 15 \overline{v_2}\Delta_2 t = \frac{2/3 + 7/6}{2} \times 10 = 9{,}1666[km]$$

$$15 \leq t \leq 30 \overline{v_3}\Delta_3 t = \frac{7/6 + 3/2}{2} \times 15 = 20[km]$$

$$30 \leq t \leq 45 \overline{v_4} \Delta_4 t = \frac{3/2 + 4/3}{2} \times 15 = 16{,}25[km]$$

Hasta los$45[min]$ la suma anterior es de$47{,}082[km]$ resta calcular los últimos minutos de viaje hasta los$54[min]$. Si estos fueron recorridos también a la misma velocidad que en el último tramo tendríamos por calculo análogo$9{,}75[km]$ con lo cual el recorrido total del modelo es de $56{,}832[km]$.

La diferencia con respecto al primer modelo se puede ver fácilmente en la gráfica de áreas por debajo de las funciones del modelo y la del problema (ver Figura 4).

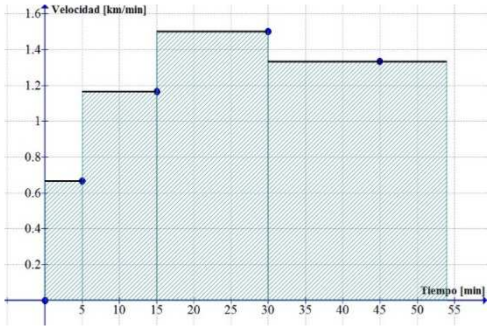

FIGURA 4. Movimiento uniforme por tramo del área por debajo de las funciones del modelo y del problema real.

A.3. Modelo de velocidad lineal

Realicemos el ajuste lineal por partes a fin de hallar la función velocidad por tramos, para expresar el modelo matemático con velocidad lineal.

Sea la función v velocidad obtenida por el ajuste de manera que la superficie bajo la curva en todo su dominio nos dará el recorrido total. Para obtener la velocidad en términos del tiempo, recordemos que la ecuación de la recta que pasa por dos puntos conocidos (t_1, y_1) y (t_2, y_2) está dada por:

$$y = y_1 + \frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1}(t - t_1)$$

Los últimos minutos hasta los $54[min]$ pueden suponerse que disminuye la velocidad hasta detenerse. La función con varias asignaciones (Figura 5) de la modelización matemática correspondiente es:

$$f(t) = \begin{cases} \frac{2}{15}t & si \quad 0 \leq t \leq 5 \\ \frac{5}{12} + \frac{1}{20}t & si \quad 5 \leq t \leq 15 \\ \frac{5}{6} + \frac{1}{45}t & si \quad 15 \leq t \leq 30 \\ \frac{11}{6} - \frac{1}{90}t & si \quad 30 \leq t \leq 45 \\ 8 - \frac{4}{27}t & si \quad 45 \leq t \leq 54 \end{cases} \tag{1}$$

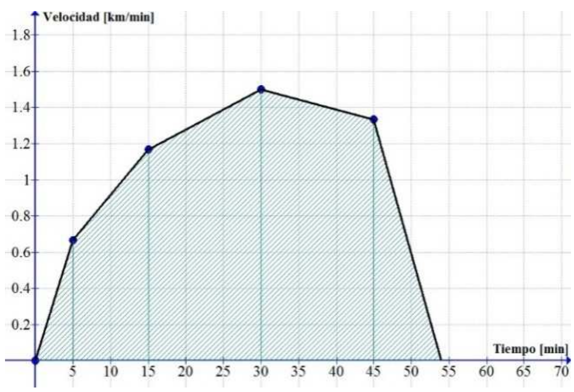

FIGURA 5. Modelización matemática del movimiento con velocidad final.

Finalmente se toma el supuesto de que en cada intervalo se tiene una velocidad inicial y final que hace a una variación en cada intervalo, con ello se calcula el recorrido parcial y luego el valor del recorrido total mediante la integral de la función definida en (1) dando como resultado$58{,}083[km]$.

V. CONCLUSIONES

Los “Modelos Matemáticos” se presentan como una alternativa de la enseñanza de las matemáticas con aplicaciones a diferencias ciencias. En este caso, el aporte dado por la cinemática a través de un problema cotidiano, muestra la adhesión por parte del alumno a participar de las deducciones con conceptos previos aportados desde la asignatura “Introducción a la Física”, llevándolo a cumplimentar la guía de trabajos prácticos con problemas similares para su resolución. Si bien, esta estrategia didáctica de modelización matemática, le aportan al alumno otra manera de analizar los problemas de aplicación, cuyos resultados obtenidos desde el 2005 a la fecha han producido cambios muy favorables dentro de su formación inter-disciplinaria como futuro Profesor de Matemática.

REFERENCIAS

Alonso M. y Finn E. (1971).*Física Vol I Mecánica.* México: Fondo Educativo Interamericano.

Alonso M. y Finn E. (1971).*Física Vol. II Campos y Ondas*. México: Fondo Educativo Interamericano.

Alsina, A. (2009).El aprendizaje realista: una contribución de la investigación en Educación Matemática a la formación del profesorado. *Actas de los simposios de la SEIEM*, España, Santander http://www.seiem.es/publicaciones/archivospublicaciones/actas/Actas13SEIEM/SEIEMXIII_Indice.pdf, Visitado: 05 Junio de 2016.

Bassanezi R.C. (2002).*Ensino-aprendizagem com modelagem matemática.* Sao Paulo: Contexto.

Blanché, R. (1973).*La Epistemología.* Barcelona: Oikos-Tau.

Coss Bu, R. (1999). *Simulación: un enfoque práctico*. México: Editorial Limusa S.A.

Feynman R., Leighton R., y Sands M. (1987).*Física: Mecánica, Radiación y Calor(Volumen I).*Addison-Wesley Iberoamericana.

HsuHwei P. (1973).*Análisis Vectorial*. EUA: Fondo Educativo Interamericano S.A.

Juarez G.A., Navarro S.I. (2005).*Ecuaciones en Diferencias con aplicaciones a Modelos en Sistemas Dinámicos.* Catamarca: Sarquís.

Martínez A. (2008).Aprendizaje de competencias matemáticas. *Rev. Avances en Supervisión Educativa,* 8(5)*http://www.adide.org/revista/index.php?option=com_content&task=view&id=248&Itemid=64*Visitado: 05 Junio de 2016.

Martínez E. N. (2003) Logarithmic Park: las escalas de los dinosaurios. *Centro de Formación Continua. Instituto Balseiro. UNCuyo. Centro Atómico Bariloche. CNEA.*

Reitz, Milford y Cristins (1972).*Fundamentos de la teórica electromagnética.* México: UTEHA.

Solbes J, Vilches A. (1992). El modelo constructivista y las relaciones ciencia-técnica-sociedad (CTS). *Revista Enseñanza de las Ciencias,* 10(2), 181-186.

Tipler P.A. (2004) *Física para la ciencia y la tecnología. (Volumen I: Mecánica, Oscilaciones y ondas Termodinámica).* Barcelona: Editorial Reverté. (Cuarta edición).

Tymoczko, T. (1986).*New Direction in the Philosophy of Mathematics*. Boston: Birkauser.