

Cinemática y el análisis de una función: una propuesta didáctica para su articulación en el contexto de una facultad de ingeniería

REVISTA
DE
ENSEÑANZA
DE LA
FÍSICA

**Kinematics and the analysis of a function: a didactical proposal
for their articulation in the context of an Engineering School**

**Patricia Torroba¹, Eugenio Devece¹, María de las Mercedes
Trípoli², Luisina Aquilano³**

¹IMApEC, Dpto. de Ciencias Básicas, Facultad de Ingeniería,
Universidad Nacional de La Plata, 1 y 47, La Plata, Argentina.

²ETEMI, Dpto. de Ciencias Básicas, Facultad de Ingeniería,
Universidad Nacional de La Plata, 1 y 47, La Plata, Argentina.

³Dpto. de Ciencias Básicas, Facultad de Ingeniería, Universidad
Nacional de La Plata, 1 y 47, La Plata, Argentina.

E-mail:eugdvc@gmail.com

Resumen

En el marco de un trabajo que viene realizando un grupo de docentes de matemática y física, se llevó a cabo una actividad de articulación vertical entre dos materias del área básica de la Facultad de Ingeniería de la UNLP. El objetivo de esta propuesta didáctica es, por un lado, que el alumno afiance y relacione los conocimientos adquiridos, y por otro, que valore la utilidad de la matemática a través de su aplicación a situaciones reales. Se realizó una actividad experimental en física con uso de TIC, en una clase de matemática. Los temas que se vincularon fueron el análisis de una función de una variable desde la matemática y conceptos de cinemática, desde la física. La actividad fue evaluada mediante encuestas anónimas. Los resultados indicarían que la propuesta resultó útil y motivadora. Además, los estudiantes mostraron que requieren de la presencia de los docentes para concretar la articulación entre ambos temas.

Palabras clave: Articulación; Aprendizaje significativo; Matemática y física; Ingeniería.

Abstract

In the framework of a research developed by a group of teachers of mathematics and physics, an articulation activity between two vertical courses was carried on in the area of basic teaching in the School of Engineering at the National University of La Plata, (UNLP). The aim of this didactical proposal is on the one side that the students hold and relate the knowledge acquired; and on the other, that they account for the usefulness of mathematics through its application to actual situations. An experimental activity in physics was performed with the aid of ICT during a math class. The bonded subjects were the analysis of a function of one variable from the mathematical point of view along with kinematic concepts from physics. The activity was evaluated by anonymous poll. The results show that the proposal was useful and motivating. In addition, the students showed that they require the presence of teachers to realize the link between the two subjects.

Keywords: Articulation; Meaningful learning; Mathematics and physics; Engineering.

I. INTRODUCCIÓN

A partir del año 2010 comenzaron las reuniones entre docentes de asignaturas de Matemática y de Física del Departamento de Ciencias Básicas de la Facultad de Ingeniería de la UNLP, con el interés de intercambiar las maneras en las cuales cada uno realiza la presentación a los alumnos de los conceptos que son comunes a ambas disciplinas. En particular, se comenzó interactuando entre profesores de Física I (Mecánica Clásica) y Matemática C (Álgebra lineal). Los conceptos vinculados entre ambas asignaturas son los de movimiento armónico simple (MAS) desde el punto de vista de la Física, y las ecuaciones

diferenciales ordinarias de segundo orden lineal (EDO) desde la Matemática. Durante estos encuentros surgió que la notación empleada en la solución de la ecuación diferencial en ambas asignaturas no es la misma. Esta situación fue disparadora de una serie de interrogantes entre los cuáles se destacó: ¿Los estudiantes relacionan la solución obtenida del MAS en Física, con las soluciones analíticas encontradas para una ecuación diferencial de segundo orden en Matemática C? Esta investigación dio origen a una serie de actividades de articulación cuyo resultado general fue la necesidad de contar con la participación docente para ayudar al estudiante a desarrollar la habilidad de aplicar los conceptos adquiridos en distintos y/o nuevos contextos y generar una visión global del tema (Costa y otros, 2013).

Las actividades de articulación se extendieron a otras asignaturas del área de Ciencias Básicas, entre Física II (Electromagnetismo) y Matemática C (Torroba y otros, 2013); entre Matemática C, Física I y Mecánica Racional ((Torroba y otros, 2014); entre Matemática A y Física I (Devece y otros, 2015).

En este trabajo se propone diseñar e implementar estrategias que fomenten en el alumno articular notaciones, lenguaje y aplicar herramientas y conocimientos previos en nuevos contextos que permitan una mejor articulación entre las disciplinas mencionadas.

La gran mayoría de los alumnos que cursan Matemática A estudiaron en la escuela media las expresiones del movimiento con aceleración constante. La actividad experimental propuesta se implementa cuando los estudiantes están cursando dicha asignatura. En la instancia en que se realiza la práctica, los estudiantes ya abordaron el concepto de derivada en una variable y el análisis de una función. La tarea se desarrolla en una clase de matemática A con la presencia de los docentes de esta materia junto con los de física. El uso de TIC permite tomar datos a tiempo real, representar gráficamente los resultados y analizarlos desde el punto de vista matemático así como asignar significado físico a las magnitudes cinemáticas involucradas.

La labor se evalúa mediante encuestas anónimas hechas a alumnos que participaron de la actividad y se compararon con otras obtenidas con estudiantes de otras comisiones que no la realizaron.

Este trabajo se desarrolló en un ámbito en el cual los docentes trabajan en forma colaborativa, donde prima la comunicación, el trabajo compartido, la reflexión conjunta, el intercambio de ideas como así también las preocupaciones compartidas, constituyendo estas relaciones de colaboración académica un aporte en la articulación entre las diversas asignaturas de ciencias básicas de nuestra facultad, como así con otras de las llamadas tecnológicas básicas.

II. MARCO TEÓRICO

A pesar de saber que la herramienta matemática juega un papel importante en el desarrollo de las ciencias, en la tecnología y para interpretar situaciones de la vida cotidiana, el proceso de enseñanza y aprendizaje se realiza, en muchas ocasiones, con cierta abstracción que aleja esta ciencia de la realidad de los estudiantes y de sus intereses. Como menciona Brousseau (citado por Alfaro y Fonseca, 2016),

Saber matemáticas, no es solamente aprender definiciones y teoremas, para reconocer el momento de utilizarlos y aplicarlos; sabemos que aprender matemáticas implica ocuparse de problemas. Una buena reproducción por el alumno de una actividad científica exigiría que intervenga, que formule, que pruebe, que construya modelos, lenguajes, conceptos, teorías, que los intercambie con otros, que reconozca los que están conformes con la cultura, que tome los que son útiles, etcétera.

Es necesario, por ello, que los docentes propicien situaciones didácticas en las cuales los estudiantes realicen actividades que fomenten la capacidad de integración de conceptos matemáticos en distintas áreas. En este caso la física se emplea para apreciar el valor y utilidad de esta herramienta.

Enseñar matemática a los futuros ingenieros debería concebirse de manera que sea una herramienta para ellos, entre otras situaciones, proponiendo problemas interesantes, de aplicación a situaciones reales, donde los alumnos puedan ver la necesidad de utilizarla” ...Sin embargo, no es un tema sencillo ya que en el primer año de la carrera es muy difícil proponer situaciones problemáticas atrayentes que puedan resolver con los conceptos estudiados.

Es un desafío para los docentes de los primeros años de las carreras de ingeniería tratar que el alumno considere que está aprendiendo algo útil, que no está perdiendo el tiempo y que está estudiando algo que va a poder aplicar a lo largo de la carrera.(Devece y otros, 2015)

Las actividades de articulación que venimos desarrollando entre las asignaturas Matemática A y Física I, se cimientan en la necesidad de fomentar la vinculación de algunos temas que tienen conceptos comu-

nes en ambas asignaturas, de propiciar la integración y construcción de los conocimientos a través de actividades, y de comparar el lenguaje simbólico que en ellas se utilizan.

Como los estudiantes son de primer año, aun no cuentan con la competencia necesaria para articular por sí solos los conocimientos previos y los nuevos que van incorporando, por lo que es necesaria la colaboración del docente para que el alumno pueda llevar a cabo este proceso. En este sentido, se consideró la teoría del aprendizaje significativo (Ausubel y otros, 1976), en la que se plantea que el aprendizaje del alumno depende de la estructura cognitiva previa que se relaciona con la nueva información entendiendo estructura cognitiva al conjunto de conceptos, ideas que un individuo posee en un determinado campo del conocimiento, así como su organización. En esta teoría se considera que el aprendizaje significativo sucede cuando una nueva información se conecta con un concepto relevante preexistente en la estructura cognitiva, así los nuevos conceptos pueden ser aprendidos en forma significativa en la medida en que otros conceptos relevantes estén adecuadamente claros y disponibles en la estructura cognitiva del individuo y que funcione como un punto de anclaje de la primera. Por lo tanto, el docente debe considerar lo que el alumno ya sabe de tal manera que establezca una relación con aquello que debe aprender. Además, Ausubel destaca que para que se produzca aprendizaje significativo, el aprendiz debe querer aprender.

Es nuestro propósito, con estas actividades de articulación, favorecer la integración y construcción de los conocimientos, siendo ésta una manera de motivar el aprendizaje de modo significativo. Además, se considera necesario interceder ante las dificultades académicas detectadas en los alumnos tratando de evitar las confusiones a las que da lugar el uso de terminología, nomenclatura, simbología y definiciones. Como mencionan Alfaro y Fonseca (2016),

Supóngase que se está interesado, como enseñantes, en que el estudiantado aprenda un concepto matemático determinado, para tal efecto, el concepto no debe ser reducido a una definición, sino más bien, deben plantearse situaciones-problemas con la idea de que el concepto tenga sentido para el alumnado.

En este contexto se propone realizar una actividad experimental con el empleo de TIC que genere una situación problemática que permita al alumnado vincularla con la realidad.

III. ACTIVIDAD DE ARTICULACIÓN

Se realizó una actividad de articulación vertical entre dos materias del Área Básica de Ingeniería, Matemática A y Física I, en la que se trató de integrar uno de los temas comunes de las asignaturas con el objetivo de afianzar los conocimientos adquiridos y así, poder recuperarlos más adelante. Esta actividad forma parte del trabajo que se viene desarrollando en conjunto entre docentes de las asignaturas mencionadas, la cual se desarrolló con la participación activa de los profesores de física, junto a los profesores de matemática involucrados en la experiencia, con una forma de trabajo colaborativa. La actividad de articulación se llevó a cabo en una clase de matemática. Como se menciona en Devecey otros (2015), el objetivo del trabajo que venimos desarrollando es que los alumnos, mediante actividades complementarias, analicen situaciones problemáticas que serán recuperadas en otras asignaturas y valoricen la utilidad de la matemática. En particular, se intentan diseñar estrategias que fomenten en el alumno articular notaciones, lenguaje y aplicar herramientas y conocimientos previos en problemas o situaciones problemáticas que permitan una mejor articulación entre las asignaturas mencionadas.

A. Tema estudiado y población de estudio

El objetivo específico de la actividad que se relata, fue emplear el análisis de una función en una situación física experimental y contrastar los resultados del modelo teórico con los resultados experimentales. Los temas que se vincularon fueron el análisis de una función de una variable desde la matemática y conceptos de cinemática, desde la física. Al analizar una función, aparece el concepto de derivada; éstas pueden usarse para calcular, en el lenguaje matemático, las razones de cambio instantáneo. La razón de cambio de la posición respecto al tiempo es la velocidad y la razón de cambio de la velocidad respecto al tiempo es la aceleración. Desde el punto de vista del lenguaje físico, la velocidad es la derivada de la posición respecto al tiempo, y la aceleración es la derivada de la velocidad respecto al tiempo. Usando estas ideas, podremos analizar el movimiento unidimensional de una partícula dada su posición en función del tiempo.

Los estudiantes que realizaron la actividad fueron treinta y dos, inscriptos en una comisión de las dieciséis que tiene Matemática A en los primeros semestres y que están cursando por primera vez la asignatura. La actividad se llevó a cabo en una hora reloj. El momento curricular elegido fue al terminar la unidad en la que se realiza el análisis completo de una función de una variable.

B. Diseño y desarrollo de la actividad

La actividad consistió en la presentación, por parte de docentes de Física I, de conceptos físicos referidos al movimiento rectilíneo uniforme (MRU) y uniformemente variado (MRVU). Se tuvo en cuenta, al momento de pensar la experiencia, que los alumnos deberían haber vistos dichos conceptos en la escuela media, es por ello, que al momento de la presentación en el aula se propició la participación del alumno intentando recuperar los mismos y, además, vincularlos con las herramientas matemáticas estudiadas en la asignatura de matemática que estaban cursando en ese momento (la relación entre una función y su derivada).

Otro de los aspectos que se enfatizó fue las distintas notaciones y lenguajes que se utilizan en ambas asignaturas, pues ya se había observado en las clases de física la dificultad que presentan los estudiantes cuando, a pesar de haber vistos los conceptos previamente, se enfrentan con alguna notación desconocida o poco trabajada por ellos. Por ejemplo, en general en Matemática A se nombra una función de una variable como $y = f(x)$, donde x es la variable independiente e y la variable dependiente. En esta actividad se utilizó $x(t)$ con t (tiempo) la variable independiente y a x (posición) como la variable dependiente. La notación utilizada más frecuentemente en la asignatura de matemática, para indicar la derivada de la función $f(x)$, es $f'(x)$ mientras que en física, para indicar la derivada de $x(t)$, se usa dx/dt .

En la actividad experimental se emplearon TIC, las cuales consistieron en un sensor de posición, un carro de roce despreciable, una pista de aluminio, una interface y un software que permite la toma de datos en tiempo real y su respectiva representación, algunos de estos elementos se pueden apreciar en la Figura 1. El uso de estos dispositivos favorece el aprendizaje y resulta motivador en los jóvenes debido al alto grado de alfabetización digital que poseen (Raviolo, Álvarez, y Aguilar 2011; Salinas, 2004).

Luego de discutir los distintos movimientos y vincular las distintas notaciones empleadas en las dos disciplinas involucradas en la experiencia, se explicó brevemente el funcionamiento de cada dispositivo y se les entregó a los alumnos en forma impresa una tarea que consistía en aplicar lo trabajado previamente.



FIGURA 1. Carrito con sensor de movimiento.

La actividad práctica entregada al estudiante comenzaba con un ejemplo (Figura 2) que fue realizado experimentalmente. El mismo consistió en generar un movimiento a velocidad constante a partir de la pista en posición horizontal.

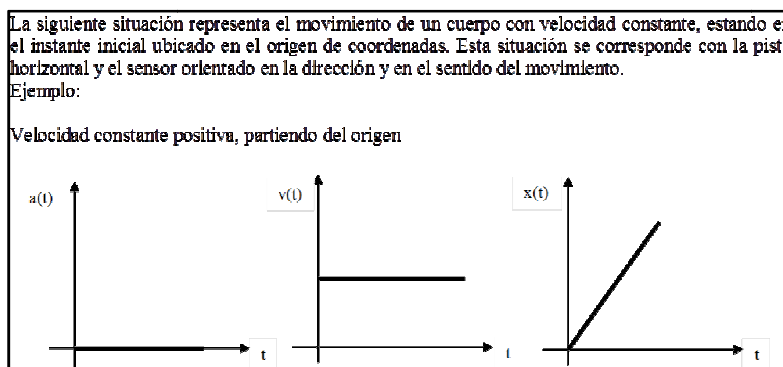


FIGURA 2. Parte de la actividad presentada a los alumnos a manera de ejemplo

Luego los estudiantes, tomando el ejemplo presentado y las ideas discutidas previamente, debían completar otros gráficos. Se muestra en la Figura 3 uno de ellos.

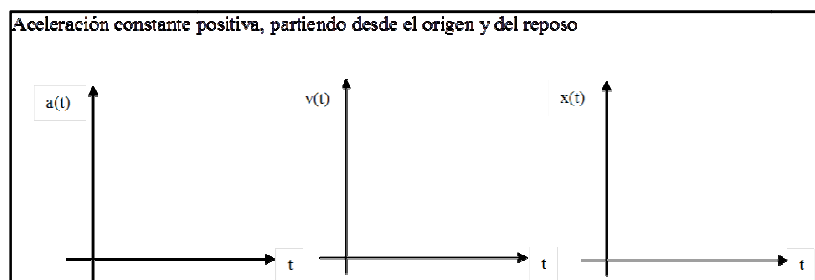


FIGURA 3. Ejercicios que debían realizar los estudiantes

Los estudiantes podían resolverla actividad en forma individual y/o grupal y consultando a los docentes, de esta manera se trabajó entre los distintos actores que formamos parte de la experiencia.

El objetivo era analizar una expresión desde un punto de vista físico y matemático a partir del análisis de una función. Es así que, a partir de este análisis surge la vinculación entre la derivada primera y segunda (desde la matemática) con la velocidad instantánea y con la aceleración instantánea (desde la física).

Para concluir con la actividad, se empleó un sensor de posición que permitió obtener los datos necesarios para construir la expresión de la posición en función del tiempo de un carrito que realiza un movimiento con aceleración constante. El resultado de esta toma de datos permitió obtener una función cuadrática dando la posibilidad que el alumno contraste el gráfico realizado por él con el generado experimentalmente y verificar que el gráfico experimental se ajusta al obtenido por el modelo teórico (Figura 4).



FIGURA 4. Distintos momentos del desarrollo de la actividad de articulación en el aula de matemática

Cabe mencionar que la experiencia realizada con el sensor de posición forma parte del primer laboratorio que los estudiantes hacen cuando cursan la asignatura Física I.

C. Algunas observaciones

Los alumnos pudieron resolver algunas de las consignas dejando otras en blanco (que creemos se debe por el tiempo al que se destinó la actividad, el cual resultó escaso). Algunos hicieron referencia a recuerdos que tenían de física por su paso en la escuela media y otros con lo visto en Matemática A y la presentación realizada por los docentes de Física I en la actividad propuesta.

Por la experiencia en el aula se puede concluir que la propuesta de actividades resultó útil y motivadora, lo cual se puede constatar con los resultados obtenidos por una encuesta realizada a los alumnos una vez entregadas sus producciones, la cual fue realizada con el objetivo de contar con herramientas que permitiera analizar la actividad desarrollada (Figura 5).

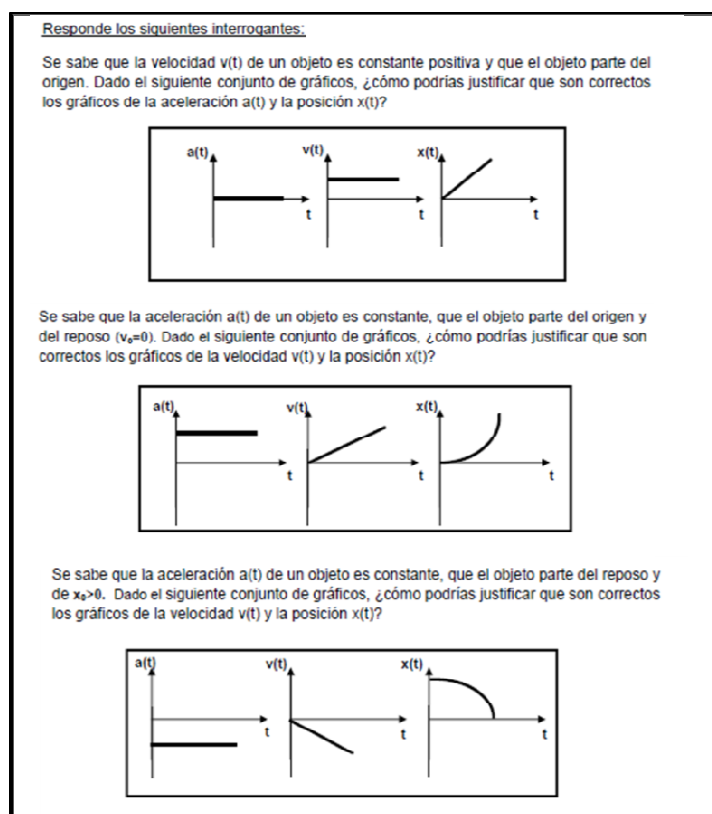


FIGURA 5. Preguntas realizadas a los estudiantes luego de finalizar la actividad.

Se pudo observar gran interés y esfuerzo por gran parte de los estudiantes para resolver los problemas propuestos, manifestándose el espíritu de colaboración entre los compañeros. Se observó un buen trabajo en equipo y una gran motivación, principalmente porque se logró un ámbito de discusión ameno para la resolución de las situaciones problemáticas que se les presentaron.

IV. RESULTADOS

Los resultados de la encuesta realizada a los alumnos que participaron de la actividad, luego de su finalización, dieron los siguientes valores: el 76% de los alumnos encuestados respondieron que habían estudiado el movimiento rectilíneo uniforme (MRU) y uniformemente variado (MRVU) en alguna de las materias del secundario. Solamente el 34% de los estudiantes consideró que la vinculación entre los temas vistos en Matemática A con los conceptos sobre el movimiento en una dimensión mostrados en la experiencia podrían haberla realizado sin la intervención del docente. Al 97% de los estudiantes les pareció importante que se brinden actividades en las que puedan vincular la matemática con situaciones experimentales.

Luego de un tiempo de llevada a cabo la experiencia relatada, se hizo una encuesta de carácter anónimo a tres comisiones de alumnos de Matemática A, entre las cuales se encontraban los estudiantes del curso A5, grupo que había realizado la actividad experimental. El objetivo de ésta fue evaluar el aprendizaje entre el análisis de una función y la cinemática unidimensional.

En la encuesta se les solicitó que respondieran sobre representaciones gráficas de posición, velocidad y aceleración en función del tiempo, de movimientos unidimensionales con aceleración constante, como se muestra en la figura 6.

1. ¿Estudiaste el movimiento rectilíneo uniforme (MRU) y uniformemente variado (MRVU) en alguna de las materias del secundario? ¿En cuál?
2. ¿Considerás que la vinculación entre los temas vistos en Matemática A con los conceptos sobre el movimiento en una dimensión mostrados en la experiencia podrías haberla realizado sin la intervención del docente? ¿Por qué?
3. ¿Te parece importante que se brinden actividades en las que puedas vincular la matemática con situaciones experimentales?

FIGURA 6. Encuesta realizada a los estudiantes de Matemática A con el objetivo de evaluar el aprendizaje entre el análisis de una función y la cinemática unidimensional.

Se analizaron los resultados obtenidos y se representan en diagramas que se pueden observar en la Figura 7. Haciendo una comparación entre las tres comisiones de alumnos de Matemática A llamadas A4, A5 y A6, observamos que el grupo de estudiantes que tiene el mayor porcentaje de respuestas correctas es el A5, que es aquel que ha formado parte de la actividad experimental. Consideramos esperado este resultado ya que la incorporación de TIC motiva a los estudiantes logrando que participen en forma activa en el aula. Además, esta herramienta permitió que los alumnos pudieran aplicar los conceptos vistos en matemática de una manera abstracta en una situación de la vida cotidiana, analizando conceptos como velocidad y aceleración. Se puede apreciar que la menor diferencia se encuentra en el gráfico 1, esto no es casual ya que el resultado presentado en el mismo responde a considerar la velocidad constante que es, generalmente, donde los alumnos presentan menor dificultad por ser el movimiento más trabajado por ellos en el nivel medio.

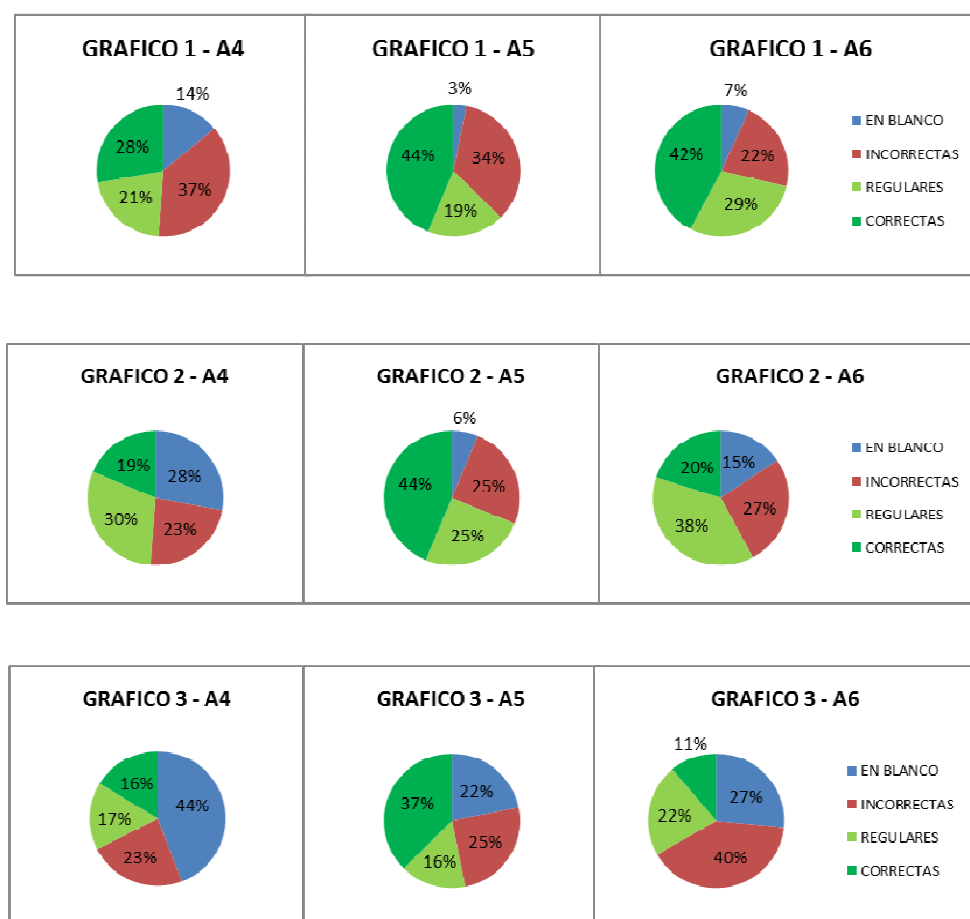


FIGURA 7. Resultado de las respuestas de los estudiantes de Matemática A vinculadas con los gráficos de la figura 6.

La última pregunta realizada a los estudiantes en la encuesta anónima era: para justificar el comportamiento de las representaciones gráficas, ¿utilizaste de alguna manera el concepto de derivada? Los resultados obtenidos se analizaron y en la Figura 8 se representa el porcentaje de alumnos que no sólo utilizaron este concepto sino que también lo aplicaron correctamente. En dicho gráfico se comparan las

respuestas de las tres comisiones. Se puede observar que los estudiantes del grupo que habían realizado la experiencia áulica con docentes de matemática y física, son los que en mayor porcentaje contestaron correctamente. Esto indicaría que la actividad experimental permitió que los alumnos conecten los conceptos desde las dos disciplinas.

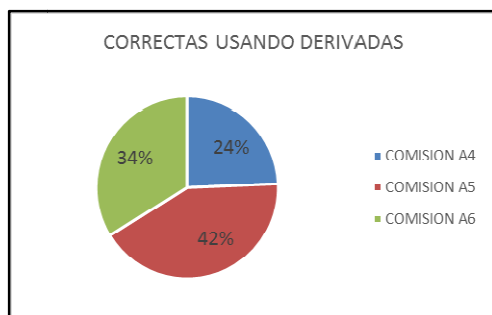


FIGURA 8. Porcentaje de alumnos que respondieron correctamente aplicando el concepto de derivada.

V. CONCLUSIONES

En este trabajo se propuso articular mediante una actividad experimental, contenidos de física y matemática con el objetivo de lograr un aprendizaje significativo en los estudiantes. Los temas que se vincularon fueron el análisis de una función de una variable desde la matemática y conceptos de cinemática, desde la física.

El empleo de TIC en esta actividad resultó muy motivadora para los alumnos, lo que podría deberse al alto grado de alfabetización digital que ellos poseen, lo cual se observó por la gran participación de los estudiantes a la hora de realizar de la experiencia.

A partir de los resultados de las encuestas se pudo observar que la realización de esta actividad de articulación favoreció el aprendizaje entre el análisis de una función y cinemática unidimensional. Se trabajó sobre la integración de los conceptos mencionados de las dos asignaturas que generalmente queda en mano de los alumnos, y los resultados mostraron la necesidad que ellos mismos manifiestan sobre el hecho de que los docentes ayuden a vincular los conceptos de ambas disciplinas.

Consideramos que actividades de este tipo favorecen la ejercitación de habilidades que se requieren en la formación de un ingeniero tales como la interpretación de gráficos, el uso de nuevas tecnologías, el trabajo en equipo, el desarrollo de expresión escrita y la competencia de retomar temas aprendidos y aplicarlos en nuevos contextos.

Esta experiencia permitió valorizar la matemática como una herramienta que el futuro ingeniero deberá aplicar en su actividad como profesional.

A partir de los resultados positivos que se obtuvieron, se propone extender la experiencia al resto de las comisiones de Matemática A.

REFERENCIAS

Alfaro-Carvajal, C., y Fonseca-Castro, J. (2016). La teoría de los campos conceptuales y su papel en la enseñanza de las matemáticas. *Uniciencia*, 30(1), 17-30.

Ausubel, D., Novak, J., Hanesian, H. (1976). *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo*. Vol. 3. Trillas, México.

Costa, V., Torroba, P. y Devece, E. (2013). Articulación en la enseñanza en carreras de ingeniería: el movimiento armónico simple y las ecuaciones diferenciales de segundo orden lineal. *Latin American Journal of Physics Education*, 7(3), 350-356.

Devece, E., Di Domenicantonio, R., Torroba, P. y Trípoli, M. (2015). Experiencia de articulación entre Matemática A y Física I. *Actas IV Jornadas de Enseñanza e Investigación Educativa en el campo de las Ciencias Exactas y Naturales Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación*. 28-30 de octubre de 2015. Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación. La Plata. Universidad Nacional de La Plata.

Raviolo, A., Álvarez, M. y Aguilar, A. (2011). La hoja de cálculo en la enseñanza de la Física: re-creando simulaciones. *Revista de Enseñanza de la Física*, 24(1), 97-107.

Salinas, J. (2004). Innovación docente y uso de las TIC en la enseñanza universitaria. *Revista Universidad y Sociedad del conocimiento*, 1(1), 16p.

Torroba P., Costa V.A., Devece E. (2013). Conceptualización de temas enmarcados en la Mecánica Clásica, en Electromagnetismo y en Ecuaciones Diferenciales Ordinarias a partir de una experiencia de articulación en una clase de matemática en carreras de ingeniería” *XI Conferencia Interamericana sobre Enseñanza de la Física*, 1-5 de julio 2013, Guayaquil, Ecuador.

Torroba P., Costa V.A., Devece E. (2014). Evolución de los conceptos vinculados en la enseñanza: sistema masa-resorte y ecuaciones diferenciales ordinarias. Una investigación en el contexto de una facultad de ingeniería. *XII Simposio de Investigación en Educación en Física*. 22-24 de octubre. Tandil. Argentina.