Estudios sobre comprensión y control de la comprensión en resolución de problemas académicos

Studies on academic problem-solving understanding and comprehension monitoring

REVISTA DE ENSEÑANZA DE LA FÍSICA

Carlos Gómez-Ferragud[1], Vicente Sanjosé[2], Joan Josep Solaz-Portolés[2]

[1]*Unidad de Educación. Florida Universitaria, C/ Rey Don Jaime, 2, Catarroja, 46470-Valencia (España).*

[2]*Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales y Sociales, Universidad de Valencia. Avda. de los Naranjos 4, 46022-Valencia (España).*

E-mail: cagomez@florida-uni.es

(Recibido el 1 de marzo de 2016; aceptado el 13 de mayo de 2016)

Resumen

El presente trabajo resume y cohesiona diversas investigaciones sobre procesos de comprensión en resolución de problemas. El artículo describe cuatro estudios empíricos: El primer estudio se destinó al análisis de las primeras etapas del proceso de transferencia, codificación y establecimiento de analogías. El segundo añadió la relación entre la correcta construcción de analogías y el éxito en la resolución. El siguiente estudio buscó profundizar en las dificultades cognitivas durante el proceso de resolución por analogía. Por último, se indagó en el uso de la estrategia metacognitiva de control de la comprensión de un problema resuelto.

Palabras clave: Enseñanza de las ciencias; Resolución de problemas; Comprensión; Transferencia analógica; Control de la comprensión.

Abstract

This paper aims at summarizing in a cohesive way some research developed and focused on understanding word problems. Four empirical studies are described: The first study was devoted to the analysis of the initial steps in the transfer process, codifying and *mapping*. The second study added the relationship between the adequate construction of analogies and success in problem solving. The following study tried to go deep in cognitive difficulties appearing in solving-by-analogy processes. Finally, we explored students' monitoring when they try to understand solved problems provided by teachers.

Keywords: Science problem solving; Comprehension; Monitoring; Analogical transfer.

I. INTRODUCCIÓN

La resolución de problemas está considerada hoy una de las tareas más importantes en la enseñanza en general, y en concreto, es una de las más utilizadas para evaluar competencias en las áreas de física y matemáticas (Lorenzo, 2005). Por eso los investigadores de didáctica de las ciencias experimentales han dedicado muchos esfuerzos a estudiar esta tarea, tratando de obtener información valida y aplicable en las aulas para mejorar la eficacia de la educación científica. Una parte muy importante de esa investigación se sustenta en bases epistemológicas, suponiendo que los estudiantes mejorarán si se les enseña a enfrentarse a los problemas tal como lo hacen los científicos (Gil-Perez y Martínez-Torregrosa, 1983). Parece haber menos volumen de trabajo dedicado a estudiar los procesos mentales de quienes resuelven los problemas, tomando modelos cognitivos aceptados como referencia (Newel y Simon, 1972; Solaz-Portolés y Sanjosé, 2007; Truyol, Sanjosé y Gangoso, 2014), a pesar de que la orientación constructivista centra la atención en "lo que sucede en la mente de los aprendices".

El trabajo que se presenta aquí es una recopilación cohesionada de investigaciones que, desde una perspectiva cognitiva modesta pretende definir mejor ciertas dificultades bien conocidas de los estudiantes y sugerir formas más efectivas de investigarlas. Con el fin de reducir el enorme campo de la resolución de problemas en general, nos ocuparemos de problemas académicos sencillos con enunciado, típicos de las aulas de ciencias, y en un modo particular de resolverlos: la transferencia analógica (Rebello, Cui, Bennet, Zollman y Ozimek, 2007). Nos centraremos en la interacción entre los problemas y la mente de los aprendices, en especial durante las primeras etapas del proceso de resolución por transferencia, las directamente relacionadas con la comprensión del problema: codificación, activación de análogos ya conocidos y establecimiento de analogías entre problemas para su posterior resolución.

A. Resolución por transferencia

Cuando se enseña a resolver problemas, una de las estrategias más utilizadas en las aulas de física y matemáticas es la transferencia analógica: los profesores resuelven una serie de problemas-ejemplo que tienen elementos en común (al menos para un experto) y, a continuación, demandan la resolución de nuevos problemas similares (de nuevo a criterio del experto). El alumno ha de comprender las resoluciones de cada uno de los problemas-ejemplo y, además, abstraer un 'esquema resolutivo' más general que pueda ser usado luego en un problema propuesto, salvando las diferencias entre lo ya conocido y la nueva situación problemática propuesta. Chen y Klahr (2008) diferencian cuatro etapas en el proceso de resolución por transferencia:

a) Codificación de las características del problema a resolver (problema 'diana' en adelante).

b) Acceso a la información de uno o más problemas análogos (problemas 'fuente' en adelante).

c) *Mapping* (relación o asociación) entre (componentes del) problema 'diana' y uno o más análogos 'fuente'.

d) Ejecución de estrategias para llegar a la solución del problema diana.

Las tres primeras etapas, que preceden a la resolución propiamente dicha y la condicionan, suponen una interacción entre el enunciado del problema y la mente del sujeto. Por eso, en ello son importantes tanto las propiedades definitorias de los problemas, como el conocimiento previo, el desarrollo y uso experto de las estrategias del sujeto, e incluso su comprensión lectora y el control de la propia comprensión, entre otros factores.

B. La comprensión de un problema

¿Qué factores característicos de los problemas pueden ser importantes para su codificación y relación con otros? Holyoack (1984), de un modo simplificador define dos factores característicos para los problemas con enunciado: la Superficie y la Estructura. La superficie o contexto se define como la situación narrada en el enunciado y está compuesta por los sucesos, objetos y eventos de naturaleza ontológica concreta, pertenecientes al mundo real. La estructura de un problema fue definida por Novick (1988: 511) de la siguiente forma: "*cómo se relacionan las cantidades unas con otras, más que por cuáles son esas cantidades*". Entonces las relaciones analógicas entre problemas pueden construirse en torno a elementos estructurales o a partir de elementos superficiales.

¿Qué aspectos cognitivos y metacognitivos de quienes resuelven los problemas deberíamos tomar en consideración? Los procesos básicos implicados en la resolución de un problema son la comprensión y el razonamiento. El razonamiento es la elaboración de piezas de información nuevas a partir de las disponibles, y sucede durante el proceso de resolución propiamente dicho (navegación por el espacio del problema). Pero razonar implica haber comprendido las piezas de información disponibles.

Comprender significa elaborar una representación mental de la información suministrada (un enunciado en este caso). El contenido y riqueza de esa representación mental condiciona el tipo de comprensión que se alcanza y su profundidad. Varios son los modelos cognitivos propuestos sobre representaciones mentales necesarias para la comprensión. Kintsch y colaboradores proponen un modelo de comprensión específico para el caso de la resolución de problemas verbales con estructura algebraica subyacente (Kintsch, 1998; Kinstch y Greeno, 1985). En este modelo hay varias representaciones mentales que deben ser elaboradas:

a) Nivel superficial o léxico, por el cual se decodifica el enunciado literalmente.

b) Base de texto o nivel semántico que implica construir el significado del enunciado, más allá de su forma literal.

c) Modelo de la situación (MS) o nivel referencial, que implica el conocimiento previo y todas las inferencias que lo conectan con el enunciado. Tiene un carácter concreto (por oposición con abstracto) de modo que el sujeto representa la situación en términos del mundo conocido.

d) Modelo de problema (MP) o nivel abstracto, que supone el paso de una representación de la situación en términos concretos, a su traducción abstracta en términos científicos y matemáticos cuando procede.

Greeno (1989) y Truyol, Gangoso y Sanjosé (2012) han propuesto modelos de comprensión específicos para problemas de física. La aportación más relevante de estos modelos de comprensión es la elaboración y articulación de la representación MP en varias representaciones diferenciadas, así como la relación entre ellas durante la resolución de un problema. Por razones de simplicidad en el abordaje de los estudios presentados, en este trabajo hablaremos únicamente de la representación MP entendiendo que ésta involucra otras (sub)representaciones con entidad propia y diferenciada que, en otros análisis posteriores más profundos, habría que considerar.

En resumen, comprender y resolver un problema de física implica la elaboración de representaciones mentales específicas, lo cual supone una tarea difícil para los estudiantes menos expertos (Buteler, Gangoso, Brincones y González-Martínez, 2001; Coleoni, Otero, Gangoso y Hamity, 2001). En particular, hay que elaborar el MP pasando por el MS, navegar dentro de la representación abstracta, y regresar al MS para interpretar los resultados. Resolverlo por transferencia analógica implica que el MP elaborado está basado en (una adaptación de) otro construido para otro(s) problema(s) que se consideran similares al propuesto.

Es de esperar que si los estudiantes encuentran dificultades para elaborar el MS tendrán mayores dificultades para construir MP o esquemas de problema transferibles a nuevas situaciones problemáticas. Por tanto, cuando las situaciones descritas en los enunciados sean poco familiares, o desconocidas, pueden aparecer obstáculos adicionales. Las situaciones descritas en problemas propios de las ciencias suelen ser poco familiares para los estudiantes, comparadas con las de la vida diaria.

Jonassen (2000) considera la familiaridad con los enunciados de los problemas un gran predictor del éxito en la resolución de un problema determinado. El autor señala que la habilidad para resolver problemas no es una competencia fácilmente transferible desde problemas familiares a problemas no familiares. En la misma línea, Mayer y Wittrock (1996) apoyan esta afirmación y determinan que los problemas de rutina o familiares para los estudiantes son fáciles de transferir. En cambio, la transferencia a partir de problemas no-familiares requiere siempre más esfuerzo y resulta más dificultosa.

Aun cuando quien resuelve el problema sea capaz de elaborar un buen MS, puede tener dificultades serias en realizar el llamado “proceso de traducción”, es decir la transición MS→MP, (que corresponde a la elaboración del Modelo Físico Conceptual y/o el Modelo Físico Formal en el modelo de Truyol et al, 2014). Es en estos casos en los que disponer de un problema análogo fuente es decisivo. A partir del MS, y de la codificación de elementos superficiales y estructurales del problema, el sujeto activará de su memoria un análogo usando como “claves de recuperación” los elementos básicos de la codificación realizada (correcta o incorrectamente). A partir de ahí, el proceso de traducción viene ‘derivado’ y no tanto ‘elaborado’:

MS (p. diana)-*analogía*→ MS (p. fuente)-*aprendizaje*→MP (p. fuente)-*transfer*→MP (p. diana)

Las estrategias del sujeto determinarán y controlarán si el resultado obtenido es el adecuado o, por el contrario, la elección del ‘análogo fuente’ ha sido errónea y debe cambiarse.

A continuación se presentan en forma resumida pero cohesionada varias investigaciones realizadas sobre distintos aspectos implicados en la comprensión de problemas, con atención especial al establecimiento de analogías entre problemas. En estas investigaciones, el diseño de los problemas fue muy importante para poder inferir los posibles obstáculos de los estudiantes a partir de los resultados obtenidos. Algunos de esos resultados llevaron a iniciar una investigación sobre el desarrollo y uso del control de la propia comprensión de problemas resueltos durante la instrucción. Finalmente, se resumen algunas conclusiones o consideraciones para profesores e investigadores.

II. ALGUNOS ESTUDIOS RECIENTES

A. Estudio 1: Codificación y clasificación de problemas con enunciado

Una de las principales diferencias entre expertos y novatos en resolución de problemas con enunciado se encuentra en el tipo de características que utilizan para codificar los problemas y relacionarlos con otros antes de resolverlos. Chi, Feltovich y Glasser (1981) propusieron una tarea de agrupación de problemas de física con enunciados y estructura algebraica, el resultado fue que los expertos clasificaron los problemas a partir de elementos estructurales; mientras aquellos con poca experiencia basaron su clasificación en elementos superficiales. Recientemente, Gómez-Ferragud, Sanjosé y Solaz-Portolés (2014) replicaron este tipo de estudio con diferentes problemas con enunciado de naturaleza algebraica como es típico de los problemas de física y química en secundaria y universidad. La tarea consiste en proporcionar un conjunto de enunciados (sin resolver) y solicitar a los participantes que formen grupos con ellos de modo que, en cada uno de ellos, todos los problemas se resuelvan igual (sin más especificación para no sesgar los criterios posibles). El ejercicio implica algunas de las primeras etapas del proceso de transferencia analógica nombradas en la introducción: codificación o indexación de problemas, quizás la recuperación de análogos de la memoria a largo plazo (MLP), y el establecimiento de correspondencias analógicas entre problemas, o '*mapping*'.

En este estudio participaron118 estudiantes españoles de ambos sexos. De ellos, 69 estudiantes cursaban 9º y 10º grado de educación secundaria (típicamente 15-16 años) y el resto fueron 49 licenciados en física, matemáticas e ingeniería, todos ellos estudiantes del máster de profesorado que en España es obligado cursar para acceder a la profesión de profesor de secundaria.

Los materiales empleados fueron: una colección de problemas en contextos científicos (aunque no exactamente sobre ciencias, ya que no requerían conocimiento científico específico) y otra de problemas en contextos de la vida diaria. Se usaron un total de 16 enunciados (8 por cada condición de familiaridad) siguiendo un diseño factorial 2x2x2 siendo los factores la estructura (encontrar/alcanzar), la superficie o contexto que está relacionado con el nivel de familiaridad de los sujetos con dicho contexto (nivel bajo para contextos de ciencias: mecánica/termo; o nivel alto para contextos de la vida diaria: cuenta de ahorro/ piscinas). El último factor considerado fue la magnitud incógnita demandada en el problema que, según indicaron algunos estudios, es foco de atención principal para los poco expertos. Se procuró que otros elementos presentes en el enunciado fueran iguales en todos los problemas (palabras, CP necesario…)El anexo 1 recoge estos problemas en los dos niveles de familiaridad.

El diseño de la colección de enunciados permitió diferenciar con toda claridad los criterios utilizados a partir de los grupos propuestos por cada participante. Naturalmente, se supone que un experto consideraría la igualdad de estructuras como criterio de agrupación.

Los estudiantes de máster usaron criterios estructurales en un 53% y 63% en las condiciones de baja y alta familiaridad respectivamente. Los porcentajes en secundaria con estos mismos criterios fueron 26% y 42% respectivamente. Es decir, el nivel de conocimientos previos y pericia resultó importante a la hora de codificar, indexar y relacionar problemas de un modo apropiado (familiaridad Baja: X^2 = 7,799 con corrección de Yates; p= ,005, familiaridad Alta: X^2 = 5,320 con corrección de Yates; p= ,021). También hubo influencia del nivel de familiaridad con las situaciones problemáticas propuestas (McNemar: X^2 = 6,919; p= ,009): los problemas de ciencias resultaron más difíciles de codificar y relacionar, que los problemas análogos, pero en contextos de la vida diaria.

En el otro extremo, alrededor de la mitad de los futuros profesores de ciencias y matemáticas basó su clasificación en criterios superficiales.

Los resultados mostraron proporciones bajas en general, de percepción y uso de la estructura de los problemas para su codificación. Parece que los rasgos superficiales de una situación problemática son más fáciles de percibir por los estudiantes (Reeves y Weisberg, 1994) produciendo un efecto de 'apantallamiento' sobre los rasgos estructurales. La familiaridad con los enunciados parece incrementar este efecto de apantallamiento: la menor familiaridad con situaciones propias del mundo científico parece dificultar la representación mental analógica del problema, o modelo de la situación, obstaculizando con ello el paso del MS al MP (proceso de traducción).

B. Estudio 2: Relación entre tipo de analogía y éxito en la resolución. Efecto de la familiaridad con el enunciado

Dado que un problema es algo más que un enunciado, resulta interesante averiguar si las dificultades encontradas en la tarea de codificación y clasificación anterior, se mantienen cuando los sujetos disponen también de la resolución de los problemas.

Se diseñó una tarea de transferencia a partir de un grupo de problemas relacionados entre sí de un modo específico que permitiera inferir el tipo de obstáculos que los estudiantes podrían encontrar (Gómez-Ferragud, Solaz-Portolés y Sanjosé, 2013), de un modo similar al que utilizó Reed (1987). Constituyeron el núcleo de los materiales cuatro problemas en cada nivel de familiaridad (alto/bajo), con las mismas dos estructuras y dos superficies o contextos mencionados en el estudio anterior. En esta ocasión se fijó el rol de la incógnita solicitada en cada problema (como variable independiente, *x*, en las ecuaciones, o como variable dependiente, *y*) para simplificar.

Participó un total de 194 estudiantes de secundaria de ambos sexos de centros públicos de nivel sociocultural medio: 53 de 9º grado (15 años típicamente) y 54 de 10º grado (16 grados típicamente). Se entregó a cada participante un cuadernillo constituido por instrucciones, un problema totalmente resuelto y explicado (problema 'fuente') y cuatro enunciados de problemas sin resolver ('dianas'). Cada problema diana estaba relacionado con el fuente de un modo diferente: a) misma estructura pero distinta superficie (problema 'isomorfo'), b) misma superficie pero distinta estructura (problema 'similar'), c) misma estructura y muy similar superficie (problema 'equivalente'); d) diferente superficie y distinta estructura (problema 'relacionado'). Las posibles combinaciones de 1 fuente-4 dianas fueron contrabalanceadas en cada nivel de familiaridad. El nivel de familiaridad fue un factor entre-sujetos, de modo que, en cada cuadernillo, los 4 problemas estaban dentro del mismo nivel de familiaridad (vida diaria o ciencias).

Se solicitó a los estudiantes que estudiaran el problema fuente y luego seleccionaran las ecuaciones que resolverían correctamente cada uno de los problemas diana, de entre 4 opciones proporcionadas (solo una correcta). Además, debían indicar qué analogías y diferencias percibían entre cada uno de los problemas diana y el problema fuente.

Los resultados mostraron un nivel aceptable de éxito en la elección de ecuaciones correctas para los problemas diana (promedio general 0,76 sobre 1). También mostraron un efecto global del nivel de familiaridad: de nuevo las situaciones problemáticas en contextos de ciencias alcanzaron menor éxito en la elección de ecuaciones correctas (0,70) que los contextos de la vida diaria (0,81). En ambos niveles de familiaridad, los problemas con distinta estructura que el problema fuente (el 'isomorfo' y el 'relacionado') alcanzaron conjuntamente un nivel de éxito significativamente inferior que los problemas diana con la misma estructura que el fuente (Wilcoxon: Z= -4,019; p< ,001). Sin embargo, el factor superficie (igual/distinta al fuente) que no produjo ningún efecto.

Además, la conjunción "igual superficie + distinta estructura" que el 'fuente', que se da únicamente en el problema diana 'similar', obtuvo un nivel de éxito significativamente menor que el resto problemas 'diana' incluidos los problemas 'isomorfo' y 'relacionado' (efecto de interacción Superficie X Estructura) en ambos niveles de familiaridad pero especialmente en el nivel bajo (bajo: 0,58 ; alto: 0,73), sugiriendo que las similitudes superficiales entre problemas apantallan con frecuencia sus diferencias estructurales para alumnos no expertos, con un efecto especialmente intenso cuando las situaciones problemáticas involucran contextos poco familiares para ellos (caso de las ciencias).

Además, se encontró una relación lógica entre mencionar correctamente similitudes estructurales entre cada problema diana y el fuente, y elegir las ecuaciones correctas en cada uno de los diana (coeficiente de Spearman = ,490; p< ,001). El valor de la correlación indica que la elección de las ecuaciones no está totalmente determinada por la analogía establecida, pero es un factor importante.

Esto apoya el trabajo docente destinado específicamente a la determinación de similitudes estructurales entre problemas, más allá de los rasgos superficiales evidentes, e incluso antes de plantear la resolución algebraica de los mismos.

C. Estudio 3: Análisis detallado del proceso de resolución por analogía

El efecto de apantallamiento de las diferencias estructurales por causa de las similitudes superficiales entre dos situaciones problemáticas (en especial, en contextos de ciencias) mereció un análisis más detallado. En un estudio de carácter cualitativo que utilizó entrevistas individuales extensas, se propuso analizar la evolución en el pensamiento de los sujetos a medida que construyen las analogías entre problemas diana y fuentes (Gentner, 1983; Gómez-Ferragud, Solaz-Portolés y Sanjosé, 2015). Participaron 21 estudiantes de ambos sexos de 9º grado de un centro público de nivel socio-cultural medio.

Para poder obtener más datos, incluso redundantes, sobre estos procesos mentales se pensó en proporcionar un solo problema diana a resolver, y varios problemas fuente que pudieran servir como (mejores o peores) análogos para el diana.

La Tabla I muestra el diseño de los problemas utilizados y sus relaciones. Se mantuvieron los dos niveles de familiaridad con las situaciones problemáticas (vida diaria/ciencias) pero en esta ocasión se añadió la incógnita demandada como otro de los factores definitorios de un problema, junto a su superficie o contexto y su estructura.

TABLA I. Diseño de los problemas empleados y relaciones entre ellos. Los problemas fuente "1" comparten sólo 1 factor con el 'diana' (análogos 'lejanos'), mientras los problemas "2" comparten 2 factores comunes con él (análogos 'cercanos'). 'SIM' Similar; 'REL'= Relacionado; 'ISO'= Isomorfo.

		ESTRUCTURAS		
SUPERFICIES	INCOGNITAS	Encontrar	Alcanzar	Mezclas
Globos-Gases	gramos	DIANA		REL2
	kilocalorías		SIM1	
Electric-Capacitores	microculombios	ISO1		
Depósitos-Líquidos	gramos	ISO2		REL1

En este nuevo estudio la colección de problemas utilizada fue más completa que en el anterior, ya que se graduó de forma objetiva la "distancia" entre problemas 'fuente' y 'diana' en función de los factores compartidos. Compartir más factores, por hipótesis, debería facilitar más la construcción de analogías entre problemas. El anexo 2 muestra los problemas en la condición de baja familiaridad.

En este estudio el nivel de familiaridad fue un factor intra-sujetos, de modo que cada participante fue entrevistado 2 veces, una vez con problemas de alta familiaridad, y otra con problemas de baja familiaridad. Los oportunos permisos fueron obtenidos de alumnos y padres o tutores. Las sesiones fueron grabadas en video de modo que la cara del participante quedó siempre fuera de plano. Cada problema se suministró pegado sobre una cartulina de distinto color, para poder ser fácilmente identificado en las imágenes.

Las entrevistas se desarrollaron siguiendo el ritmo marcado por cada alumno/a. Siguieron un protocolo predeterminado en 3 fases, aunque se modificó ligeramente para atender los actos y las peculiaridades de cada participante. Tras leer las instrucciones junto al participante e informarle sobre las tareas a realizar y su propósito, se desarrollaron las fases en orden:

1) Establecimiento de analogías entre los tres problemas ejemplo ‘lejanos’ y el problema diana. Se suministró el enunciado del problema diana y los enunciados (sin resolver) de los 3 problemas análogos fuente “lejanos” al estudiante. Se volvió a recordar la tarea: estudiarlos y decidir cuál de ellos podría ayudar mejor a resolver el diana, y por qué razón.

2) Adición de los dos problemas ejemplo ‘cercanos’. Tras la fase anterior, y cuando el entrevistador percibió un estado estable (sin avance ni retroceso apreciable) en el entrevistado, suministró los dos enunciados de problemas análogos fuente “cercanos” sin retirar los anteriores. El estudiante debía juzgar si estos nuevos problemas-fuente confirmaban o refutaban sus afirmaciones anteriores.

3) Establecimiento de analogías con todos los problemas resueltos y explicados paso a paso. Ahora el entrevistador proporcionó los mismos problemas fuente pero con su resolución explícita y dejó que el estudiante los estudiara y comentara.

Los estudiantes fueron también informados sobre posibles interrupciones del entrevistador para pedir aclaraciones o para estimular la verbalización de los pensamientos, sin que ello representase nunca un juicio, positivo o negativo, de la actuación del estudiante.

El análisis de las grabaciones en audio y video mostró un abanico de comportamientos que, en sus detalles aún resulta difícil tipificar con el conocimiento actual sobre el comportamiento de la mente. No obstante ello, podemos resumir los hallazgos más sugestivos de un modo sencillo.

En primer lugar, el nivel de familiaridad bajo (contextos de ciencias) influyó de modo apreciable, agravando los obstáculos conceptuales de los estudiantes para establecer analogías estructurales entre problemas, salvo en los (pocos) alumnos que razonaron en términos de similitudes y diferencias estructurales entre problemas. De nuevo, por tanto, aparece una llamada de atención sobre los docentes: la transferencia entre problemas cuyos contextos se sitúan en la vida diaria, y los contextos de ciencias no es inmediato como a veces se cree. Los profesores de física tienden a pensar que con una buena base matemática, es casisuficiente. Por tanto, trabajando problemas algebraicos de estructuras similares a las que aparecen en los temas de física, se facilitará mucho la comprensión de estos últimos. Si recordamos que, con mucha frecuencia, los problemas en las clases de matemáticas se sitúan en contextos de la vida diaria, la base matemática puede ser necesaria, pero, a juzgar por los resultados de nuestros estudios, parece estar lejos de la suficiencia para la comprensión de problemas de similar estructura, pero de temáticas de física.

En segundo lugar, una proporción apreciable de estudiantes evidenció el “efecto pantalla” ya encontrado en anteriores estudios cuantitativos. Estos estudiantes no fueron capaces de construir analogías y diferencias estructurales entre problemas, y se dejaron seducir por la aparente semejanza que proporcionan contextos superficies parecidas. El cuadro 1 muestra un fragmento como ejemplo de este “efecto pantalla”.

Cuadro 1: Fragmento ilustrativo de “efecto pantalla”. **E**: entrevistador, **A**: alumna. Énfasis añadido.

La participante estudia el problema ‘diana’ primero. Luego, toma los problemas ‘fuente’ uno por uno y los lee detenidamente.
Cuando acaba de leer todos, retoma el problema fuente REL1 **E:** ¿Por qué has regresado a este problema? [*señala REL1*] **A:** Porque en estos dos problemas [*señala SIM1 e ISO1*] las unidades que aparecen son distintas de las que aparecen en el problema a resolver. (*Lee de nuevo REL1 e ISO1 y compara ambos con el diana. Entonces, aparta de si ISO1 y retiene REL1 para estudiarlo con mayor detalle*). **A:** Este es el que encuentro más parecido [*señala* REL1]. (*Recordemos que REL1 y el problema diana tienen distintas estructuras*). **E:**¿Puedes decirme exactamente por qué? **A:** Sí (…) ambos preguntan lo mismo. [*Se centra en las incógnitas de los problemas, un elemento superficial*]. **El problema que he de resolver me pide “los gramos”, y este otro también** [*señala REL1 que tiene frente a ella*]. **Además, ambos tienen las mismas unidades en todo** (*sic*).

Por último, apareció otro efecto de interés didáctico, el de alumnos cuyo razonamiento fue avanzando durante la prueba por buen camino para retroceder bruscamente al final. Estos alumnos comenzaron con criterios confusos que implicaban rasgos superficiales, pero en medio de la entrevista comenzaron detectar rasgos estructurales en los problemas que ponían en cuestión sus criterios superficiales iniciales. Esta situación intermedia se caracteriza por la detección de “datos anómalos” que no encajan en sus criterios iniciales. Sin embargo, por agotamiento o por no poder resolver el conflicto creado por los “datos anómalos”, dichos participantes no fueron capaces de llegar a un nuevo estado cognitivo estable, en donde “todas las piezas del puzzle” encajaran coherentemente. Al no alcanzar ese nuevo (y deseado por los profesores) estado estable, estos estudiantes decidieron ignorar, excluir, o dejar ‘en suspenso’ aquellos datos anómalos encontrados en los problemas, en términos de Chinn y Brewer (1993). Con ello, regresaron a su posición inicial de confort cognitivo, estable pero errónea. Desde el punto de vista del profesor, esto es parecido a lo que le ocurría al desgraciado Sísifo con su roca[1].El Cuadro 2 muestra un ejemplo extraído de una de las entrevistas.

Cuadro 2: Fragmento ilustrativo de “efecto Sísifo”. **E**: entrevistador, **A**: alumna. Énfasis añadido.

Este participante comienza a elaborar analogías entre problemas atendiendo criterios superficiales mezclados con elementos estructurales, de un modo confuso. Por sugerencia del entrevistador, el estudiante re-estudia detenidamente los enunciados y comienza a clarificar, en apariencia, su criterio.
El estudiante toma SIM1 y lo trae cerca del problema diana para leerlo con cuidado. **E:** ¿Has encontrado algo interesante en este problema? **A:Este no me ayuda a resolver el problema diana... porque en el diana A decrece y B crece, mientras aqui** [*señala SIM1*] **A crece y B también crece**. **Creo que antes estaba equivocado** y ahora cambiaría [*de criterio, ya que antes afirmó que el problema SIM1 sí era de ayuda*]. *El alumno parece centrarse ahora en ideas clave, de relevancia estructural.*
El estudiante mantiene este criterio incipiente con los problemas fuente cercanos. Entonces, el entrevistador proporciona los problemas totalmente resueltos al estudiante.
El alumno estudia los problemas fuente resueltos en el orden: ISO1, ISO2, REL2 y REL1. Cuando acaba, compara estos problemas con el problema diana por un tiempo prolongado. **E:** Entonces, ¿cuáles de todos estos problemas podrían ayudarte más a resolver el problema diana? **A:Los problemas que hablan de “g/cm^3”** *Alerta! Esta es una analogía improductiva. El entrevistador pensó que el estudiante estaba cerca de dar la respuesta acertada, pero éste no ha alcanzado la comprensión deseada. El entrevistador insiste, por si se tratase de un despiste del estudiante.* **E:** Antes, te centraste en el hecho de que algunos enunciados dicen “A decrece y B crece”. Sin embargo, cuando has visto las soluciones de los problemas, me dices que lo importante es que el problema hable de “gramos” o de “micro-culombios”, ¿es así? **A:** Si, pensé eso antes. **Supuse que las unidades no cambiarían los resultados. Pero ahora, cuando puedo estudiar las soluciones de los problemas [*fuente*], los que tienen las mismas unidades tienen diferentes resultados** (*sic*).

Este “efecto Sísifo” sugiere a los docentes no dar por sentado que los estudiantes han comprendido lo que se pretende, por el mero hecho de haber detectado la incoherencia de sus posturas ante los datos ofrecidos por el profesor. Parece haber una distancia cognitiva importante entre ser consciente de que “algo” no encaja (conflicto), y modificar la estructura cognitiva para que todo encaje (llegar a otro estado cognitivo estable). Esto es coherente con la evidencia obtenida en distintas investigaciones acerca de la dificultad en lograr una restructuración cognitiva (o un cambio conceptual, cuando procede el término). Probablemente, si los alumnos fueran capaces de explicar el origen y naturaleza de las anomalías detectadas (o intuidas, a veces), los datos anómalos hubieran causado un impacto definitivo, tal como se pretende en la enseñanza.

Esto sugiere realizar más trabajo didáctico específico con “datos anómalos” en donde la tarea consista en detectar y justificar la presencia de inconsistencias respecto de criterios predefinidos.

El siguiente paso en la investigación es intentar responder a la pregunta ¿Por qué muchos alumnos no detectan la presencia de datos (rasgos, elementos) incoherentes con sus razonamientos o criterios? ¿De qué depende que una persona pueda discriminar entre aquellos elementos (en nuestro caso, problemas) que forman un conjunto coherente y cohesionado, de aquellos elementos que no ‘encajan’?

Con independencia del trabajo docente que se puede realizar, la respuesta a esta pregunta nos lleva a estudiar la metacognición. Por supuesto, si un alumno controla mal su comprensión, puede creer y afirmar que ha entendido cuando en realidad no ha entendido lo que debía, es decir, puede no darse cuenta de que

[1] Sísifo fue castigado por los dioses a empujar eternamente una pesada roca desde la base a la cima de una montaña. Tras un penoso y esforzado ascenso, y cuando casi llegaba a la cumbre, la roca caía y Sísifo tenía que volver a empezar.

la representación mental que está elaborando no es coherente. En estos casos los profesores pueden hacer poco pues se trata de procesos internos de sus estudiantes.

El estudio que se presenta a continuación pretendió averiguar hasta qué punto los estudiantes son capaces de controlar su propia comprensión cuando se les muestra un problema con enunciado totalmente resuelto, en el que se han insertado, adrede, errores de diferente naturaleza que los hace objetivamente incomprensibles.

D. Estudio 4: Control de la comprensión de problemas resueltos

Wang, Haertel y Walberg (1993) mostraron que el control sobre la propia comprensión de los estudiantes es el segundo factor más influyente en el éxito académico, más incluso que factores instruccionales, la interacción profesor-alumno o la evaluación. Nelson y Narens (1990) propusieron un modelo sencillo para las operaciones del módulo de control: evaluación (detección de un problema de comprensión) y control o regulación (acciones dedicadas a solucionar el problema detectado). Estas operaciones se aplican sobre las representaciones mentales que el estudiante intenta elaborar.

Se realizó una investigación exploratoria destinada a estudiar hasta qué punto los estudiantes evalúan y regulan su comprensión ante problemas resueltos por los profesores. Participaron 132 estudiantes de 3º curso de grado de Maestro en Educación Primaria, pertenecientes a 4 grupos intactos de dos centros universitarios españoles. Se diseñaron cuadernillos compuestos por las instrucciones y tres problemas con distinto grado de dificultad (P1, P2 y P3 en adelante) de naturaleza algebraica, completamente resueltos, con enunciados que describían situaciones problemáticas de ciencias. Deliberadamente se insertaron inconsistencias o errores en los problemas P1 y P3, dejando P2 libre de errores para evitar sobre-alertas en los estudiantes. Tres condiciones experimentales fueron definidas por el tipo de error insertado: "condición SP", con una inconsistencia en el enunciado que pretendía dificultar la construcción de un MS adecuado para la situación problemática descrita; "condición TRA" en la que el error dificultaba el proceso de traducción algebraica (el paso del Modelo de la Situación, al Modelo del Problema) necesario para elaborar el MP; "condición AR", en la que el error, de tipo aritmético, afectaba la coherencia a nivel abstracto, dentro del modelo de problema una vez elaborado.

La condición experimental fue un factor entre sujetos en este experimento y eso implica tres cuadernillos diferentes, con los mismos problemas pero con distinto tipo de inconsistencias insertadas. En cada condición experimental y cada uno de los problemas se pidió a los estudiantes enjuiciar y valorar la comprensibilidad de los problemas. En particular se les pidió: a) detectar y señalar todo aquello que dificultara su comprensión de los problemas, tanto en su enunciado como en su resolución; b) explicitar las razones por las que se generó el juicio de comprensibilidad y su relación con las inconsistencias y errores detectados. El anexo 3 muestra los problemas utilizados con los tres tipos de inconsistencias (por tanto, en las tres condiciones experimentales).

La predicción de los investigadores sobre la dificultad de la tarea en las diferentes condiciones experimentales, en los dos problemas P1 y P3 en los que se insertaron errores, puede observarse en la tabla II. Se supuso que la condición AR, con un error aritmético insertado, no añadiría dificultad a la elaboración de ninguna representación mental en ambos problemas.

TABLA II. Predicción de dificultad en la construcción de modelos mentales, y en la detección de los errores insertados.

	Condición SP	Condición TRA
P1	Error Difícil de detectar (interpretación de magnitudes).	Error Fácil de detectar (la única ecuación es errónea)
P3	Error Fácil de detectar (dispositivo con función absurda)	Error Difícil de detectar (una ecuación errónea entre varias).

Analizamos las proporciones de marcado de errores en función del tipo de problema. Los resultados de la tabla III apoyan, en gran medida, nuestras predicciones.

TABLA III. Proporciones globales detección y marcado correcto de errores en cada condición experimental.

Prob Cond	P1	P3	Tot
SP	0,08	0,14	0,11
TRA	0,40	0,09	0,25
AR	0,15	0,15	0,15
Global	0,21	0,13	0,17

Las proporciones de estudiantes que detectan y señalan correctamente los errores insertados fueron muy bajas en general, como 8% en P1 en la condición SP y 9% en P3 y condición TRA, aunque llegaron a un 40% en el caso particular del problema fácil P1 en la condición experimental TRA. Los resultados apoyaron en buena medida las predicciones de la tabla III. Detectar el error insertado en el enunciado (condición SP) en P1 resultó más difícil que hacerlo en P3, aunque las diferencias no fueron tan grandes como se esperaría. Por su parte, detectar el error insertado en la condición TRA resultó claramente más difícil en P3 que en P1. La igual proporción de detección correcta del error para P1 y P3 en la condición SP apoya la predicción de que el error aritmético no supondría dificultad añadida para la elaboración de los modelos mentales necesarios (MS y MP).

Colapsando las condiciones experimentales, se vislumbran diferencias entre los problemas. Un mayor porcentaje de estudiantes detectaron y señalaron el error en P1 que en P3. La mayor complejidad en la estructura de P3 (varios datos y varias ecuaciones) hace que muchos estudiantes afirmen (al explicar las razones de su evaluación de la comprensibilidad de los problemas) que les cuesta mucho entender toda la resolución porque "*hay demasiados datos*" (*sic*). Como consecuencia, no son capaces de aislar obstáculos concretos en ella. De acuerdo con el modelo Obstáculo-Meta (Otero, 2009) y usando la "metáfora del explorador", podemos decir que los estudiantes "Saben dónde están, pero no saben dónde tienen que llegar. Al no saber cuál es la meta, no saben cuál es el camino a seguir. Si no conocen el camino, no pueden determinar qué escollos se encontrarán en él".

Colapsando los resultados para los problemas, parece haber diferencias entre las condiciones experimentales SP y TRA. En la condición SP los porcentajes de participantes que marcan los errores correctamente son, en promedio, 11%; en la condición TRA, aumenta la proporción a un 25% y queda en un 15% para la condición AR. Esto muestra que los estudiantes ponen más atención (hay más control) al proceso de traducción algebraica de los enunciados (MS→MP) que a la elaboración del propio MS, es decir, que al significado de lo expresado en el enunciado, al de las magnitudes y, como ya se dijo, a los cálculos.

III. CONCLUSIONES Y ALGUNAS IMPLICACIONES DIDÁCTICAS

Tal como mostraron Viennot (1978), Driver (1983) y otros destacados investigadores pioneros, intentar comprender los procesos mentales de los aprendices cuando realizan tareas de aprendizaje en ciencias es muy importante para mejorar el conocimiento instruccional en las aulas de ciencias y darle sustento científico (además de filosófico).

Los estudios mencionados aquí pretenden mostrar este enfoque, manifestado en la preocupación por la interacción entre los materiales y el pensamiento de los estudiantes. El diseño de los problemas experimentales utilizados en todos estos estudios es clave para poder inferir algunos procesos mentales a partir de la ejecución de las tareas propuestas. Cuando fue necesario profundizar, no sólo se cambió la metodología para poder acceder a variables de proceso (en adición a las de producto), sino que se refinó aún más el diseño de los problemas intervinientes. Con todo, la complejidad del pensamiento humano en comparación con el conocimiento elemental y precario disponible para explicarlo, apenas permite vislumbrar con claridad algunas conclusiones que se recopilan a continuación.

A. Incluso los graduados prestan demasiada atención a las características superficiales para codificar y relacionar problemas

Los resultados del Estudio1 mostraron proporciones bajas en general, de percepción y uso de la estructura de los problemas para su codificación, replicando el trabajo famoso de Chi et al (1981). La codificación e indexación de problemas antes de resolverlos se muestra un proceso complejo y difícil. Sin embargo es necesario para almacenar de forma útil y correcta el conocimiento adquirido en la memoria a largo plazo para su reactivación cuando convenga. Quizás en las aulas de ciencia se debería prestar aún más atención a esta fase inicial de la resolución de problemas que, muchas veces, se soslaya.

En nuestro estudio participaron no solo alumnos novatos, sino "alumnos de profesorado", ya graduados en ciencias o en matemáticas (según el sistema español).Los resultados de estos estudios alertan sobre la necesidad dedicar más atención a esta cuestión, dado el impacto potencial en la comunidad educativa en su rol de docentes.

B. Las analogías 'evidentes' no son tan evidentes para los estudiantes, especialmente en contextos de ciencias

El Estudio 2 mostró que las similitudes superficiales entre problemas apantallan con frecuencia sus diferencias estructurales para alumnos no expertos, con un efecto especialmente intenso cuando las situaciones problemáticas involucran contextos poco familiares para ellos (caso de las ciencias). La elección de las ecuaciones no estuvo totalmente determinada por la analogía establecida, pero fue un factor importante (algunos alumnos resolvieron el problema sin realizar trasferencia analógica con el fuente suministrado). Un trabajo específico en las aulas de ciencias dedicado al establecimiento de similitudes y diferencias a nivel estructural y superficial entre problemas, podría suponer un avance significativo en el aprendizaje de los estudiantes menos expertos en esta tarea de resolver problemas.

C. Ilusión de éxito, o cuando creemos que los estudiantes comprenden y no es así

En el estudio 3, se realizó un análisis individualizado de los procesos de resolución por analogía entre problemas. Una vez más, el nivel de familiaridad bajo (contextos de ciencias) influyó de modo apreciable, agravando los obstáculos conceptuales de los estudiantes para establecer analogías estructurales entre problemas. De nuevo, por tanto, aparece una llamada de atención sobre los docentes: la transferencia entre problemas cuyos contextos se sitúan en la vida diaria, y los contextos de ciencias no es inmediato como a veces se cree. Los profesores de física tienden a pensar que con una buena base matemática, es casisuficiente. Por tanto, trabajando problemas algebraicos de estructuras similares a las que aparecen en los temas de física, se facilitará mucho la comprensión de estos últimos. Si recordamos que, con mucha frecuencia, los problemas en las clases de matemáticas se sitúan en contextos de la vida diaria, la base matemática puede ser necesaria, pero, a juzgar por los resultados de nuestros estudios, parece estar lejos de ser suficiente para la comprensión de problemas de similar estructura, pero de temáticas de física.

En segundo lugar, una proporción apreciable de estudiantes evidenció el “efecto pantalla” ya encontrado en anteriores estudios cuantitativos. Estos estudiantes no fueron capaces de construir analogías y diferencias estructurales entre problemas, y se dejaron seducir por la aparente semejanza que proporcionan contextos superficiales parecidos, en especial, el nombre de la magnitud preguntada en el problema (la incógnita).

El “efecto Sísifo” sugiere a los docentes no dar por sentado que los estudiantes han comprendido por el mero hecho de detectar sus contradicciones, inconsistencias o errores. Tal como mostraron Chinn y Brewer (1993), parece haber una distancia cognitiva importante entre ser consciente de que “algo no encaja” (datos anómalos), y modificar la estructura cognitiva para llegar a un nuevo estado estable y coherente. Se tiene abundante evidencia sobre la dificultad en lograr una restructuración cognitiva (o un cambio conceptual, cuando procede el término). Esto aconseja realizar más trabajo didáctico específico con “datos anómalos” de distinta naturaleza, en donde la tarea consista en detectar y justificar la presencia de inconsistencias en tareas académicas. Aquí interviene también la destreza metacognitiva del control de la propia comprensión de los estudiantes.

D. Muchos estudiantes no se dan cuenta de que no comprenden

En el Estudio 4, la tarea consistió en juzgar la comprensibilidad de varios problemas ya resueltos y explicados, detectando y señalando (regulación) aquellos elementos del enunciado o de la resolución que obstaculizaran la comprensión. Encontramos niveles de control de la comprensión realmente bajos en promedio, algo ya encontrado en otros estudios (Otero, Campanario y Hopkins, 1992; Sanjosé, Fernandez y Vidal-Abarca, 2010). Sin un control adecuado sobre qué se entiende y qué no, con el fin de elaborar representaciones mentales coherentes de los problemas, es difícil que puedan resolverse mediante instrucción directa los problemas antes detectados: efecto pantalla, efecto Sísifo, dificultades adicionales de contextos de ciencias, poco familiares para los alumnos.

Parece necesario hacer trabajo específico en la escuela para desarrollar el control de la comprensión, ya que esta destreza es un predictor muy importante del éxito académico (Wang et al, 1993).

Los resultados de estos estudios deben ser replicados para aumentar su validez y fiabilidad, pero dejan abiertas muchas preguntas de investigación. Respuestas fiables a esas preguntas permitirían profundizar en el conocimiento didáctico disponible para intentar sustentarlo sobre evidencias científicas.

REFERENCIAS

Buteler, L.; Gangoso, Z.; Brincones, I. y González Martínez, M. (2001). La resolución de problemas en física y su representación: un estudio en la Escuela Media. *Enseñanza de las Ciencias, 19* (2), 285-295.

Coleoni, E.A.; Otero, J.C.; Gangoso, Z. y Hamity, V. (2001). La construcción de la representación en la resolución de un problema de física. *Investigaçoes em Ensino de Ciências*, *6* (3). Disponible en: www.if.ufrgs.br/public/ensino/revista.htm.

Chen, Z., y klahr, D. (2008). Remote transfer pf scientific reasoning and problem solving strategies in children. en R.V. Kail (ed.), *Advances in child development and behaviour* (pp. 419-470). Amsterdam: Elsevier.

Chi, M. T. H., Feltovich, P. S. y Glasser, R. (1981).Categorization and representation of physics problems by experts and novices. *Cognitive science*, *5*, 121-152.

Chinn, C.A. y Brewer, W.F. (1993). The Role of Anomalous Data in Knowledge Acquisition: A Theoretical Framework and Implications for Science Instruction. *Review of Educational Research*, 63 (1), 1-49.

Driver, R. (1985).*Children's ideas in science*. McGraw-Hill Education (UK).

Gentner, D. (1983). Structure-mapping.A theoretical framework for analogy. *Cognitive Science, 7*, 155-170. Doi: 10.1016/S0364-0213(83)80009-3

Gil-Perez, D., y Martinez-Torregrosa, J. (1983). A model for problem-solving in accordance to scientific methodology. *European Journal of Science Education, 5* (4), 447-455.

Gómez-Ferragud, C.B.; Solaz-Portolés, J.J. y Sanjosé, V. (2013). Analogy Construction and Success in Mathematics and Science Problem-Solving: a Study with Secondary Students. *Revista de Psicodidáctica*, 18(1), 81-108.

Gómez-Ferragud, C.B., Solaz-Portolés,. J. J., y Sanjosé, V. (2014). Dificultades para codificar, relacionar y categorizar problemas verbales algebraicos: Dos estudios con alumnos de Secundaría y profesores en formación. *Bolema*, 28(50), 1239-1261.

Gómez-Ferragud, C.B., Solaz-Portolés,. J.J., y Sanjosé, V. (2015). Effects of topic familiarity on analogical transfer in problem-solving: a think-aloud study of two singular cases. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 11(4), 875-887.

Greeno, J.G. (1989). Situations, Mental Models, and Generative Knowledge. En D. Klahr y K. Kotovsky (eds.). *Complex Information Processing: The Impact of Herbert Simon*, pp. 285-318. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Holyoak, K.J. (1984). Analogical thinking and human intelligence. In R.J. Sternberg (Ed.). *Advances in the psychology of human intelligence*. *Vol. 2*, (pp. 199-230). Hilsdale, NJ: Erlbaum.

Jonassen, D.H. (2000). Toward a design theory of problem-solving. *Educational Technology: Research and Development, 48*, 63-85.

Kintsch, W. (1998).*Comprehension: a paradigm for cognition*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Kintsch, W. y Greeno. J.G. (1985).Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological Review*, *92* (1), 109-129.

Lorenzo, M. (2005).The development, implementation, and evaluation of a problem solving heuristic. *International Journal of Science and Mathematics Education, 3,* 33-58.

Mayer, R. E., y Wittrock, M. C. (1996). Problem-solving transfer. En D. C. Berliner y R. C. Calfee (eds.), *Handbook of educational psychology* (pp. 47–62). NewYork: Macmillan.

Nelson, T.O. y Narens, L. (1990). Metamemory: A theoretical framework and new findings. En H.B. Gordon (Ed.), *Psychology of Learning and Motivation*, *26* (pp.125-173). San Diego, CA: Academic Press.

Newell, A., y Simon, H.A. (1972). *Human problem solving*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.

Novick, L. (1988). Analogical transfer, problem similarity, and expertise. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition, 14*, 510-520.

Rebello, N.S., Cui, L., Bennet, A.G., Zollman, D.A. y Ozimek, D.J. (2007). Transfer of learning in problem solving in the context of mathematics and physics. En: D. Jonassen (Ed.). *Learning to solve complex scientific problems*. Hillsdale, N. J.: Lawrence Earlbaum, pp. 217-250.

Reed, S. K. (1987). A structure-mapping model for word problems. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition, 13*, 124-139. Doi: 10.1037//0278-7393.13.1.124

Reeves, L. M., y Weisberg, R. W. (1994). The role of content and abstract information in analogical transfer. *Psychological Review*, 115, 381-400.

Sanjosé, V., Fernandez, J.J, y Vidal-Abarca, E. (2010). Importancia de las destrezas de procesamiento de la información en la comprensión de textos científicos *Infancia y Aprendizaje, 33* (4), 529-541.

Solaz-Portoles, J.J. y Sanjosé, V. (2007). Cognitive variables in Science problem solving: a review of research. *Journal of Physics Teachers Education online, 4* (2), 25-32. Disponible en: http://www.phy.ilstu.edu/jpteo

Otero, J. (2009). Question generation and anomaly detection in texts.En D. Hacker, J. Dunlosky y Graesser (Eds.), *Handbook of metacognition in education* (pp. 47-59). New York: Routledge.

Otero, J., Campanario, J.M. y Hopkins, K.D. (1992). The relationship between academic achievement and metacognitive comprehension monitoring ability of Spanish secondary school Students.*Educational & Psychological Measurement, 52*, 419-430.

Truyol, M.E., Gangoso, Z. y Sanjosé, V. (2012). *Latin American Journal of Physics Education, 6* (suppl. I), 260-265. Disponible online en: http://www.lajpe.org

Truyol, M.E., Sanjosé, V. y Gangoso, Z. (2014). *Baltic Journal of Science Education, 13* (6), 883-895.

Viennot, L. (1978). Le rasonnaiment spontané en dynamique élémentaire. Revue française de pedagogie, 45 (1), 16-24.

Wang, M.C., Haertel, G.D. y Walberg, H.J. (1993). Toward a knowledge base for school learning. *Review of Educational Research* 63 (3), 249-294.

ANEXO 1: Problemas utilizados en el Estudios 1 (codificar y agrupar). Una parte de ellos se utilizó también en el Estudio 2 (relacionar y determinar ecuaciones).

Baja Familiaridad

1. **Enunciado**: Consideremos dos globos de diferente tamaño A y B. Inicialmente el globo A tiene un volumen de 2000 cm^3 y el globo B está vacío. Entonces se conectan a la vez dos bombas térmicas idénticas, una que extrae calor de A y lo introduce en un acumulador y otra que extrae calor del acumulador y lo introduce en B. El globo A va disminuyendo su volumen a razón de 20 cm^3/cal y el globo B va aumentando su volumen a razón de 30 cm^3/cal.
Pregunta: ¿Cuántas calorías se habrán transferido de A a B, cuando sus volúmenes sean iguales?

2. **Enunciado**: Consideremos dos globos de diferente tamaño A y B. Inicialmente el globo A tiene un volumen de 2000 cm^3 y el globo B está vacío. Entonces se conectan a la vez dos bombas neumáticas idénticas, que extraen gas de un depósito y lo introducen en cada globo. El globo A va aumentando su volumen a razón de 20 cm^3/g de gas y el globo B va aumentando su volumen a razón de 30 cm^3/g de gas.
Pregunta: ¿Qué volumen habrá en A y en B cuando sus volúmenes sean iguales?

3. **Enunciado**: Consideremos dos globos de diferente tamaño A y B. Inicialmente el globo A tiene un volumen de 2000 cm^3 y el globo B está vacío. Entonces se conectan a la vez dos bombas neumáticas idénticas, una que extrae gas de A y lo introduce en un depósito y otra que extrae gas del depósito y lo introduce en B. El globo A va disminuyendo su volumen a razón de 20 cm^3/g de gas, y el globo B va aumentando su volumen a razón de 30 cm^3/g de gas.
Pregunta: ¿Qué volumen habrá en A y en B cuando sus volúmenes sean iguales

4. **Enunciado:** Consideremos dos globos de diferente tamaño A y B. Inicialmente el globo A tiene un volumen de 2000 cm^3 y el globo B está vacío. Entonces se conectan a la vez dos bombas térmicas idénticas, que extraen calor de un acumulador y lo introducen en cada globo. El globo A va aumentando su volumen a razón de 20 cm^3/cal y el globo B va aumentando su volumen a razón de 30 cm^3/cal.
Pregunta: ¿Cuántas calorías se habrán transferido a A y a B cuando sus volúmenes sean iguales?

5. **Enunciado:** Consideremos dos globos de diferente tamaño A y B. Inicialmente el globo A tiene un volumen de 2000 cm^3 y el globo B está vacío. Entonces se conectan a la vez dos bombas neumáticas idénticas, que extraen gas de un depósito y se lo introducen a cada globo. El globo A va aumentando su volumen a razón de 20 cm^3/g de gas y el globo B va aumentando su volumen a razón de 30 cm^3/g de gas.
Pregunta: ¿Cuantos gramos se habrán transferido a A y a B cuando sus volúmenes sean iguales?

6. **Enunciado**: Consideremos dos globos de diferente tamaño A y B. Inicialmente el globo A tiene un volumen de 2000 cm^3 y el globo B está vacío. Entonces se conectan a la vez dos bombas térmicas idénticas, una que extrae calor de A y lo introduce en un acumulador, y otra que extrae calor del acumulador y lo introduce en B. El globo A va disminuyendo su volumen a razón de 20 cm^3/cal y el globo B va aumentando su volumen a razón de 30 cm^3/cal.
Pregunta: ¿Qué volumen habrá en A y en B cuando sus volúmenes sean iguales?

7. **Enunciado:** Consideremos dos globos de diferente tamaño A y B. Inicialmente el globo A tiene un volumen de 2000 cm^3 y el globo B está vacío. Entonces se conectan a la vez dos bombas térmicas idénticas, que extraen calor de un acumulador y se lo introducen en cada globo. El globo A va aumentando su volumen a razón de 20 cm^3/cal y el globo B va aumentando su volumen a razón de 30 cm^3/cal.
Pregunta: ¿Qué volumen habrá en A y en B cuando sus volúmenes sean iguales?

8. **Enunciado:** Consideremos dos globos de diferente tamaño A y B. Inicialmente el globo A tiene un volumen de 2000 cm^3 y el globo B está vacío Entonces se conectan dos bombas neumáticas idénticas, una que extrae gas de A y lo introduce en un depósito, y otra que extrae gas del depósito y lo inyecta en B. El globo A va disminuyendo su volumen a razón de 20 cm^3/g de gas, y el globo B va aumentando su volumen a razón de 30 cm^3/g de gas.
Pregunta: ¿Cuantos gramos se habrán transferido de A a B, cuando sus volúmenes sean iguales?

Los problemas de Alta Familiaridad se diseñaron sobre las mismas estructuras que los de Baja Familiaridad, pero con temáticas de la vida diaria: llenado/vaciado de piscinas con el tiempo, y aumento/disminución de dinero en cuentas de ahorro con el tiempo. El problema 1 de esa colección se muestra a continuación, y el resto puede deducirse fácilmente siguiendo el diseño anterior:

Alta Familiaridad

1. Enunciado: Consideremos dos piscinas de diferente tamaño A y B. Inicialmente la piscina A tiene un volumen de 2000 litros y la piscina B está vacía. Entonces se conectan a la vez dos bombas hidráulicas idénticas, una que extrae agua de A y la introduce en un depósito, y otra que extrae agua del depósito y la introduce en B. La piscina A se vacía a razón de 20 litros/día y la piscina B se llena a razón de 30 litros/día.
Pregunta: ¿Cuánto tiempo habrá pasado cuando las dos piscinas tengan la misma cantidad de agua?

ANEXO 2: Problemas utilizados en el Estudio 3 (proceso de establecimiento de analogías)

PROBLEMA DIANA

Consideremos dos globos A y B de diferente tamaño y fabricados con distinto material. Inicialmente el globo A tiene un volumen de 2000 cm^3 y el globo B está vacío. Entonces se conectan a la vez dos bombas neumáticas idénticas, una que extrae gas de A y lo introduce en un depósito y otra que extrae el gas del depósito y lo introduce en B. El globo A va disminuyendo su volumen a razón de 20 cm^3/g y el globo B va aumentando su volumen a razón de 30 cm^3/g.
¿Cuántos gramos de gas se habrán transferido de A a B, cuando sus volúmenes sean iguales?

PROBLEMAS 'FUENTE LEJANOS'

(Similar: SIM1) Consideremos dos globos A y B de diferente tamaño y fabricados con distinto material. Inicialmente el globo A tiene un volumen de 2000 cm^3 y el globo B está vacío. Entonces se conectan a la vez dos bombas térmicas idénticas que extraen calor de un acumulador y lo transfieren a cada globo. El globo A va aumentando su volumen a razón de 20 cm^3/kilocaloría y el globo B va aumentando su volumen a razón de 30cm^3/kilocaloría.
¿Cuántas kilocalorías se habrán transferido a A y a B cuando sus volúmenes sean iguales?

(Isomorfo: ISO1) Dos condensadores eléctricos A y B diferentes están conectados a un circuito eléctrico. Inicialmente el condensador A tiene una diferencia de potencial eléctrico entre sus bornes 2000 Voltios mayor que B. Entonces se conectan a la vez dos dispositivos idénticos, uno que extrae carga de A y la transfiere a un acumulador y otro que extrae la carga del acumulador y la transfiere a B. El condensador A va disminuyendo su potencial a razón de 20 Volt/microculombio y el condensador B va aumentando su potencial a razón de 30 Volt/microculombio.
¿Cuántos microculombios se habrán transferido de A a B cuando sus diferencias de potencial sean iguales?

(Relacionado: REL1) Consideremos dos depósitos A y B diferentes, con disolución de ácido ascórbico en agua. Inicialmente el contenedor A contiene un volumen 2000 cm^3 de disolución más que B. Entonces se conectan a la vez dos bombas hidráulicas idénticas, una que extrae disolución de A y la introduce en un contenedor vacío y otra que extrae la disolución del contenedor y la introduce en B. La disolución A contiene ácido con densidad de 20 g/cm^3 y la disolución B contiene ácido con una densidad de 30 g/cm^3.
¿Cuántos gramos de ácido ascórbico se habrán transferido de A a B cuando sus volúmenes sean iguales?

PROBLEMAS 'FUENTE CERCANOS'

(Relacionado: REL2) Consideremos dos globos A y B de diferente tamaño y fabricados con distinto material. Inicialmente el globo A tiene un volumen 2000 cm^3 mayor que B. Entonces se conectan a la vez dos bombas neumáticas idénticas, una que extrae gas licuado de A y lo introduce en un depósito vacío y otra que extrae el gas licuado del depósito y lo introduce en B. El globo A tiene un gas licuado con una densidad de 20 g/cm^3 y el globo B tiene un gas licuado con una densidad de 30 g/cm^3.
¿Cuántos gramos de gas licuado se habrán transferido de A a B, cuando sus volúmenes sean iguales?

(Isomorfo: ISO2) Consideremos dos depósitos A y B de diferente tamaño con disolución de ácido ascórbico en agua. Inicialmente el depósito A contiene un volumen 2000 cm^3 de disolución y el depósito B está vacío. Entonces se conectan a la vez dos bombas hidráulicas idénticas, una que extrae disolución de A y la introduce en un contenedor con agua, y otra que extrae disolución del contenedor y la introduce en B. La disolución A va disminuyendo su volumen a razón de 20 cm^3/g de ácido y la disolución B va aumentando su volumen a razón de 30 cm^3/g de ácido.
¿Cuántos gramos de ácido ascórbico se habrán transferido de A a B cuando sus volúmenes sean iguales?

ANEXO 3: Materiales utilizados en el Estudio 4 (Control de la Comprensión)

Problema 1

Condición experimental SP	
En un astillero se fabrican cascos de grandes barcos de acero (es decir, la carcasa exterior del barco que se ve desde fuera). El acero que utilizan es una aleación de hierro y carbono que contiene 24 veces más de peso en hierro que en carbono. Sabiendo que uno de esos cascos de barco contiene un total de 1920 **mg** de hierro, ¿cuánto pesa el casco del barco en total?	
Condición experimental TRA	**Condición experimental AR**
(*Durante la resolución explicada, y siendo* **x** *la masa de hierro en el caso:*) Además, también sabemos que en el casco del barco el hierro pesa 24 veces más que el carbono: $\mathbf{1920=\frac{x}{24}}$	(*Durante la resolución explicada y siendo* **x** *la masa de hierro en el caso:*). Si despejamos **x**: **x=** 1920/24 = **1500 kg**

Problema 3

Condición experimental SP	
Consideremos dos globos diferentes A y B con diferente gas en su interior. Inicialmente el globo A tiene un volumen de 2050 cm^3 mientras que el globo B tiene un volumen inicial de 50 cm^3. Entonces los globos se conectan a la vez a dos dispositivos térmicos idénticos que transfieren calor a su interior. Como consecuencia, el globo A va aumentando su volumen a razón de 20 cm^3/Kcal transferida y el globo B va aumentando su volumen a razón de 30 cm^3/Kcal transferida. ¿Qué volumen tendrá el globo B cuando los volúmenes de A y B sean iguales?	
Condición experimental TRA	**Condición experimental AR**
(*Durante la resolución explicada, y siendo***x**→*calor transferido*; **y**→*volumen de globos:*) $\mathbf{x = y_{A0} + 20\, y_A}$ (ecuación 3) $\mathbf{x = y_{B0} + 30 y_B}$ (ecuación 4)	(*Durante la resolución explicada, siendo* $\mathbf{y_B}$→ *volumen del globo* B*:*) $\mathbf{y_B = 50 + 30 \cdot 200 = 50 + 600}$

Problema 2 (sin errores insertados en ninguna condición experimental)

Una industria de la automoción diseña los depósitos de los camiones cisterna de modo que puedan cargar la máxima cantidad posible de combustible. La superficie de estos depósitos se construye en polietileno de alta densidad y la empresa ya tiene almacenada cierta cantidad de este costoso material. Si se utilizaran 70 Kg de polietileno para construir cada depósito de este pedido, a la empresa le sobrarían 20 kg del total almacenado. En cambio, si se utilizaran 80 Kg por cada depósito, aún faltarían 20 Kg de polietileno para completar el pedido. ¿Cuántos kilogramos de polietileno de alta densidad tiene almacenados la empresa?