

Análisis de una intervención didáctica en el nivel universitario básico para la enseñanza de la entropía

Analysis of a teaching strategy for entropy in an introductory university Physics course

REVISTA
DE
ENSEÑANZA
DE LA
FÍSICA

Juan A. Farina

Facultad Regional Rosario, Universidad Tecnológica Nacional;
Zeballos 1341, CP 2000, Rosario, Argentina.

E-mail: juanalbertofarina@gmail.com

(Recibido el 22 de noviembre de 2015; aceptado el 11 de abril de 2016)

Resumen

En este trabajo analizamos la idoneidad epistémica y cognitiva de una actividad implementada por un profesor de física con estudiantes de segundo año de carreras de ingeniería, cuyo propósito es investigar en qué medida la utilización de simulaciones puede contribuir a una mejor comprensión del concepto de entropía en un contexto en que dicho concepto es enseñado desde una perspectiva microscópica. La actividad incorpora una simulación sencilla (*applet*, aplicación) destinada a profundizar algunos conocimientos relacionados con la noción de entropía desde una perspectiva microscópica. Fue organizada para lograr en los estudiantes una profundización de las características de la noción de equilibrio en un sistema análogo al caso de partículas en una caja, analizar cómo varía la entropía del sistema en función del tiempo y observar el comportamiento de la entropía para valores grandes y chicos de partículas. La perspectiva teórica metodológica se inscribe dentro del enfoque ontosemiótico (EOS), considerando particularmente la noción de idoneidad didáctica y los criterios asociados con la misma.

Palabras clave: Idoneidad didáctica; Criterios de idoneidad; Simulaciones; Enseñanza de entropía.

Abstract

In this paper we analyze an activity implemented by a physics teacher at a second year engineering course, whose purpose is to investigate to what extent the use of simulations can contribute to a better understanding of the concept of entropy in a context in which the concept is taught from a microscopic perspective. The activity incorporates a simple simulation (*applet*) aimed at deepening some aspects related to the notion of entropy from a microscopic perspective knowledge. It was organized to bring students to a deepening of the characteristics of the notion of equilibrium in a system similar to the case of particles in a box, to analyze how system entropy varies over time and to observe the behavior of entropy for large and small number of particles. The theoretical and methodological perspective falls within the ontosemiotic approach (EOS), particularly considering the notion of pedagogical suitability and the criteria associated to it.

Keywords: Pedagogical suitability; Suitability criteria in teaching; Simulations; Teaching of entropy.

I. INTRODUCCIÓN

El diseño, implementación y evaluación de procesos de enseñanza y aprendizaje es una tarea compleja abordada por los profesores en el ejercicio de su actividad cotidiana. También es el centro de atención al que confluyen los esfuerzos de la investigación didáctica. Es importante que la Didáctica de las Ciencias brinde elementos para orientar, de manera fundamentada, la acción efectiva sobre la práctica. En ese sentido, la noción de idoneidad didáctica introducida en el marco del enfoque ontosemiótico (EOS) desarrollado en la didáctica de las matemáticas (Godino, Contreras y Font, 2006; Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2007), así como el sistema de indicadores empíricos que la acompañan, pueden constituir una herramienta orientada hacia la mejora progresiva de las prácticas de enseñanza y utilizada en diversos contextos didácticos de enseñanza de las ciencias.

La idoneidad didáctica es concebida como el conjunto sistémico de criterios para analizar la pertinencia o adecuación de un proceso de enseñanza en relación con una intención o proyecto educativo, siendo su principal indicador empírico la adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes y los significados institucionales pretendidos o implementados (Godino, Batanero y Font, 2006; Godino, Wilhelmi y Bencomo, 2005). La propuesta introduce criterios parciales de idoneidad atendiendo a las siguientes dimensiones: epistémica (relativa a los significados institucionales), cognitiva (significados personales), mediacional (recursos tecnológicos y temporales), emocional (actitudes, afectos, emociones), interaccional (interacciones docente-alumnos), y ecológica (relaciones intra e interdisciplinarias y sociales). Los trabajos antes citados definen tanto las dimensiones y criterios parciales como el marco teórico de referencia que permite caracterizarlos y operativizarlos.

La noción de idoneidad didáctica y las ideas subyacentes a la misma reconocen como antecedente la aproximación iniciada por Michelle Artigue en la década de los años ochenta, denominada ingeniería didáctica (Artigue, 1995). Se denominó con este término a una forma de trabajo didáctico equiparable con el trabajo del ingeniero quien, para realizar un proyecto, se basa en los conocimientos científicos de su dominio, pero debe trabajar con objetos mucho más complejos que los depurados de la ciencia y tiene que abordar prácticamente, con todos los medios disponibles, problemas que la ciencia no quiere o no puede abordar. Esta visión permite abordar dos cuestiones centrales: a) las relaciones entre la investigación y la acción en el sistema de enseñanza y b) el abordaje de las “realizaciones didácticas” en clase, desde una metodología específica en la investigación en didáctica.

Como metodología de investigación, la ingeniería didáctica se caracteriza por un esquema experimental centrado en la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza. Pero no recurre a enfoques comparativos con validación externa, basados en el análisis estadístico del rendimiento de grupos experimentales y grupos de control, sino que se ubica, por el contrario, en el registro de estudios de caso, con una validación esencialmente interna, a partir de la confrontación entre el análisis a priori y a posteriori.

En este trabajo analizamos, utilizando la perspectiva mencionada, una actividad implementada por un profesor de física con estudiantes de segundo año de carreras de ingeniería, con el fin de investigar si las simulaciones contribuyen a una mejora en el aprendizaje de la entropía. La actividad incorpora una simulación sencilla (*applet*, aplicación) destinada a profundizar algunos conocimientos relacionados con la noción de entropía desde una perspectiva microscópica. Fue organizada para lograr en los estudiantes una profundización de las características de la noción de equilibrio en un sistema análogo al caso de partículas en una caja, analizar como varía la entropía del sistema en función del tiempo y observar el comportamiento de la entropía para valores grandes y chicos de partículas. Un enfoque estadístico para abordar el concepto de entropía requiere la introducción de conceptos matemáticos de probabilidad y, principalmente, un cambio en la manera como concebimos los fenómenos físicos. El requisito para pasar de modelos deterministas a modelos probabilísticos implica la posibilidad de modificar la forma de mirar la realidad y la de concebir las relaciones entre modelos, teorías y fenómenos.

II. EL CONTEXTO DE LA EXPERIENCIA. LA ACTIVIDAD PROPUESTA POR EL PROFESOR

La experiencia fue realizada en un curso de física básica para carreras de ingeniería donde, desde hace años, se desarrolla termodinámica desde una perspectiva microscópica. La expectativa del profesor era complementar las clases teóricas y prácticas que se venían realizando tradicionalmente en la asignatura, con actividades innovadoras, que incorporaran simulaciones. Procuraba con ello lograr una mayor comprensión por parte de los estudiantes del concepto de entropía, que en el curso es definida a partir de la formulación de Boltzmann.

Realizó búsquedas en Internet, orientadas preferentemente hacia recursos de uso libre. A pesar de que encontró una vasta cantidad de aplicaciones relacionadas con distintos temas de física, no eran muchas las que se adaptaban a sus propósitos. Fue difícil para el profesor concretar la selección y definir qué simulaciones poner al alcance de los alumnos. De la información disponible, finalmente seleccionó cuatro simulaciones: “urna de Boltzmann”, “irreversibilidad y fluctuaciones en el equilibrio”, “tirada de monedas” y “multiplicidad”. La segunda simulación forma parte de un curso de la Universidad Complutense de Madrid¹, la primera y la cuarta pertenecen a una propuesta diseñada por un grupo de la

¹ El curso Experimentos Interactivos, coordinado por Ricardo Brito López y Francisco Domínguez, profesores de la Universidad Complutense de Madrid, España. Recurso disponible en <http://valbuena.fis.ucm.es/expint/html/sistemas/irrever/fluc.html>

Universidad de Palermo (Italia)², mientras que la tercera de ellas pertenece a una propuesta diseñada por Statistical Interpretation of Entropy Package, desarrollado por Todd Timberlake, alojado en Open Source Physics (USA)³. Se analizará didácticamente solo la tercera de ellas: “tirada de monedas”. El análisis de las demás simulaciones forma parte de un trabajo más extenso que no será detallado aquí.

Como no disponía de una sala adecuada para trabajar con computadoras en los horarios previstos para la asignatura, el profesor adoptó una modalidad de trabajo alternativa. Cargó las simulaciones y las guías de trabajo correspondientes en discos compactos que entregó a los estudiantes, y les propuso que trabajaran con ellas en sus hogares. Previamente, realizó una clase demostrativa, donde mostró al curso las simulaciones, enfatizando aspectos que consideró relevantes en el uso de las mismas, explicó las consignas de trabajo y estableció las pautas generales sobre las actividades a realizar. Propuso a los alumnos trabajar con las simulaciones según las indicaciones planteadas en las guías, responder las preguntas incorporadas en ellas, orientadas a analizar los resultados y elaborar conclusiones. Acordó con los estudiantes un tiempo de una semana para interactuar con las prácticas y entregar un informe del trabajo realizado en función de lo indicado.

Los estudiantes trabajaron en grupo para llevar adelante la actividad propuesta. Se conformaron en total 16 grupos. Todos entregaron por escrito la tarea planteada, en el tiempo establecido.

Se describe a continuación la aplicación “tirada de monedas”. En la figura 1 se muestran imágenes representativas de la misma.

El programa modela un sistema simple de N monedas dispuestas en filas ordenadas. Inicialmente todas las monedas están con la cara hacia arriba. En cada paso de la simulación una moneda es elegida al azar y dada vuelta. Una ventana de animación muestra el conjunto de monedas (con las caras en color rojo, y cruces en color azul). Se muestra gráficamente el número de caras (en rojo) y cruces (azul) en función del tiempo (en realidad, en función del número de pasos realizados). Dos botones en la consola principal permiten además abrir dos ventanas en las que se representa el histograma de frecuencias (del número de veces que el sistema ha tenido un determinado número de caras hacia arriba) y la “entropía” del sistema, calculada como $S = \ln \Omega$ (adopta $k = 1$). El usuario puede cambiar el número total de monedas (de 2 a 2000) colocando el número deseado en la ventana correspondiente (hay que presionar “ENTER” para que el sistema acepte el nuevo valor, y luego el botón de inicio para comenzar). También puede establecerse el número de monedas que el sistema da vuelta (*flips*) en cada paso (*step*), colocando el número deseado en “Flips per Step” (un valor grande hace que la simulación funcione más rápido).

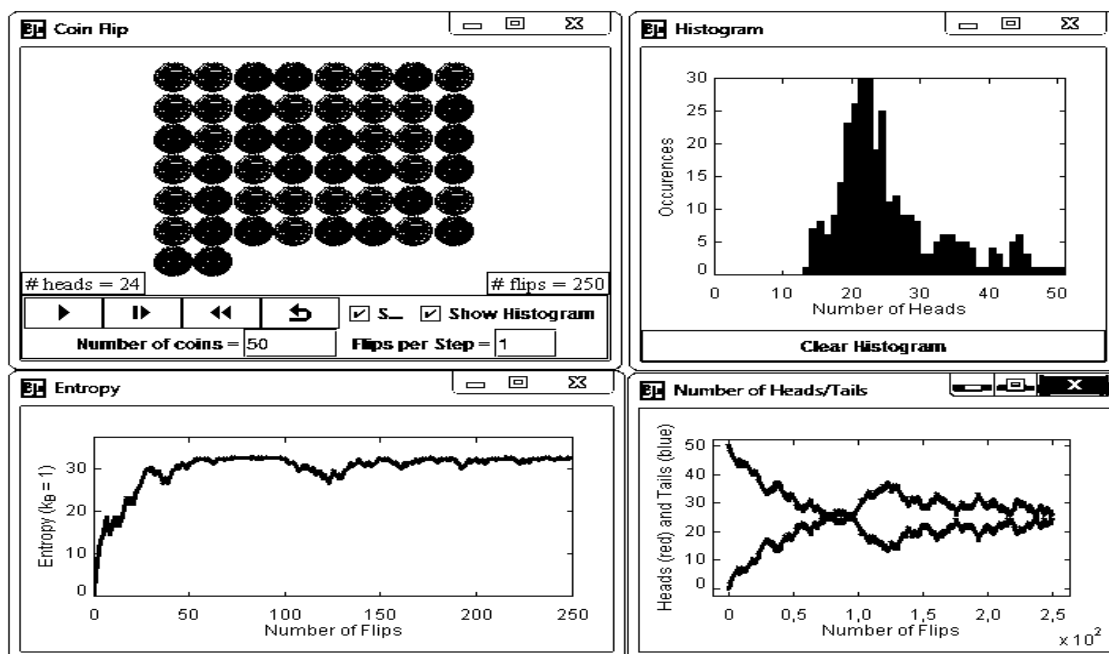


FIGURA 1. Imágenes representativas de la aplicación “tirada de monedas”.

² Los programas “urna de Boltzmann” y “multiplicidad” forman parte del módulo didáctico Entropía e Transformazioni, desarrollado por un grupo liderado por la profesora Rosa María Sperandeo, en la Universidad de Palermo. Están disponibles en http://www.uop-perg.unipa.it/ProTerm/entropia/modello_interazione_termica.htm

³ Disponible en: <http://www.compadre.org/osp/items/detail.cfm?ID=10161>

III. METODOLOGÍA

Para el análisis de la experiencia adoptamos la metodología propuesta en ingeniería didáctica, complementada con criterios generales asociados a la noción de idoneidad didáctica. El proceso experimental de la ingeniería didáctica consta de cuatro fases: análisis preliminares, concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas, experimentación, análisis a posteriori y evaluación.

Los análisis preliminares contemplan, en primer nivel de elaboración, aspectos como: análisis epistemológico de los contenidos contemplados en la enseñanza, análisis de la enseñanza tradicional y sus efectos, análisis de las concepciones de los estudiantes, de las dificultades y obstáculos que determinan su avance; análisis del campo de restricciones donde se va a situar la realización didáctica efectiva. Esos análisis preliminares dan sustento al diseño del dispositivo didáctico a implementar.

Los profesores de la cátedra participaron de la búsqueda y selección de las aplicaciones y conjuntamente con el investigador diseñaron un dispositivo didáctico. La actividad fue realizada en un trabajo en conjunto, planteada como actividad adicional, incorporada a las que venían desarrollándose tradicionalmente donde el profesor fue guiado por los investigadores de modo de articular la selección de las aplicaciones con el análisis que ellos llevarían a cabo.

El análisis a priori considera el dispositivo propuesto elaborando hipótesis sobre su idoneidad para regular el comportamiento de los estudiantes orientado a la construcción de los conocimientos esperados. Luego de la fase de experimentación (puesta en marcha del dispositivo didáctico) sigue una de análisis a posteriori que se basa en el conjunto de datos recogidos a lo largo de la experimentación.

Como ya lo habíamos indicado, en la confrontación de los análisis a priori y a posteriori, se fundamenta en esencia la valoración sobre la idoneidad del dispositivo. Tanto en uno como en el otro, nos hemos centrado en los significados. Siguiendo las ideas de la principal mentora de la ingeniería didáctica (Artigue, 1995), si desde una perspectiva constructivista se considera la participación del estudiante en la construcción de sus conocimientos a través de la interacción con un medio determinado, la teoría de las situaciones didácticas que sirve de referencia a la metodología de la ingeniería didáctica ha pretendido, desde su origen, constituirse en una teoría de control de las relaciones entre el significado y las situaciones de enseñanza y aprendizaje propuestas y/o implementadas.

Nos referimos a los significados desde dos perspectivas: los pretendidos, que se ponen en juego y se pretende que los estudiantes adquieran a través de la actividad propuesta, y los logrados, es decir, los efectivamente alcanzados por los estudiantes. En el EOS, los significados referidos a un objeto de conocimiento son concebidos como entidades sistémicas que incluyen diferentes elementos, entre los que se cuentan las situaciones-problema vinculadas al objeto, el lenguaje en que se expresa, las acciones y procedimientos con él relacionados, y las definiciones, propiedades, leyes, y argumentaciones asociadas. Estos elementos de significado pueden ser contemplados en dos niveles: institucional y personal. De modo general, y a los efectos del presente estudio, podemos considerar que el nivel institucional contempla los significados pretendidos por la institución educativa con base en los documentos curriculares y las tradiciones de enseñanza, y el nivel personal corresponde a los significados construidos o logrados por los estudiantes. Al respecto, la idoneidad epistémica de un recurso de enseñanza vendría dada por el modo en que el mismo contempla y representa los aspectos relevantes de los significados pretendidos, mientras que la idoneidad cognitiva se vincula a su capacidad para lograr que los estudiantes adquieran dichos significados, considerando un nivel de complejidad adecuado, y estableciendo los puentes necesarios con los conocimientos previos.

En el caso que estamos presentando, los análisis preliminares y el diseño del dispositivo fueron realizados por los profesores en conjunto con el investigador. Acompañamos al profesor, sin interferir en su elección del material, ni en la organización de la actividad. Registramos la clase demostrativa y luego de realizada la experiencia, trabajamos junto a él en el análisis de los resultados y la valoración de la propuesta. Nuestra tarea como investigadores se centró principalmente en colaborar con él en el análisis de la idoneidad didáctica del recurso diseñado e implementado, que, teniendo en cuenta las consideraciones anteriores, fue abordada en sus aspectos epistémicos y cognitivos.

El modelo teórico abordado permitió formular las preguntas de investigación: ¿Qué grado de idoneidad epistémica puede atribuirse a la experiencia? ¿En qué medida los significados puestos en juego en la experiencia resultan significativos para los estudiantes y contribuyen a incorporar los significados de referencia?

Las fuentes utilizadas fueron la tarea encomendada a los alumnos (simulaciones, guías de trabajo) y los informes presentados por ellos. El instrumento de análisis, consistió en un cuestionario que aborda los aspectos considerados relevantes, y cuyo diseño se inspiró en un estudio realizado por Godino y otros (2006) y en los criterios de idoneidad elaborados desde el EOS (Godino, 2011).

Si bien la actividad completa comprendió las cuatro simulaciones descriptas, en este trabajo nos concentramos exclusivamente en el análisis de la tercera. Las tres restantes son abordadas en otros

trabajos, en preparación. A continuación se muestra la guía de trabajo propuesta por el profesor para la actividad que analizamos.

IV. ACTIVIDAD

Se detalla a continuación el material proporcionado a los estudiantes para desempeñar la actividad “tirada de monedas”, incluidas las ilustraciones que los orientaron.

Introducción

La simulación modela un sistema simple de N monedas dispuestas en filas ordenadas. Inicialmente todas las monedas están con la cara hacia arriba. En cada paso de la simulación una moneda es elegida al azar y dada vuelta. Una ventana de animación muestra el conjunto de monedas (con las caras en color rojo, y cruces en color azul). Se muestra gráficamente el número de caras (en rojo) y cruces (azul) en función del tiempo (en realidad, en función del número de pasos realizados).

Dos botones en la consola principal permiten además abrir dos ventanas en las que se representa el histograma de frecuencias (del número de veces que el sistema ha tenido un determinado número de caras hacia arriba) y la “entropía” del sistema, calculada como $S = \ln \Omega$ donde se adopta $k=1$

El usuario puede cambiar el número total de monedas (de 2 a 2000) colocando el número deseado en la ventana correspondiente (hay que presionar ENTER para que el sistema acepte el nuevo valor, y luego el botón de inicio para comenzar). También puede establecerse el número de monedas que el sistema da vuelta (flips) en cada paso (step), colocando el número deseado en Flips per Step (un valor grande hace que la simulación funcione más rápido).

La figura 1 muestra las ventanas disponibles y la figura 2 explicita los controles en la consola principal.

Figura 1. Imágenes de las ventanas disponibles

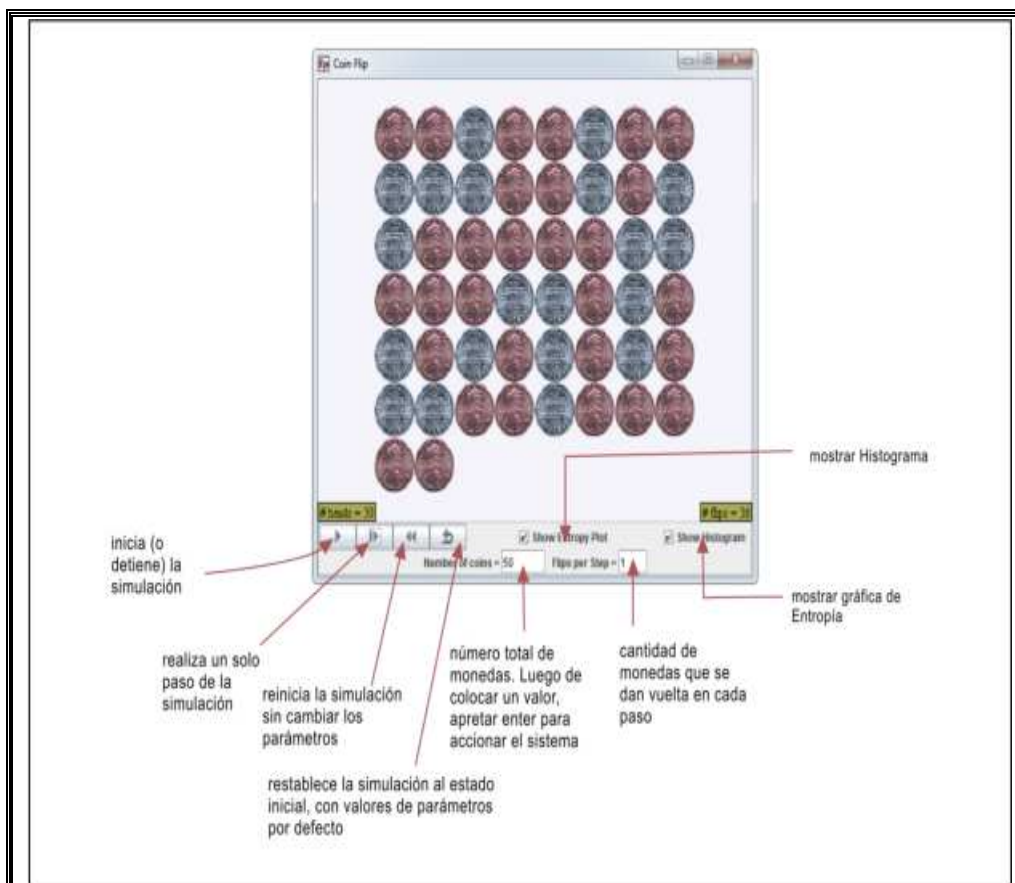


Figura 2. Consola

Objetivos

Recuperar las nociones de microestado, macroestado y multiplicidad en un nuevo contexto.

Verificar diferencias en el comportamiento del sistema cuando intervienen muchos y pocos elementos.

Analizar la noción de equilibrio y el concepto de irreversibilidad desde una perspectiva microscópica.

Observar las fluctuaciones en el equilibrio y comprender que las mismas decrecen con el aumento de N (número de partículas componentes del sistema).

Analizar cómo varía la entropía del sistema en función del tiempo y observar el comportamiento de S(t) para valores grandes y pequeños de N.

Actividades

1- Explorando la Simulación.

a) Observe el comportamiento del sistema para cantidades pequeñas y grandes de monedas. Pruebe con 2, 4, 20, 100, 1000, 2000 monedas. En cada caso observe los cambios que se producen en las tres ventanas disponibles. Puede seguir las simulaciones paso a paso o dejarlas correr de manera continua. También puede elegir dar vuelta una moneda por paso o más monedas en cada paso.

b). Capture las imágenes para los casos de 20 y para 1000 monedas. En ambos casos corra las simulaciones a razón de 1 flip por step y tome las imágenes cuando se hayan transcurrido 200 flips. Analice las gráficas obtenidas y explique cualitativamente las diferencias que observa entre los dos casos considerados ¿A qué atribuye Ud. las diferencias observadas?

2- Configuración, macroestados, microestados, multiplicidad.

a) En la actividad 1 discutimos los conceptos de configuración, macroestado, microestado y multiplicidad ¿Cómo se aplican dichos conceptos en el caso de las monedas? Ilustre ejemplificando para el caso de cuatro monedas.

b) Haga correr la simulación para el caso de cuatro monedas. Capture las representaciones de las ventanas Histograma y Número de caras y cruces. Explique qué representa cada uno de esos gráficos y cómo se relacionan entre sí.

c) Haga correr la simulación para el caso de 1000 monedas. ¿Cuál es en este caso el macroestado con mayor número de microestados y por ende el más probable?

3- Equilibrio y fluctuaciones en el equilibrio

a) Considere el caso de 1000 monedas. Deje correr la simulación hasta que considere que el sistema ha alcanzado el equilibrio y detenga la simulación. Capture las imágenes ¿Qué criterio utilizó para determinar cuando el sistema ha alcanzado el equilibrio?

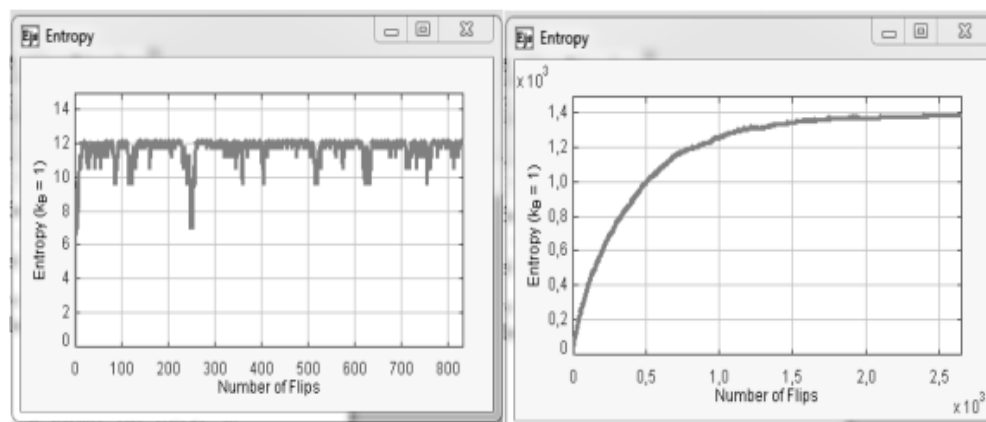
b) Considere el caso de 10 monedas. Deje correr la simulación hasta que considere que el sistema ha alcanzado el equilibrio y detenga la simulación. Capture las imágenes ¿Qué criterio utilizó para determinar cuando el sistema ha alcanzado el equilibrio? ¿Tiene sentido hablar de equilibrio en este caso? Explique.

c) ¿Qué valor toma, en el equilibrio, la variable “número de caras” para los casos considerados en (a) y en (b)? ¿Puede dicho valor considerarse constante, o presenta fluctuaciones? Explique.

4- Entropía

La ventana Entropía representa $S = k \ln \Omega$ en función del número de flips, tomando $k = 1$ por simplicidad. Esto representa el valor, paso a paso de la entropía del sistema.

a) Las gráficas de abajo representan la entropía del sistema para 20 monedas y 2000 monedas respectivamente. Como puede verse, son muy diferentes. Intente explicar por qué se dan esas diferencias.



b) Cuando consideramos sistemas reales, sabemos que, cuando el sistema está aislado, su entropía crece hasta alcanzar un valor estable máximo. En el caso de la tirada de monedas, ¿es válida esta afirmación en los sistemas de pocas monedas? ¿A partir de qué número de monedas podríamos considerar que se produce esa tendencia?

c) Observando la ventana que grafica la entropía en función del número de flips, describa lo que sucede con la entropía y describa lo que observa al mismo tiempo en la ventana que muestra el histograma en función del número de caras.

d) Observar la gráfica del número de caras y de cruces en función del número de flips conjuntamente con la entropía y extraer conclusiones respecto a las fluctuaciones que se observan en la pantalla.

V. ANÁLISIS A PRIORI DEL DISPOSITIVO IMPLEMENTADO

El análisis a priori consideró el dispositivo propuesto elaborando hipótesis sobre su idoneidad para regular el comportamiento de los estudiantes orientado a la construcción de los conocimientos esperados. Se buscó identificar cuáles eran los elementos del significado puestos en juego a través de la actividad propuesta (situaciones-problema, lenguaje, técnicas, conceptos/propiedades, argumentos) y analizar en qué medida ellos guardan correspondencia con los significados institucionales pretendidos (idoneidad epistémica) y son accesibles y alcanzables por los estudiantes (idoneidad cognitiva). El mismo se ha organizado con base en un cuestionario que se aplica al recurso, adoptado de la propuesta de Godino y otros (2006) y relaciona la actividad con la idoneidad epistémica y con la idoneidad cognitiva.

A. ¿Cuáles son las situaciones-problema que permite tratar el recurso?

La situación problema corresponde a un sistema simple de N monedas dispuestas en filas ordenadas. Todas las monedas están ubicadas con la cara hacia arriba. Para cada paso de la simulación una o más monedas son elegidas al azar y se las da vuelta. Ventanas separadas muestran por un lado el conjunto de monedas; una gráfica del número de caras y cruces después de cada paso; la entropía del sistema después de cada paso y un histograma de las ocurrencias para un dado número de caras. El usuario puede cambiar

el número de monedas y el número de monedas a dar vuelta en cada paso de la simulación. Posibilita profundizar las características del equilibrio utilizando un sistema análogo al caso de las partículas en una caja y se observa las fluctuaciones en el equilibrio para valores grandes y pequeños de N . Se analiza como varía la Entropía del sistema en función del tiempo y se observa el comportamiento de $S(t)$ para valores grandes y pequeños de N .

B. ¿En qué tipo de situaciones previas se apoya o debería apoyarse el recurso?

Es una experiencia que se apoya en las actividades anteriores en la medida que contempla la situación de equilibrio; el concepto de irreversibilidad trabajado en la actividad 2 a partir de la expansión libre de un gas ideal y las fluctuaciones. Hay una analogía con la actividad 3 que es la que se presenta en este trabajo, en el sentido de que el número de partículas a la izquierda y derecha en aquella actividad es sustituido en esta actividad por monedas que exhiben cara/cruz. Es posible analizar el comportamiento de este sistema teniendo en cuenta la incidencia del número de componentes del sistema.

Las imágenes de las ventanas disponibles ponen en juego el comportamiento virtual de dar vuelta monedas con el experimento de mezclar bolitas de colores o separar partículas de un gas en una caja dividida en dos mitades.

C. ¿Posibilitan las situaciones la presentación de los enunciados y procedimientos fundamentales del tema según el significado de referencia? ¿Permiten la contextualización y ejercitación de los conocimientos que se pretende construir? ¿Posibilitan o promueven su aplicación a situaciones relacionadas?

Previamente los estudiantes habían trabajado los conceptos de equilibrio, macroestado, microestado y fluctuaciones en otros contextos. Las explicaciones del profesor estuvieron limitadas por el tiempo dedicado al desarrollo del tema entropía. Se destinaron tres clases al desarrollo completo de entropía, de modo que las situaciones planteadas se centraron en el significado de referencia.

Las actividades trabajadas previamente a “tirada de monedas” permitieron contextualizar y ejercitar los conocimientos que se pretendía construir.

La actividad promueve el análisis de las gráficas e imágenes obtenidas para diferente número de monedas. Determinar cuándo el sistema ha alcanzado el equilibrio y lo que sucede en esa situación con respecto a las fluctuaciones. Hay un momento de la actividad planteada que busca relacionar las cuestiones tratadas en la actividad 2 con las cuestiones tratadas en la actividad 3, promoviendo de esta manera su aplicación a situaciones relacionadas. Hay una relación entre los conceptos desarrollados en las actividades anteriores y los de esta actividad. Fundamentalmente la relación entre equilibrio, fluctuaciones y entropía.

D. ¿Se proponen situaciones donde los estudiantes tengan la oportunidad de plantear problemas, reformularlos y/o de problematizarse (en el sentido de asumir los problemas como propios)?

Se destacan varias propiedades que permiten a los estudiantes asumir los problemas como propios. Explorar la simulación abarca la captura de imágenes donde se distingue claramente el histograma de frecuencias, la gráfica de entropía en función del número de *flips* y cómo evoluciona el número de caras y cruces.

La incidencia del número de partículas del sistema es fundamental para que el sistema alcance la situación de equilibrio.

No menos importante es la observación de las fluctuaciones y el hipotético caso de que todas las monedas vuelvan a la situación original.

La observación de las fluctuaciones en el equilibrio determina la definición de entropía.

E. ¿Qué variables de tarea permite operativizar la aplicación? ¿Qué actividades / acciones / técnicas, propone el recurso para realizar, organizar, operativizar las situaciones problema planteadas en la actividad?

La aplicación permite elegir y observar el comportamiento del sistema para cantidades pequeñas y grandes de monedas. En todos los casos permite observar los cambios que se producen en las tres ventanas disponibles. Se puede seguir las simulaciones paso a paso o dejarlas correr de manera continua. Al detenerlas en un determinado momento puede interpretarse la configuración como que el sistema ha alcanzado el macroestado de equilibrio observando el comportamiento de $S(t)$ y las fluctuaciones en ese macroestado.

La representación gráfica mostrada a los alumnos dio lugar a diferentes interpretaciones aunque válidas en lo que se refiere a la caracterización de la situación de equilibrio y la vinculación de la entropía con la multiplicidad que había sido presentada en las simulaciones anteriores.

F. ¿Es el lenguaje utilizado apropiado para describir el fenómeno y /o proceso puesto en juego y la actividad propuesta?

El lenguaje utilizado es el apropiado. Las dificultades previstas para asimilar los nuevos conceptos requirieron por parte del docente una mención especial al igual que con el lenguaje de símbolos y tablas asociadas a los conceptos de macroestado y microestado.

Los elementos lingüísticos puestos en juego son gráficos en los que se presentan situaciones contextualizadas para observar el comportamiento del sistema para cantidades pequeñas y grandes de monedas. El lenguaje icónico, simbólico y verbal también está presente. Las animaciones interactivas muestran la evolución de los procesos. A través de la interfaz gráfica de usuario, la aplicación induce al estudiante a iniciar el proceso interactivo. En la consola se ubican los distintos controles mediante los que el estudiante le comunica a la aplicación computacional sus decisiones. El programa muestra el comportamiento en respuesta a la acción del usuario utilizando diferentes representaciones visuales. A través de objetos iconográficos se permite modificar el valor de un parámetro y/o condición inicial del modelo para definir las condiciones de funcionamiento del mismo.

G. ¿Qué conceptos, propiedades, nociones teóricas se consideran previos y cuáles se espera que emergerán de la utilización de la aplicación?

Son conceptos previos: macroestado, microestado, histograma de frecuencias, variación de entropía. Como conceptos emergentes, se espera profundizar características de equilibrio, comprender que existen fluctuaciones en el equilibrio y que las mismas decrecen con N (número de partículas del sistema). Básicamente se pretende verificar la diferencia en el comportamiento del sistema para valores grandes y pequeños de N. Analizar cómo varía la entropía del sistema en función del tiempo (número de *flips*) y observar dicho comportamiento de la entropía, para valores de N grandes y pequeños.

Ideas principales: la ventaja de esta simulación radica en que pone en un mismo nivel de análisis la muestra de histogramas que se construyen mientras el sistema se pone en marcha. Muestra la gráfica de entropía y la evolución del número de caras y de cruces a medida que se van dando vuelta las monedas que confluyen en un valor de equilibrio sujeto a fluctuaciones. Cuanto mayor es el número de monedas, menores son las fluctuaciones, constituyéndose en ideas emergentes de la aplicación.

H. ¿Tienen los alumnos los conocimientos previos necesarios para abordar la actividad? ¿Los significados pretendidos tienen una complejidad abordable, o una dificultad manejable?

Al igual que en las otras actividades, los conceptos previos necesarios para abordar la actividad fueron trabajados en las clases teórico-prácticas y además en el contexto mismo de las actividades planteadas en el marco de las simulaciones anteriores. Los significados pretendidos tienen una complejidad abordable.

I. ¿Están las definiciones, procedimientos, proposiciones o explicaciones clara y correctamente enunciados, y adaptados al nivel educativo al que se dirigen?

El profesor a través de una clase magistral argumentó las situaciones planteadas. Hubo explicaciones sobre conceptos y procedimientos apoyadas por tablas y dibujos de una situación-problema en la pizarra.

Las definiciones, procedimientos y proposiciones están adaptados al nivel educativo al que se dirigen, de modo que se espera que articulados con las actividades anteriores, emerjan y se afirmen los nuevos conocimientos esperados.

J. ¿En qué argumentación (justificación) se basa la aplicación?

La argumentación es inductiva mediante la observación concreta a través de una ventana de animación que muestra el conjunto de monedas (con las caras en color rojo y cruces en color azul). El usuario cambia el número total de monedas y una vez que comienza a correr la simulación puede abrir las ventanas para observar el histograma de frecuencias (del número de veces que el sistema ha tenido un determinado número de caras hacia arriba) y la entropía del sistema, calculada como $S = k \ln \Omega$ (adoptando $k= 1$). A partir de los gráficos pueden establecerse apreciaciones que van desde la condición de equilibrio hasta las fluctuaciones en esa situación. El establecimiento de analogías entre las actividades

2 y 3 permite relacionar situaciones binarias asociadas a partículas del lado derecho y del lado izquierdo del recipiente con la situación de cara o cruz de las monedas para finalmente establecer una analogía con el sistema gas ideal. La figura 2 es una síntesis de la configuración epistémica asociada a la simulación que hemos denominado “tirada de monedas”, sintetizando el resultado de las respuestas a las preguntas anteriores.

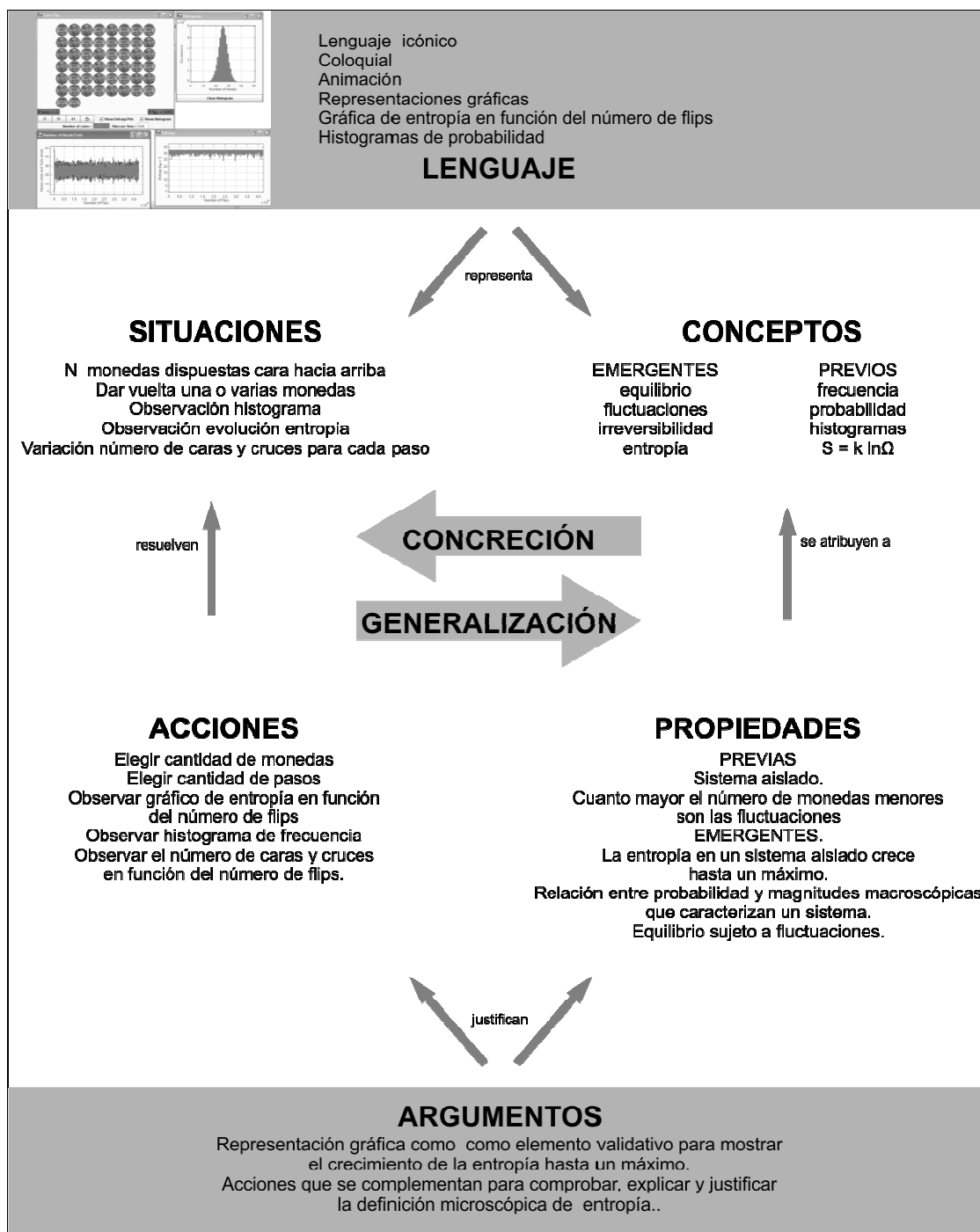


FIGURA 2. Configuración epistémica. Tirada de Monedas

VI. ANÁLISIS A POSTERIORI. LOGROS Y DIFICULTADES DE LOS ESTUDIANTES

Para abordar el análisis a posteriori de la experiencia tomamos como base las respuestas de los estudiantes a las tareas propuestas para los fines investigativos, así como sus comentarios acerca de la actividad realizada, recogidos en las consultas y entrevistas hechas con posterioridad en un contexto de

entrevista individual. Organizamos el análisis a partir de un cuestionario básico aplicado a la actividad, que hemos desarrollado tomando como base criterio de diseño y evaluación de situaciones didácticas (Godino y otros, 2006).

A. ¿Qué dificultades evidenciaron los alumnos para realizar la tarea propuesta? ¿Pudieron ejecutar los procedimientos solicitados?

Los informes evidenciaron que los estudiantes trabajaron con la aplicación en general sin dificultades y realizaron la tarea propuesta.

El de las monedas me encantó. El histograma está bueno. Yo lo dejé como 15 minutos andando y le puse como 20000 monedas. Uno nota un crecimiento abrupto y otro más lento. Aumentando el número de monedas y de flips por paso las fluctuaciones se hacen más constantes. Haciéndolo más y más largo se podían obtener mejores resultados.

Algunos grupos no dejaron correr la simulación el tiempo suficiente para que el sistema llegue al equilibrio, particularmente en el caso de un sistema con muchas monedas. Esto los llevó a interpretaciones erróneas en cuanto a distinguir diferencias sobre las características del equilibrio en situaciones de pocas y de muchas monedas.

La principal diferencia que podemos observar es que para el caso de 20 monedas se llega al equilibrio mientras que para 1000 monedas no. Así como también la entropía alcanza su pico variando un poco en torno a ese valor, en cambio en el segundo caso fue creciendo de manera constante.

Por otra parte, es necesario mencionar que uno de los grupos enfrentó una dificultad en la interpretación de las consignas de la aplicación, sobre cómo variar el número de monedas del sistema, que trajo serias consecuencias para su trabajo posterior. Ocurrió que modificaban el número en el contador que indicaba la cantidad de monedas del sistema, sin ejecutar la acción siguiente para que el cambio efectivamente se produjera. Como consecuencia, las gráficas devolvían una y otra vez la misma respuesta, independientemente del número de monedas indicado. Naturalmente, esto afectó significativamente las interpretaciones sobre la tarea planteada.

B. ¿Comprendieron adecuadamente la situación presentada en la aplicación?

Los alumnos interpretaron adecuadamente el sistema simulado y relacionaron correctamente las diferentes representaciones mostradas. Particularmente, lograron una buena asociación entre el sistema de monedas y el de partículas en una caja, de la simulación anterior. Establecieron una analogía entre partículas del lado izquierdo y derecho de la caja con monedas cara o cruz.

Los consideramos semejantes por la característica que ambos sistemas alcanzan su equilibrio cuando se equiparan las cantidades en el primer caso se ubicaban uniformemente las partículas de cada lado y en el segundo caso quedaban visibles la misma cantidad de monedas rojas y azules. También notamos que alcanzan su equilibrio de manera más uniforme cuando aumenta el n° de partículas en el primer caso y de monedas en el segundo

La tirada de monedas y la actividad 2 de las partículas en la caja se asemejan por el análisis en particular que le realizamos: en ambos casos son variables con 2 valores posibles: o es cara o es cruz o está del lado derecho, o está del lado izquierdo. Y en ambos casos arrancaron en una condición inicial particular: todas las partículas se encuentran en el lado izquierdo de la caja o todas son "caras".

La semejanza que hay entre las dos simulaciones, 'tirada de monedas' con la realizada en la actividad 2, es que a medida que se aumentan la cantidad de partículas, ya sean monedas o moléculas, el sistema va a llegar a un equilibrio que presenta menos fluctuaciones, que otro que posee una menor cantidad de partículas.

C. ¿Establecieron relaciones adecuadas entre los diferentes lenguajes utilizados?

En cuanto al lenguaje, no se observaron mayores dificultades. Los estudiantes trabajaron con registros semióticos diferentes (lenguaje formal, verbal, icónico, etc.), relacionándolos adecuadamente. Pudieron establecer relaciones entre las diferentes gráficas para analizar y describir el comportamiento del sistema.

D. ¿Lograron los alumnos la apropiación de los conocimientos pretendidos?

Los alumnos profundizaron las características del equilibrio en un sistema análogo al de las partículas en una caja; observaron que cuando aumenta el número de partículas las fluctuaciones son menores y se hacen imperceptibles cuando el número de componentes del sistema es muy grande; visualizaron el comportamiento de la entropía para casos de sistemas con pocas y muchas monedas.

La mayoría de los grupos alcanzó, en la realización de la tarea, los niveles de comprensión y diferenciación conceptual esperados. Sus respuestas mostraron que comprendían la vinculación entre el comportamiento de la entropía para valores grandes y pequeños de N . Pudieron establecer relaciones en el comportamiento de las diferentes gráficas que describen el sistema. Algunas respuestas dadas por los estudiantes las sintetizamos en los párrafos siguientes:

Las diferencias visibles en las gráficas, suponemos que están dadas a que en un sistema menor, un solo cambio de valor de nuestra variable “cara o cruz” afecta más a la totalidad del sistema que si ese mismo cambio ocurriera en un sistema 50 veces mayor.

En las monedas a medida que se aumentaba la cantidad de monedas la entropía tardaba más tiempo en llegar al máximo porque al tener que dar vuelta más monedas como todas empezaban de un solo lado lleva más tiempo esos flips dar vuelta esas monedas y cuando hay pocas monedas a veces no se mantenía constante la cantidad de monedas que están de un lado. Al haber poca cantidad de monedas podía llegar a estar todas de un lado y luego todas del otro. A medida que aumentaba el número de monedas se mantenía constante el número de caras o cruces.

Utilizamos la gráfica de entropía para decidir cuando el sistema está en equilibrio ya que la curva se hace asintótica a un valor de entropía, lo cual nos indica que el sistema se encuentra en los estados más probables por lo tanto en equilibrio.

En la actividad se proponía a los alumnos que explicaran las diferencias de dos gráficas que representaban la entropía de un sistema de pocas y uno de muchas monedas. Surgieron al respecto, diferentes interpretaciones y explicaciones que mostraban una razonable comprensión de la incidencia del número de partículas del sistema:

Esta diferencia tiene que ver a que la entropía tiene una relación directa con la multiplicidad del sistema en equilibrio, por lo tanto $S_{20} = 12$ se ve afectada por la fluctuación en torno a heads= 5 donde es notoria la diferencia de multiplicidad para valores cercanos como 3 o 7, así como también son su relación de la poca cantidad de monedas involucradas.

Las diferencias entre las gráficas son causa de la gran diferencia de monedas que hay entre los sistemas. El sistema con pocas monedas muestra fluctuaciones considerables en relación con la cantidad de monedas total por la escasa cantidad de macroestados disponibles. Lo que no se ve en el sistema de 2000 monedas.

En la gráfica del sistema de 20 monedas se llega con mucha más velocidad al valor constante o de equilibrio que en la gráfica del sistema de 2000 monedas. Esto ocurre de la siguiente manera: al inicio todas las monedas están en su cara roja y se van rotando aleatoriamente hacia su cara azul, una por una, hasta llegar a un punto en que las caras sean la mitad roja y la otra mitad azul; después de ese momento el sistema siempre va a tender a lo mismo, esa situación es el equilibrio del sistema. Por lo tanto en ese momento la entropía llega a su valor constante. Mientras menos monedas sean, el sistema llega al equilibrio con menos cantidad de flips. Eso explica porque la entropía en la gráfica del sistema de 2000 monedas necesita muchos más flips para llegar al valor constante.

Otro aspecto a observar es el hecho de que en la gráfica de la entropía del sistema de 20 monedas se presentan más fluctuaciones que en el sistema de 2000. Esto sucede porque en los sistemas con pocas monedas el equilibrio se alcanza y de a momentos las monedas coinciden en caer todas o casi todas con caras del mismo color y el equilibrio se pierde por un instante pero luego se

recupera nuevamente. En ese momento en que el equilibrio se pierde se produce la fluctuación en la gráfica de entropía. Por esto en la gráfica de entropía del sistema de 2000 monedas no se presentan prácticamente nada de fluctuaciones.

Observamos que los grupos adoptaron diferentes criterios para determinar cuándo el sistema había alcanzado el equilibrio:

El criterio fue observar que la cantidad de caras en las monedas sea aproximadamente igual a la de cruces a lo largo del tiempo.

Hemos utilizado el criterio de que el equilibrio se alcanza cuando las fluctuaciones son mínimas.

Determinamos que el sistema alcanzó el equilibrio cuando en la gráfica de las monedas observamos que ambas tienden a un valor medio, es decir quedan aproximadas las cantidades de monedas azules y rojas a la vista y además cuando la curva de entropía se hace constante.

VII. SÍNTESIS

Si bien el análisis presentado en este trabajo es parcial, ya que se ha considerado solo una de las simulaciones seleccionadas por el profesor, podemos adelantar que las otras tres fueron trabajadas adecuadamente por la mayoría de los grupos y se han observado menos dificultades en la interpretación y ejecución de las tareas y en las respuestas a las consignas planteadas. En términos generales, el análisis indica que los modelos y situaciones exploradas en las aplicaciones seleccionadas por el profesor constituyen un escenario interesante para ayudar a los estudiantes a desarrollar las ideas centrales del enfoque. Sin embargo, se observan aspectos que deberían considerarse para optimizar la implementación de la propuesta.

Refiriéndonos puntualmente a la actividad analizada, destacamos que no solo se refuerzan los conceptos estudiados y analizados en las actividades anteriores, como multiplicidad, macroestado, microestado en otro contexto, sino que se relacionan esos conceptos con la noción de entropía. Esta actividad permitió la puesta en relación de diferentes aspectos, a través de múltiples representaciones simultáneas: representación icónica de las monedas; histograma de frecuencia; gráfico de la entropía como función del logaritmo de la multiplicidad; gráfica del número de caras y cruces en función del número de *flips*. El manejo y observación de las múltiples representaciones trae aparejada la posibilidad de profundizar las características del equilibrio observando el comportamiento del sistema para cantidades grandes y pequeñas de elementos. Esto permite analizar las fluctuaciones en el equilibrio y comprender que las mismas decrecen con el aumento del número de elementos. También permite estudiar la variación de entropía en función del tiempo y su comportamiento para un variado número de elementos. En definitiva la actividad retoma, en un contexto diferente, las cuestiones centrales ya mencionadas en una de las actividades anteriores, e introduce algunas ideas:

- La entropía de un sistema aislado alcanza un valor máximo y se mantiene en torno a ese valor con pequeñas fluctuaciones prácticamente imperceptibles si el número de partículas del sistema es muy grande.
- La entropía de un sistema con un número pequeño de componentes muestra notorias fluctuaciones.

Este trabajo es una parte de un trabajo más amplio donde se abordó el análisis de las dificultades de comprensión de estudiantes universitarios en relación al concepto de entropía y se analizó la potencialidad del uso de simulaciones como alternativa didáctica para lograr aprendizajes significativos.

REFERENCIAS

Artigue, M. (1995). Ingeniería didáctica. En Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., Gómez, P. (Eds.). *Ingeniería didáctica en educación matemática, una empresa docente*. Méjico: Grupo Editorial Iberoamérica. pp. 33-59.

Godino, J. D., Batanero, C., Font, V. (2006). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.

Godino, J.D. (2011) Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *XIII CIAEM-IACME*, Recife, Brasil.

Godino, J.D., Bencomo, D., Font, V., Wilhelmi, M. R. (2007). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, XXVII (2), 221-252.

Godino, J.D., Contreras, A., Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, 26(1), 39-88.

Godino, J.D., Wilhelmi, M. R., Bencomo, D. (2005). Suitability criteria of a mathematical instruction process. A teaching experience of the function notion. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 4(2), 1–26.

Godino, J.D.; Font, V.; Contreras, A.; Wilhelmi, M. (2006) Una visión de la didáctica francesa desde el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(1), 117-150.