

Enseñanza codisciplinar en Física y Matemática en la Escuela Secundaria por medio de Recorridos de Estudio y de Investigación

REVISTA
DE
ENSEÑANZA
DE LA
FÍSICA

María Paz Gazzola^{1,2}, María Rita Otero^{1,2}, Viviana Carolina Llanos^{1,2}, Marcelo Arlego^{1,2}

¹Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología (NIECyT). Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (UNICEN).

²Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET).

E-mail: mpgazzola@gmail.com

Resumen

En este trabajo se presentan los resultados de la primera implementación de un Recorrido de Estudio e Investigación (REI) codisciplinar a la física y la matemática en dos cursos de 5° año de una Escuela Secundaria de la ciudad de Tandil con N=68 estudiantes. Se describen las características principales del REI propuesto y del implementado mediante algunos protocolos obtenidos durante las dos implementaciones. Los resultados muestran que las restricciones imperantes en la Escuela Secundaria reducen fuertemente la amplitud del REI. Sin embargo, los resultados son alentadores respecto de la receptividad de los estudiantes a estudiar Física durante las clases de matemática. También se muestra cómo los conceptos físicos ayudan a dar sentido a ciertos conceptos matemáticos y viceversa.

Palabras clave: Enseñanza de la física y la matemática, Recorrido de Estudio e Investigación (REI), Codisciplinariedad, Escuela Secundaria.

Abstract

This paper shows the results of the first implementation of a Research and Study Course (RSC) on questions connected to Physics and Mathematics in two courses of 5^o year of t Secondary School of Tandil's city with N=68 students. The main characteristics of both the proposed and the implemented RSC are drawn by means of some protocols obtained during the implementations. The results show that the commanding restrictions in the Secondary School reduce strongly the extent of the RSC. Nevertheless, the results are encouraging respect of the openness of the students to studying Physics during the math classes. Also it shows how the physical concepts help to give sense to certain mathematical concepts and vice versa.

Keywords: Physics and Mathematics teaching, Research and Study Course (RSC), Codisciplinarity, Secondary School.

I. INTRODUCCIÓN

Este trabajo es parte de una investigación que tiene por objetivo promover un tipo de enseñanza por investigación en la escuela secundaria y en la Universidad enmarcada en el paradigma de la Investigación y del cuestionamiento del mundo. El nuevo paradigma propone que el conocimiento matemático se enseñe porque es útil, es decir funcional a la resolución de problemas sociales relevantes, pues esto es lo que le otorga al conocimiento su razón de ser. Además, se propone una enseñanza basada en preguntas en sentido fuerte en lugar de enseñar respuestas finalizadas, como es propio del paradigma tradicional dominante. La enseñanza por investigación propuesta por la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), se realiza mediante un dispositivo didáctico llamado *Recorrido de Estudio e Investigación* (REI). Los REI parten de una pregunta denominada *generatriz*, que origina numerosas preguntas derivadas, cuya

respuesta requiere el estudio de una o más disciplinas, existirán así REI monodisciplinarios o codisciplinarios.

En esta investigación diseñamos, implementamos y evaluamos un REI codisciplinar en física y matemática, que se inicia con la pregunta Q_0 : *¿Por qué se cayó la Piedra Movediza de Tandil?* Esta pregunta requiere que necesariamente se estudien ambas disciplinas de manera conjunta para poder elaborar una posible respuesta. En un REI, es el profesor como director del proceso de estudio quien formula la pregunta generatriz, a partir de allí el grupo de clase (los alumnos y el profesor) establece las preguntas derivadas, su alcance, los medios para el estudio, etc., es decir que, la respuesta a elaborar es una entre varias y su alcance y profundidad dependen del grupo en cuestión.

Se presentan aquí algunos resultados de la primera implementación del REI diseñado, en la escuela secundaria. Previamente a la implementación de un REI, es necesario elaborar un Modelo Praxeológico de Referencia (MPR) que consiste en el análisis de todas las obras matemáticas, físicas etc. que sería posible estudiar a partir de todas las derivaciones de la pregunta generatriz, lo que generará un conjunto de recorridos posibles (Dicho modelo puede consultarse en Otero, Gazzola, Llanos, Arlego, 2015). Así, un posible recorrido en este nivel escolar podría transitar por el estudio del movimiento oscilatorio en distintas condiciones y para distintos sistemas físicos, incluidas las condiciones para que ocurra el fenómeno de la resonancia además de la matemática necesaria. Es importante aclarar que en un REI, el grupo estudia en función de dar respuesta a la pregunta que fue formulada y no en función del contenido, pues se asume que es imposible agotar el estudio de cualquier tema y que siempre se podrá estudiar más. Esto obliga al grupo de clase a tomar decisiones acerca de cuánto estudiar sobre un asunto, y cuándo dejar de hacerlo, para regresar a considerar la pregunta que motivó el estudio. Es decir, el grupo sale del tema para profundizar algún aspecto y luego debe regresar para retomarlo.

II. LA TAD Y LOS RECORRIDOS DE ESTUDIO E INVESTIGACIÓN

La TAD (Chevallard, 1999) propone los *Recorridos de Estudio y de Investigación* (REI) (Chevallard, 2001, 2009, 2012) como dispositivos didácticos. Una enseñanza por REI, comienza con una pregunta Q “fuerte” denominada *generatriz*, cuya respuesta no se encuentra directamente accesible. Los estudiantes (X) investigan y estudian esta pregunta, dirigidos por el profesor y (o por un conjunto de profesores Y) con el objetivo de aportar una respuesta R a Q . El desarrollo de un REI requiere de la constitución de un sistema didáctico del tipo $S(X; Y; Q)$, donde X , con $x \in X$, es la institución que aprende, Y es la institución que enseña, $y \in Y$, y en este caso el tercer componente no es un conocimiento o una obra, por ej. Mecánica, sino una pregunta generatriz. El estudio de Q da lugar a nuevas preguntas derivadas Q_i , cuya pertinencia es constantemente revisada en S , es decir, el estudio de esas Q_i depende de su potencial para generar respuestas R_i que contribuyan a la construcción de la respuesta final, denotada R^\heartsuit . El exponente \heartsuit colocado en R indica que ésta fue producida bajo ciertas condiciones y limitaciones y su funcionamiento está sujeto a ellas, pues no existen respuestas consideradas como universales (Chevallard, 2009).

Chevallard (2012) formaliza la noción de REI mediante el denominado *esquema herbartiano*¹ desarrollado:

$$[S(X, Y, Q) \rightarrow \{R_1^\diamond, R_2^\diamond, R_3^\diamond, \dots, R_n^\diamond, Q_{n+1}, \dots, Q_m, O_{m+1}, \dots, O_p\}] \rightarrow R^\heartsuit.$$

Siendo $M = \{R_1^\diamond, R_2^\diamond, R_3^\diamond, \dots, R_n^\diamond, Q_{n+1}, \dots, Q_m, O_{m+1}, \dots, O_p\}$ el *medio didáctico* o conjunto de recursos que se utilizarán y servirán para elaborar la respuesta R^\heartsuit . El medio está formado por tres componentes: las R^\diamond que son las respuestas preestablecidas y en cierto sentido “etiquetadas”, que constituyen respuestas previamente construidas a preguntas cercanas o análogas a Q y a las cuales se puede tener acceso (un ejemplo son los libros, la web, el curso y los textos de un profesor, etc.); las Q_i que son las preguntas derivadas de Q_0 (que pueden o no provenir del estudio de las respuestas “hechas” o bien pueden ser introducidas por los estudiantes o por el profesor), y las O_j que son las obras que se reconstruyen en M (como conocimientos previos, teorías, montajes experimentales, praxeologías, que no están organizados como obras particulares pero se necesitan como instrumentos para el trabajo de análisis y contraste de las R^\diamond y la producción de R^\heartsuit).

El proceso de estudio es una cadena de preguntas y respuestas $P=(Q_i; R_i)$ donde Q_i son todas las preguntas derivadas de Q y R_i las respectivas respuestas que originan recorridos potenciales a partir del estudio y la investigación de Q_0 .

¹ Este nombre hace referencia al filósofo y pedagogo alemán Johann Friedrich Herbart (1776-1841).

En lo que sigue presentaremos el recorrido realizado por el grupo de estudio, describiendo cómo se construyó el medio didáctico para el estudio de Q_0 : *¿Por qué se cayó la Piedra Movediza de Tandil?* y particularmente para el estudio de los conocimientos físicos y matemáticos involucrados.

III. METODOLOGÍA

La investigación pretende hacer efectiva una enseñanza por investigación en la escuela secundaria implementando un REI codisciplinar en física y matemática. La implementación permite al investigador testear el dispositivo, estudiar su viabilidad y modificarlo en función de los resultados.

Contexto de implementación: Se llevaron cabo dos implementaciones paralelas en sendos cursos de 5° año de una escuela secundaria de gestión privada de la ciudad de Tandil. Participaron $N=68$ estudiantes de entre 16-17 años que fueron identificados como A01 hasta A68. Los estudiantes conforman según su criterio grupos de cuatro integrantes, totalizando así diecisiete grupos. Los estudiantes poseen al momento de la implementación una experiencia de dos años en la enseñanza por investigación. El REI se realizó en clases habituales de Matemática, siendo el profesor del curso un miembro del equipo de investigación. Este equipo está conformado por especialistas en física y en matemática, lo cual permite acceder a un estudio genuinamente codisciplinar, pues en este caso la física no es una excusa inicial para estudiar matemática, sino que ambas disciplinas tienen un papel central, y para elaborar una respuesta es preciso estudiar contenidos de ambas conjuntamente.

Gestión del REI: Tal como se establece en la enseñanza por REI, el profesor propuso estudiar Q_0 y cada grupo de estudiantes discute la pregunta y la reformula generando nuevas preguntas, para decidir cuáles se responderán. Se comienza a elaborar una respuesta, a comunicarla y defenderla sucesivamente. En estas tareas el profesor orienta el estudio y su opinión tiene el mismo valor que la de cualquier integrante de la clase. En la institución donde se realizó la implementación no se disponía de acceso a internet, ni del uso de la biblioteca que requiere un REI, siendo esta una restricción fuerte que afectó la amplitud y el resultado. Por tal motivo, como el profesor es un sistema de información más de la clase en el contexto de un REI, él proporcionó los textos, e incluso una netbook por cada grupo. En consecuencia, el profesor fue el principal responsable de la constitución del medio.

El recorrido se llevó a cabo durante 10 clases, distribuidas en dos encuentros semanales (30 horas reloj en total). Al finalizar los estudiantes realizaron una síntesis del estudio, que incluye los conocimientos físicos y matemáticos estudiados, de las respuestas elaboradas y de su alcance.

Recolección de datos: De todas las clases, se obtuvieron los protocolos escritos de los estudiantes, se registraron los audios “generales” de cada encuentro y notas de campo a cargo de los investigadores. Los protocolos escritos fueron digitalizados y devueltos a cada alumno en la clase siguiente para que puedan continuar con el estudio realizado.

IV. EL REI EN LA ESCUELA SECUNDARIA

Se inicia con la pregunta Q_0 : *¿Por qué se cayó la Piedra Movediza de Tandil?* Esta roca enorme de granito pesaba 248 toneladas y se encontraba al borde de un cerro de 300 metros de altura experimentando pequeñas oscilaciones. El 29 de febrero de 1912 la piedra se cayó al precipicio y desde entonces se han generado numerosas explicaciones desde relativamente científicas hasta mitológicas. El estudio de Q_0 lleva a analizar entonces en primera instancia todas estas explicaciones para decidir cuál sería la más “científicamente tratable”. Fuentes bibliográficas revelan que los lugareños sabían que la Piedra se volvía movediza si se la forzaba a oscilar en un determinado lugar y con un torque relativamente pequeño que podían realizar dos o más personas. Esto nos permite asumir que la caída podría explicarse a partir del fenómeno de Resonancia Mecánica, y entonces emergen numerosas preguntas vinculadas a los conocimientos físicos y matemáticos pertinentes para comprender y responder a Q_0 . Inicialmente, los investigadores y directores del estudio en el REI, estudian la cuestión Q_0 en profundidad para elaborar una respuesta posible, lo que les permite elaborar un Modelo Praxeológico de Referencia (MPR) (Chevallard, 2013) y realizar un análisis didáctico que contemple los potenciales recorridos según la institución donde se desarrolle la enseñanza (Otero, Gazzola, Llanos, Arlego, 2015).

En el contexto de la Escuela Secundaria, la necesidad de comprender el fenómeno de la resonancia nos llevaría al estudio de las oscilaciones mecánicas, que pueden abordarse con una relativa simplicidad a través de los modelos físicos de resorte y de péndulo, en un primer momento ideales, donde sólo actúa una fuerza, denominada restauradora. Estos sistemas son llamados armónicos y esta denominación se debe a que la posición, la velocidad, la aceleración y la fuerza son funciones seno o coseno, es decir funciones armónicas con relación al tiempo. Estos sistemas se vuelven más complejos si se tiene en

cuenta que en los sistemas reales intervienen otras fuerzas. Si se consideran las fuerzas de roce, se ingresaría en el estudio de los sistemas amortiguados; y si además se considera que puede actuar una fuerza externa que genere la oscilación, se podría ingresar en el estudio de los sistemas forzados. Para el caso particular donde la frecuencia de la fuerza externa coincide con la frecuencia propia del sistema ingresaríamos en el estudio del fenómeno de resonancia mecánica.

Todos los sistemas anteriores remiten a las ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden, cuyas soluciones son funciones armónicas, o funciones armónicas multiplicadas por otras funciones (exponenciales e irracionales) objeto de estudio para la escuela secundaria. En este nivel, el análisis de estas soluciones podría permitir además realizar estimaciones para algunos parámetros relacionados al sistema real como la constante de amortiguación, posibles intensidades del torque externo, frecuencia de oscilación. También podría realizarse un análisis de estabilidad, y a partir de cálculos relativamente sencillos, obtener el ángulo crítico de oscilación.

V. RESULTADOS DE LA IMPLEMENTACIÓN

El grupo de clase decidió organizar el estudio para comprender el fenómeno de la resonancia y su vinculación con la matemática en dos etapas: la primera consistió en una revisión bibliográfica acerca de las diversas conjeturas existentes en la cultura sobre la caída de la Piedra Movediza, esto les permitió obtener información útil para considerar alguna de ellas y desestimar otras. En una segunda etapa, se estudiaron los conocimientos físicos y matemáticos involucrados, estableciendo finalmente analogías con el sistema real. En la Figura 1 se presentan secuencialmente las preguntas formuladas y efectivamente estudiadas en esta etapa.

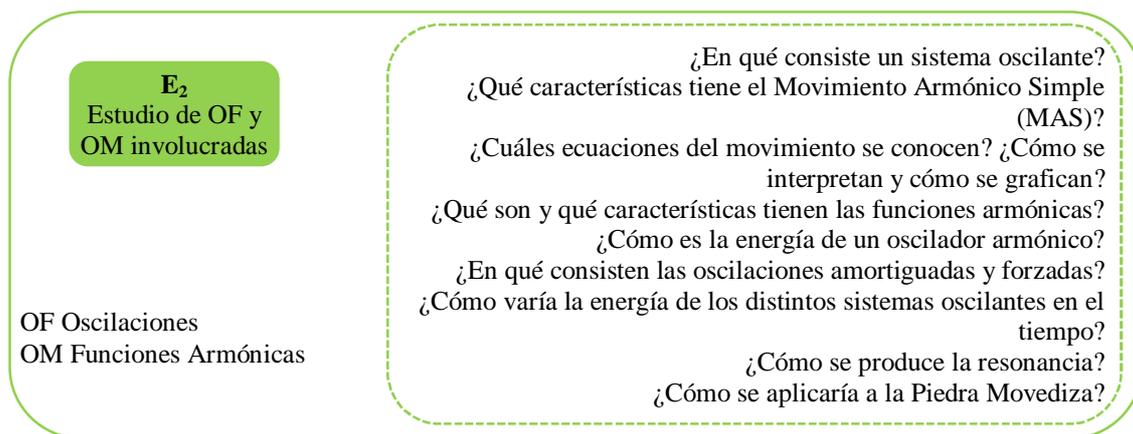


FIGURA 1. Preguntas formuladas y estudiadas por el grupo de clase en la segunda etapa del estudio.

Los protocolos de la figura 2 correspondientes a los estudiantes A13 y A29 ejemplifican algunas de las preguntas realizadas por los estudiantes. Cada grupo compartió su lista de preguntas con el resto y de este modo se estableció conjuntamente por donde seguiría el estudio.

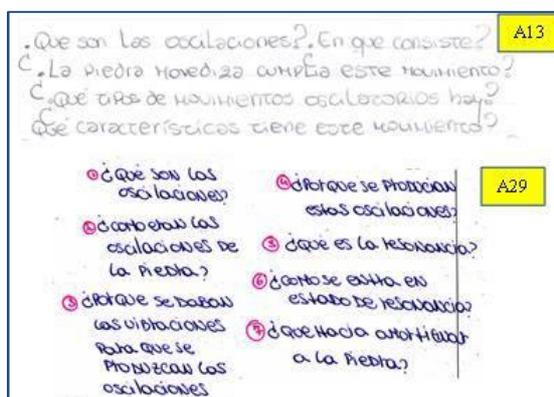


FIGURA 2. Protocolos correspondientes a los estudiantes A13 y A29 respectivamente.

El profesor como director del estudio, propuso un texto que permitía cubrir el estudio del movimiento oscilatorio. Este texto contenía un conjunto de tareas ya testeadas en otras investigaciones (Otero, 2004). El protocolo del estudiante A32 (figura 3) muestra las primeras tareas, que permitieron analizar las nociones de período, frecuencia y ciclo en una oscilación para los modelos de péndulo y resorte, en condiciones ideales. En esta actividad también se analizaron vectorialmente la posición, velocidad y aceleración. Además se muestra que los estudiantes concluyen que tanto los modelos de péndulo como de resorte son sistemas oscilantes, interpretan las características de una oscilación y construyen la noción de ciclo en estos sistemas.

1 - Un péndulo oscila con una frecuencia propia de $f = 0,5 \text{ Hz}$.

1.1 ¿Cómo se interpreta ese dato? Esto significa que el péndulo realiza 0,5 oscilaciones por segundo.

1.2 ¿Cuánto vale su período? $T = 2\pi = \frac{1}{0,5}$

2 - Los siguientes esquemas representan tres sistemas oscilantes.

2.1 ¿Podrías indicar qué fracción del período ha transcurrido en cada tramo, considerando como instante inicial el de elongación máxima?

3 - ¿Cuál es el significado físico de ciclo?

3. Desde lo físico esto significa que son sistemas oscilantes que se mueven con un movimiento armónico simple, es decir, un movimiento que se realiza ^{en} la posesión de una fuerza determinada fuerza recuperadora o elástica. Es un movimiento en 4 tiempos en el cual el resorte pasa 2 veces por el punto O (equilibrio) desde el punto inicial hasta el punto A', repitiéndose a sí mismo. Ciclo = cuando realiza una oscilación completa.

FIGURA 3. Protocolo correspondiente al estudiante A32

El estudio continuó por la caracterización matemática del MAS. Esto se realizó mediante una actividad, que presentaba las gráficas de la componente x de la posición, la velocidad y la aceleración en función del tiempo para el MAS, para hallar la variación de cada una de ellas con respecto al tiempo y la expresión funcional que la representa. De este modo se reinterpretan las nociones de frecuencia, período y ciclo estudiadas antes y se estudian las funciones seno y coseno. Para dedicarse a las funciones armónicas, se “dejan de lado” transitoriamente las oscilaciones, y se retoma su estudio más adelante, volviendo a la pregunta inicial. En una enseñanza por REI este gesto de estudio se denomina “dialéctica de entrar y salir del tema” porque es preciso estudiar las preguntas derivadas de la inicial, que requiere salir de un tema, para estudiar otro y luego reingresar. Para analizar las características principales de estas funciones se utilizó el software GeoGebra variando los parámetros y considerando las distintas familias de funciones. Por razones de espacio, no abundamos en estos resultados, priorizando la descripción del estudio del fenómeno de la resonancia, y de la física y matemática juntas. Posteriormente se retomó el estudio de las oscilaciones y se realizaron actividades para interpretar las ecuaciones de movimiento de sistemas oscilantes concretos.

También se consideró el juego de la energía cinética y potencial en un oscilador libre donde la energía total se conserva. El protocolo del estudiante A51 (figura 4) presenta la respuesta a una de las actividades

realizadas, en la cual se solicitaba obtener la energía total y la amplitud de un objeto que oscila con un MAS cuyos datos conocidos son la masa m , la constante del resorte k y la velocidad máxima v . Este protocolo muestra la relación que establecen los estudiantes entre las dos energías y la posición, y nos permite mostrar además algunas de las conclusiones elaboradas por ellos.

$m = 1,5 \text{ kg}$ $k = 500 \text{ N/m}$ $v(\text{max}) = 70 \text{ cm/s}$

Energía TOTAL. $E = E_C + E_P = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2$

a) En el equilibrio $x=0$ b) En el MAXIMO DESPLAZAMIENTO $x=A$

$E = \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 70^2 + \frac{1}{2} \cdot 500 \cdot 0^2$ $E = \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 0^2 + \frac{1}{2} \cdot 500 A^2 = 7350$

$E = \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 70^2 = 7350$ $\frac{1}{2} \cdot 500 A^2 = 7350$

$A^2 = 7350/250$

$A = \sqrt{29,4}$

$A = 5,42$

Como la energía TOTAL es constante, si una energía es MAXIMO, LA OTRA es MINIMA. Si la energía cinética DISMINUYE, la energía POTENCIAL CREECE LA MISMA CANTIDAD + VICEVERSA.

FIGURA 4. Protocolo correspondiente al estudiante A51

A partir de aquí se retomó el problema que dio origen al estudio y se analizó si el movimiento de la Piedra se correspondería con un MAS. Como no se trata de un sistema ideal, se decidió estudiar resortes y péndulos amortiguados y forzados, incluida la condición de resonancia, que no se corresponden estrictamente con el sistema real de la piedra, pero su comprensión permitiría establecer analogías con este. Para considerar las diferencias entre los sistemas ideales, amortiguados y forzados, se considera la energía del sistema utilizando representaciones Energía-Tiempo y los vectores posición, velocidad, aceleración y fuerza en los distintos tramos del movimiento, utilizando applets obtenidos del sitio *física con ordenador*², creado por Ángel Franco García. Si bien se trata de un curso interactivo de física en internet, también es posible descargarlo y utilizarlo posteriormente sin conectividad, que es lo que efectivamente ocurrió en la escuela. Las simulaciones de este sitio permitieron a los estudiantes variar las condiciones iniciales de los diferentes sistemas y observar y describir las representaciones de la posición del móvil en función del tiempo y paralelamente, observar y analizar la variación de la energía en cada uno ellos. Para sistemas amortiguados, se consideraron los casos subamortiguados, sobreamortiguados y críticos. En el caso de los sistemas forzados se evaluaron diversas frecuencias, cerca de la resonancia y en la resonancia, considerando separadamente casos con rozamiento y sin rozamiento.

Se presenta en la figura 5 un ejemplo del análisis realizado sobre las oscilaciones forzadas mediante el protocolo del estudiante A25. Las imágenes de esta actividad fueron obtenidas de las simulaciones realizadas.

En cada par de gráficos, el que aparece en la parte superior representa la posición en función del tiempo, donde los vectores rojos representan la fuerza y los azules la velocidad. Los gráficos de la parte inferior indican la variación de la energía en el tiempo. Se selecciona este estudiante porque no sólo analiza la relación de la amplitud de la oscilación con la energía que se le suministra al sistema, sino que además establece analogías con el sistema de la Piedra, cosa que sólo hicieron algunos estudiantes, antes de la puesta en común. La figura muestra también cómo este estudiante vincula las características de la fuerza que se le aplica al sistema con características del MAS y con la amplitud que adquiere el mismo. En la puesta en común, el grupo de clase discutió acerca de las características de la fuerza externa, concluyendo que no se trata de un único "impulso" que hay que aplicar al sistema, sino una fuerza periódica. A25 indica como resultado de su estudio que los últimos dos gráficos se corresponderían con

² Ángel Franco García. Universidad del País Vasco (España). Curso interactivo de física en internet: curso de Física general que trata desde conceptos simples como el movimiento rectilíneo hasta otros más complejos como las bandas de energía de los sólidos. La interactividad se logra mediante 545 applets insertados en sus páginas webs que son simulaciones de sistemas físicos, prácticas de laboratorio, experiencias de gran relevancia histórica, problemas interactivos, problemas-juego, etc. Disponible en <http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/default.htm>.

un sistema en resonancia (o en proximidades), identificando entre estos que en el último, las amplitudes aumentan significativamente y se correspondería con la denominada catástrofe resonante. Lo destacado aquí es que este alumno en esta instancia identifica que este tipo de comportamiento pudo darse en el caso de la Piedra Movediza, con lo cual este fenómeno podría explicar su caída.

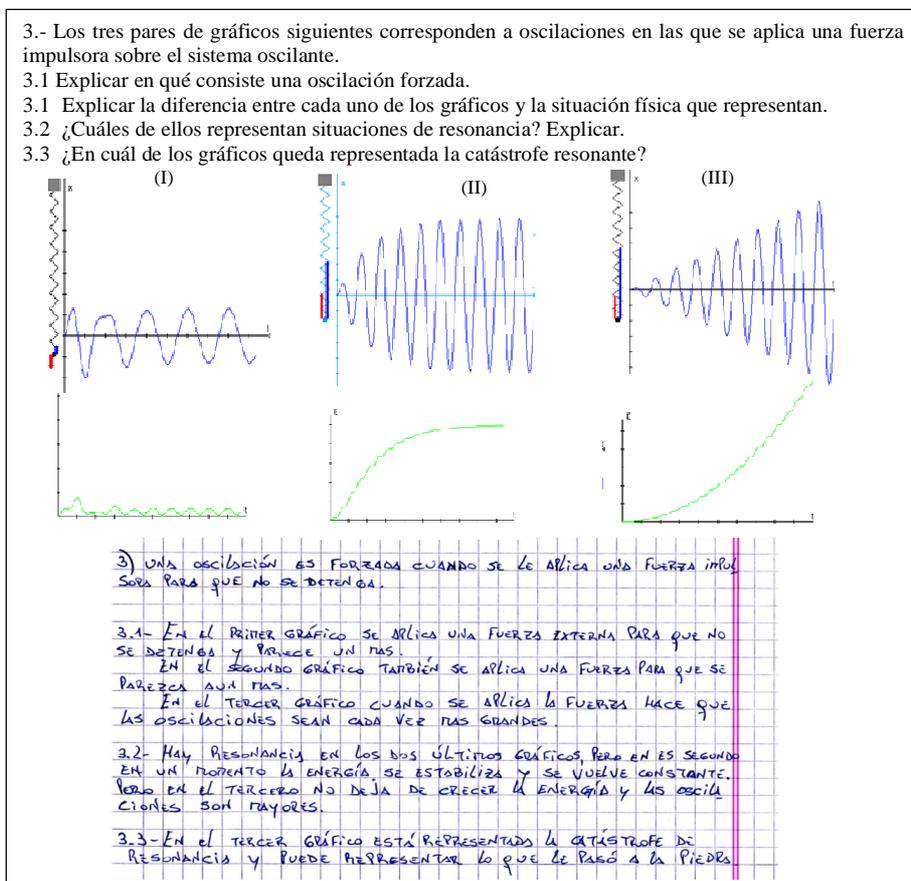


FIGURA 5. Protocolo correspondiente al estudiante A25

Finalmente, se realizó un experimento sencillo que permitió vivenciar el fenómeno de Resonancia en el aula. Se armó un dispositivo con un lápiz en el cual se ata un hilo con una goma de borrar sujeta del otro extremo, y moviendo el lápiz sobre el borde de una mesa se puede encontrar propioceptivamente la frecuencia del sistema y observar el asombroso incremento de la amplitud de oscilación cuando ambas frecuencias coinciden. Se cambian las longitudes de la cuerda, estableciendo que hay relación entre ésta y la frecuencia del sistema. La experiencia habría permitido a los estudiantes comprender que la resonancia no es una cuestión de fuerza, sino más bien una cuestión de precisión y conocimiento que en un primer momento, les parecía parte de los mitos y leyendas que rodean la curiosa Piedra Movediza que personas pudieran hacerla entrar en movimiento, y mucho más aun provocar su caída.

Como actividad final, cada grupo realizó una síntesis de las obras físicas y matemáticas estudiadas y difundió su respuesta R^v a Q_0 . En todos los casos, esta respuesta giró en torno al hecho de que la piedra oscilaba como un sistema forzado, cuando era perturbada de manera apropiada por personas (no de manera espontánea y continua) y que, si esta perturbación era realizada en un lugar determinado y con una frecuencia justa, que dependía de la frecuencia natural del sistema, la amplitud de oscilación podría haber crecido tanto que ocasionó la caída al precipicio.

En estas implementaciones no se avanzó más allá de una explicación cualitativa del problema. La respuesta que satisfizo a los estudiantes fue comprender la conjetura que explicaría la caída por resonancia y cómo podría haberse producido.

Actualmente, se están llevando a cabo otras implementaciones en diferentes instituciones escolares con estudiantes del mismo nivel. En estas nuevas implementaciones, no rigen las mismas restricciones que en las anteriores y se han modificado varios aspectos que permitirían ampliar los alcances y estudiar de manera más profunda la cuestión generatriz.

VI. CONCLUSIONES

En este trabajo hemos descrito algunos resultados obtenidos de la implementación de un REI codisciplinar en la Escuela Secundaria. A pesar de las restricciones que surgieron durante el proceso de estudio, los estudiantes vivenciaron un tipo de enseñanza por investigación, dentro de sus posibilidades. Las producciones de los estudiantes con relación al estudio de los distintos tipos de sistemas oscilantes, el fenómeno de la resonancia y su vinculación con la matemática, indican que la enseñanza codisciplinar es viable en este nivel, aún con las restricciones enfrentadas en esta primera implementación. Los estudiantes tienen predisposición para estudiar cuestiones nuevas y otra disciplina en la clase de matemática, hecho que atribuimos a su experiencia previa en esta pedagogía.

Sin embargo, el profesor de matemática es parte del grupo investigador codisciplinar y esto le daría un soporte fundamental, sin para dirigir este estudio.

La falta de internet y de disponibilidad de consulta a la biblioteca, requerida por los REI, resultó una restricción fuerte, que llevó al profesor a constituirse en la principal fuente de información del medio, al menos antes del análisis de la misma en el grupo esto incidió en la apertura y del REI y en la forma en que los estudiantes y el profesor se encuentran con el conocimiento. Esto hace que el REI se haya convertido en el dispositivo Actividad e Estudio e Investigación (AEI), más acotada que un REI, aunque la codisciplinariedad haya ocurrido igualmente.

Esta primera implementación permitió testear el dispositivo, validarlo, y modificarlo en función de los resultados. En este momento se están realizando otras implementaciones, en diferentes instituciones, donde no ocurren las restricciones que afectaron a la primera implementación. Por otro lado, esta experiencia inicial es fundamental para la gestión del REI y para la introducción de modificaciones en el diseño. El REI será ampliado incorporando al medio un conjunto de datos y de experiencias, que permitan a los estudiantes en este nivel realizar algunas acciones de modelización.

La enseñanza por investigación en el sentido propuesto por la TAD, requiere condiciones diversas y actitudes muy diferentes de las que rigen en la pedagogía tradicional aún dominante en las instituciones escolares. Ni unas ni otras se encuentran hoy disponibles, aunque en un contexto experimental se las intenta recrear, como la única forma de testear los dispositivos didácticos desarrollados. Sin embargo, aunque no haya sido posible el desarrollo de un REI codisciplinar en esta primera implementación, si es evidente que el énfasis en la enseñanza por preguntas y algunos gestos de la pedagogía de la investigación pueden hacerse vivir en el aula y resultan muy valorados por los estudiantes.

REFERENCIAS

- Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), pp. 221-266.
- Chevallard, Yves. (2001) Les mathématiques et le monde: dépasser « l'horreur instrumentale ». *Quadrature*, 41, pp. 25-40.
- Chevallard, Y. (2009). *La notion de PER: problèmes et avancées*. IUFM Toulouse, Francia. Disponible en: <http://yves.chevallard.free.fr/>. Obtenido el 03 de Junio de 2015.
- Chevallard, Y. (2012). Théorie Anthropologique du Didactique & Ingénierie Didactique du Développement. *Journal du séminaire TAD/IDD*. Disponible en: <http://yves.chevallard.free.fr/>. Obtenido el 05 de Mayo de 2015.
- Chevallard, Yves. (2013). *Analyses praxéologiques: esquisse d'un exemple*. IUFM Toulouse, Francia. Disponible en <http://yves.chevallard.free.fr/>. Obtenido el 07 de Abril 2015.
- Otero, M. R. (2004). *Imágenes y Enseñanza de la Física: Una Visión Cognitiva*. (Tesis Doctoral). Universidad de Burgos, España.
- Otero, M. R.; Gazzola, M. P.; Llanos, V. C.; Arlego, M. (2015) Recorridos de estudio y de investigación codisciplinares a la física y la matemática en tres grupos de estudio: profesores en formación, estudiantes de secundaria e investigadores. *V Encuentro Iberoamericano sobre Investigación en Enseñanza de las Ciencias (V EIBIEC)*. Universidad de Burgos.