

DE LA INVESTIGACIÓN A LA DOCENCIA: UNA EXPERIENCIA DE MODELIZACIÓN PARA LOS ESTUDIANTES DE MATEMÁTICA I DE LA FACULTAD DE CIENCIAS AGROPECUARIAS DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA

González V.¹, Nolasco M.¹, Sayago S.¹, Bocco M.¹

¹Universidad Nacional de Córdoba. Facultad de Ciencias Agropecuarias. Matemática. Córdoba. Argentina.

valeriagonzalez@agro.unc.edu.ar

RESUMEN

Los futuros Ingenieros Agrónomos, Ingenieros Zootecnistas y Licenciados en Agroalimentos, deben adquirir competencias y habilidades que les permitan resolver situaciones complejas, anticipar resultados, analizar tendencias, etc. La Matemática debe contribuir a desarrollar aspectos conceptuales, procedimentales y actitudinales, que permitan afrontar problemas reales sobre situaciones propias de las Ciencias Agropecuarias. Se adaptó un problema práctico para la materia Matemática I, a partir de un trabajo de investigación: Simple models to estimate soybean and corn percent ground cover with vegetation indices from MODIS (Revista de Teledetección, 39, pp. 83-91, 2013), en el cual se habían desarrollado modelos exponenciales para estimar porcentaje de cobertura de soja y maíz a partir de imágenes MODIS. Las resoluciones del problema evidenciaron en algunos alumnos distintos tipos de errores: uso de relaciones lineales (regla de tres) en lugar de la función exponencial, no interpretación de las variables involucradas, inversión entre la variable independiente y la dependiente, invención de valores u obtención de estos luego de operar algebraicamente de manera errónea, obtención de porcentaje de cobertura negativo, entre otros. Estos errores fueron analizados y la información resultante sirvió de base para realizar un nuevo planteo para el abordaje del tema funciones exponenciales en las clases teóricas y prácticas.

Palabras clave: modelos matemáticos, transposición didáctica, problemas reales, errores.

INTRODUCCIÓN

Matemática dentro del plan de estudios de la FCA – UNC

La formación de profesionales del siglo XXI demanda no sólo un bagaje determinado de conocimientos sino la adquisición de competencias y habilidades que les permitan resolver situaciones complejas, anticipar resultados, analizar tendencias, etc. En este sentido, tal como afirma Lozano (2020), resulta imprescindible que el profesorado de formación profesional mantenga la relación entre los contenidos de las asignaturas y la práctica laboral en la vida real, para así mantener despiertos el interés y la motivación de los alumnos. Por su parte, Luy-Montejo (2019) menciona la importancia de los docentes de fomentar la promoción de la autonomía de nuestros estudiantes, para resolver problemas actuales.

En particular, los egresados de las carreras Ingeniería Agronómica, Ingeniería Zootecnista y Licenciatura en Agroalimentos, de la Facultad de Ciencias Agropecuarias (FCA), deben responder con calidad y excelencia a los requerimientos del medio, el cual plantea en forma continua complejos desafíos a afrontar. Este escenario potencia la demanda de educación superior con una mayor toma de conciencia de la importancia fundamental

que reviste para el desarrollo socio-cultural, económico y para la construcción del futuro, de cara al cual los nuevos ingenieros y licenciados deberán estar preparados. Tal como afirman Hernández & Duarte (2013), la formación del ingeniero es un desafío debido a la gran cantidad de información disponible, a la complejidad creciente de los problemas a los que se deben enfrentar y a la globalización de los mercados. Al contar con ingenieros capaces y calificados, los países tendrán potencial para la innovación tecnológica, el progreso social y el desarrollo económico (Guerra, Rodríguez-Mesa, González & Ramírez, 2017).

La Facultad de Ciencias Agropecuarias, en el Plan de Estudios 2004, en referencia al perfil del Ingeniero Agrónomo, afirma que: "... la facultad forma profesionales con fundamentos científicos y tecnológicos a través del conocimiento de núcleos temáticos básicos en ciencias formales, fácticas y socio-económicas; y del desarrollo de destrezas, habilidades y actitudes que les permitan comprender la estructura y el funcionamiento de los sistemas agropecuarios". La Facultad, de acuerdo con este perfil, plantea preparar a un profesional:

- con formación sólida, actualizada e interdisciplinaria en la ciencia y la tecnología agropecuaria

- con capacidad para identificar, evaluar y administrar los sistemas agropecuarios con criterios de sustentabilidad y de competitividad
- que pueda participar en la elaboración e implementación de programas de comunicación, investigación, transferencia y desarrollo de tecnología.

Los anteriores objetivos incluyen para sus logros aspectos conceptuales, procedimentales y actitudinales, a los que debe contribuir la Matemática como núcleo temático de las carreras que se dictan, favoreciendo la habilidad de desarrollar y utilizar modelos que describan situaciones propias de la Agronomía y sistemas complejos que se derivan de problemas reales, en general. En este sentido, desde el espacio curricular Matemática, se plantea como objetivo general brindar las herramientas para interpretar información cuantitativa y generar y/o aplicar modelos que permitan satisfacer no sólo los requerimientos propios de asignaturas del plan de estudio sino también a las demandas asociadas a nuevos conocimientos científicos y tecnológicos (Bocco, 2018). Este planteo es también respaldado por Meneses-Espinal & Peñaloza-Gelves (2019) quienes afirman que la enseñanza en Matemática debe orientarse a la adquisición de habilidades, por parte de los estudiantes, requeridas para la resolución de problemas, tales como: análisis de datos, identificación de información relevante, elaboración de un plan, aplicación correcta de algoritmos y confrontación de resultados. En Matemática I desde el inicio del Plan de Estudios 2004, se planteó como objetivo brindar la estructura cognitiva y conceptual básica para afrontar la resolución de problemas, entendidos éstos en un sentido amplio que, involucra por parte del alumno la modelación matemática: proceso que incluye la toma de decisiones para encuadrar o plantear matemáticamente una situación, el diseño de la estrategia de actuación, la utilización adecuada de procedimientos y técnicas, la verificación e interpretación de los resultados y la inferencia para la resolución (Bocco, 2018).

Por lo anterior, es que los docentes privilegiamos una enseñanza orientada hacia la resolución de problemas, en donde el alumno pueda realizar suposiciones e inferencias, discutir sus conjeturas, argumentar, y por supuesto, equivocarse. Dentro de los argumentos en los que se apoyan las actividades de resolución de problemas, Varela-Nieto (2002) menciona los argumentos científicos, donde los estudiantes tienen la ocasión de familiarizarse con el modo en que ‘trabajan los científicos’ haciéndose conscientes de que la finalidad primordial de la Ciencia es precisamente resolver los problemas que el hombre se ha ido planteando a través del tiempo.

En nuestra experiencia educativa hemos detectado diversos errores cometidos por los estudiantes que

dificultan el aprendizaje sobre temas particulares y que año tras año, se repiten por parte de nuestro alumnado. El análisis de los errores que cometen los alumnos resulta de suma importancia ya que, si los estudiantes no tienen el entendimiento de conceptos previos, el aprendizaje de conceptos más avanzados puede verse afectado (Velásquez-Rosado, Villafaña-Cepeda & Vega-Vilca, 2017). En este sentido, conocer las maneras de razonar de los alumnos e identificar los errores, permite buscar estrategias de enseñanza adecuadas y mejorar la práctica docente.

De acuerdo a lo anterior, en el contexto del dictado de la materia Matemática I, se propuso una situación problemática basada en una investigación científica. A continuación, se realiza una descripción de la propuesta y se avalúan los resultados obtenidos.

Paper: Simple models to estimate soybean and corn percent ground cover with vegetation indices from MODIS

Se trabajó con un artículo científico publicado por docentes de la FCA como parte del proyecto financiado por Secyt-UNC 05/G399 (Bocco, Ovando, Sayago, & Willington, 2013) donde se evaluaron modelos matemáticos simples para estimar porcentaje de cobertura (fCover) durante el periodo de crecimiento de los cultivos de soja y maíz, a partir de seis Índices de Vegetación derivados de datos satelitales (**Figura 1**).

Los índices utilizados fueron: Índice de Vegetación de Diferencia Normalizada (NDVI), el Índice de Vegetación Ajustado por el Suelo (SAVI), una modificación de éste (MSAVI), el Cociente Simple (SR) y el Índice de Vegetación Perpendicular (PVI). A partir de ellos, se construyeron y evaluaron modelos lineales, polinomiales de segundo grado y exponenciales:

I- lineal:

$$fCover(VI) = a + bVI$$

II- polinomial de segundo grado:

$$fCover(VI) = a + bVI + cVI^2$$

III- exponencial:

$$fCover(VI) = a + b \exp(cVI)$$

Los investigadores demostraron que las estimaciones obtenidas utilizando modelos con NDVI, MSAVI, SAVI y PVI presentaron la ventaja práctica de la simplicidad y la buena precisión; mientras que para SR se encontró el mejor ajuste con un modelo exponencial para ambos cultivos.

En este trabajo se mostró que, con modelos matemáticos simples basados en índices de vegetación obtenidos del sensor MODIS provisto en forma libre por NASA, el porcentaje de cobertura del suelo para la soja y el maíz podría describirse adecuadamente.

Simple models to estimate soybean and corn percent ground cover with vegetation indices from modis

M. Bocco¹, G. Ovando¹, S. Sayago¹ and E. Willington¹

¹ Facultad de Ciencias Agropecuarias. Universidad Nacional de Córdoba.
CC 509, 5000. Córdoba, Argentina

Figura 1. Portada del artículo científico publicado por docentes de la Facultad de Ciencias Agropecuarias tomado como referencia para la elaboración de la situación problemática planteada en la materia Matemática I.

Adaptación de parte del contenido de la investigación en un problema de Matemática I

En el compromiso de presentar a los estudiantes situaciones reales del quehacer profesional, es que se intenta procurar materiales reales y, de ser posible, que presenten temáticas de actualidad, como pueden ser trabajos científicos, artículos de difusión de INTA, cartillas de la Secretaría de Agroindustria, entre otros para la elaboración de los distintos materiales de trabajo en el aula. En la actividad que involucra la resolución de problemas, el papel del docente es importante a la hora de plantear a los estudiantes enunciados que les entusiasme, invite a razonar, a crear y a descubrir, para poder llegar a su solución (Pérez & Ramírez, 2011). Dado que se trabajó con estudiantes de primer año que recientemente se incorporan a la universidad, es que se elaboraron varios problemas a partir de los datos reales del artículo. En este trabajo se presenta una situación problemática que en su enunciado para la clase de Matemática contempla el índice NDVI, que es el más conocido por productores y decisores, además de ser el más difundido (Viano, 2018).

Enunciado del Problema planteado en Matemática I

La situación problemática fue incorporada en la segunda evaluación de suficiencia de la materia Matemática I del año lectivo 2019, que se realizó a través de una modalidad escrita y en la que fueron evaluados un total de 276 alumnos:

“El porcentaje de cobertura de un cultivo es la proyección de la porción aérea de la planta sobre la superficie del suelo. El porcentaje de cobertura P se puede estimar a partir de la variable x que representa el índice de vegetación satelital NDVI (comúnmente también conocido como índice verde) según el modelo:

$$P(x) = -69 + 53 \cdot e^{1,2x}, \text{ con } 0,25 \leq x \leq 0,95$$

a) ¿Cuál es la variable independiente y cuál la variable dependiente en el modelo?

b) ¿Cuál es el porcentaje estimado de cobertura del cultivo de soja si el valor de NDVI es 0,5?

c) ¿Cuál es el menor porcentaje de cobertura que puede tener el cultivo según este modelo?

d) ¿Cuál es el mayor porcentaje de cobertura que puede alcanzar el cultivo según el modelo?

e) Si el porcentaje de cobertura del cultivo es 80%, ¿cuál será el valor de NDVI?”

RESULTADOS DE LA EXPERIENCIA

Se comenzó con un análisis cuantitativo de las respuestas de los estudiantes correspondientes a los cinco incisos de la situación problemática. Las respuestas de cada inciso fueron clasificadas en tres categorías: correcta, incorrecta o sin respuesta. A los incisos que fueron contestados correctamente se le asignó el máximo puntaje, los que no tuvieron respuesta se le asignó 0 punto y aquellos incisos con respuesta incorrecta o incompleta (no se llegó al resultado final, pero se hizo parte del proceso de forma correcta), se le asignó puntaje intermedio de acuerdo al tipo de error cometido. Dentro de este último tipo de respuesta se pudieron determinar los errores que se cometieron al resolver cada inciso.

Las calificaciones obtenidas por los estudiantes indicaron que el 75% de los alumnos tuvieron rendimiento satisfactorio, ya que alcanzaron al menos la mitad del puntaje total, aunque sólo un 18% obtuvo el puntaje máximo en las cinco preguntas de la situación problemática.

Del análisis realizado de las respuestas por pregunta, aproximadamente un 70% de los alumnos pudo identificar correctamente las variables involucradas en la situación problemática planteada y más del 40% de los estudiantes pudo resolver el resto de los incisos. Dependiendo de los incisos entre un 8% y un 20% no fue respondido por los alumnos (**Tabla 1**). Las respuestas incorrectas se analizaron, y fueron clasificadas en categorías (**Tabla 2**).

Tabla 1. Distribución de frecuencias (expresadas en porcentaje) según el tipo de respuesta correspondiente a la situación problemática planteada en Matemática I.

Inciso/ Respuesta	Correcto	Incorrecto	Sin respuesta
a	69,2	22,1	8,7
b	43,5	49,3	7,2
c	40,6	39,8	19,6
d	43,5	35,1	21,4
e	43,1	41,7	15,2

Tabla 2. Rúbrica para clasificar respuestas incorrectas según el tipo de error de la situación problemática planteada en Matemática I.

Inciso	Categoría	Tipo de error
a	1	Invierte las variables independiente y dependiente.
	2	“Inventa” una o más variables.
	3	Confunde variables con parámetros.
b, c, d, e	1	Comete errores de notación en el planteo o en la resolución.
	2	Copia mal los valores, pero resuelve coherentemente o introduce mal los valores en la calculadora, pero resuelve coherentemente.
	3	Comienza a resolver correctamente, pero no finaliza.
	4	Realiza mal el planteo de la situación.
	5	Aplica mal las propiedades de las funciones exponenciales y logarítmicas.
	6	No aplica la inversibilidad de las funciones exponencial o logarítmica cuando el problema lo requiere.
	7	Comete errores de operaciones aritméticas.
	8	Aplica regla de tres para la resolución.
	9	Resuelve correctamente, pero concluye mal en la parte de aplicación del problema.

En la primera pregunta se observó que cerca de la mitad de los estudiantes que cometieron errores (**Tabla 3**), “inventó/creó” una o ambas variables (**Figura 2A**). Por otra parte, invirtieron las variables independiente y dependiente (**Figura 2B**) y/o confundieron las variables con los parámetros del modelo presentado, en igual proporción (23%).

En los incisos b), c) y d) se observaron en mayor proporción errores de notación en el planteo o en la resolución, si bien la totalidad de estos alumnos arribó al resultado correcto. Cabe destacar que las distintas formas de representación de funciones matemáticas es un concepto que forma parte del currículo de enseñanza de Matemática I y se enseña en la primera unidad de la materia, sin embargo, los resultados sugieren que los alumnos siguen cometiendo este tipo de error a la hora

de expresar en lenguaje matemático las distintas funciones estudiadas.

En promedio, de los incisos b), c) y d), cerca del 10% de los alumnos cometió errores de cálculo aritmético, así como en igual porcentaje se registraron errores de “mal copiado” o de uso de valores erróneos. Fue notable en respuestas correspondientes al inciso b) resultados con porcentajes de cobertura negativos o mayor que el 100% (**Figura 3**). Estos casos fueron atribuidos principalmente a errores en el planteo de la ecuación exponencial. Este error se puede definir como grave al tratarse de un problema aplicado a situaciones concretas de Agronomía.

Tabla 3. Distribución de frecuencias (expresadas en porcentaje) de errores de las respuestas de cada inciso (a-e) correspondientes a la situación problemática planteada en Matemática I.

Inciso/categoría	a	b	c	d	e
1	23,0	64,0	60,9	73,2	7,8
2	54,1	9,6	10,9	10,3	10,4
3	23,0	2,2	0,0	0,0	4,3
4		7,4	8,2	4,1	8,7
5		5,1	3,6	4,1	7,8
6		0,0	0,0	0,0	26,1
7		8,1	13,6	6,2	15,7
8		2,9	0,9	1,0	18,3
9		0,7	1,8	1,0	0,9

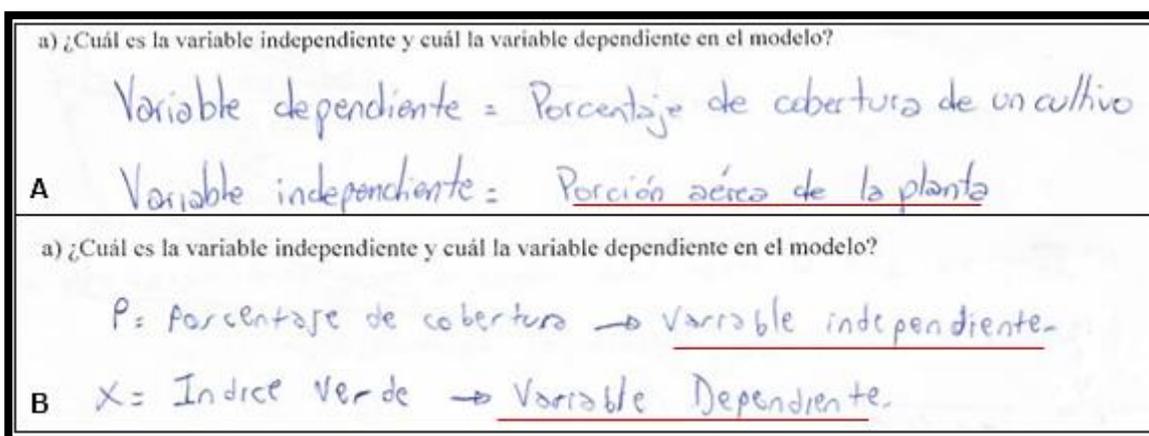


Figura 2. Respuestas de estudiantes correspondientes al inciso a) de la situación problemática planteada en Matemática I.

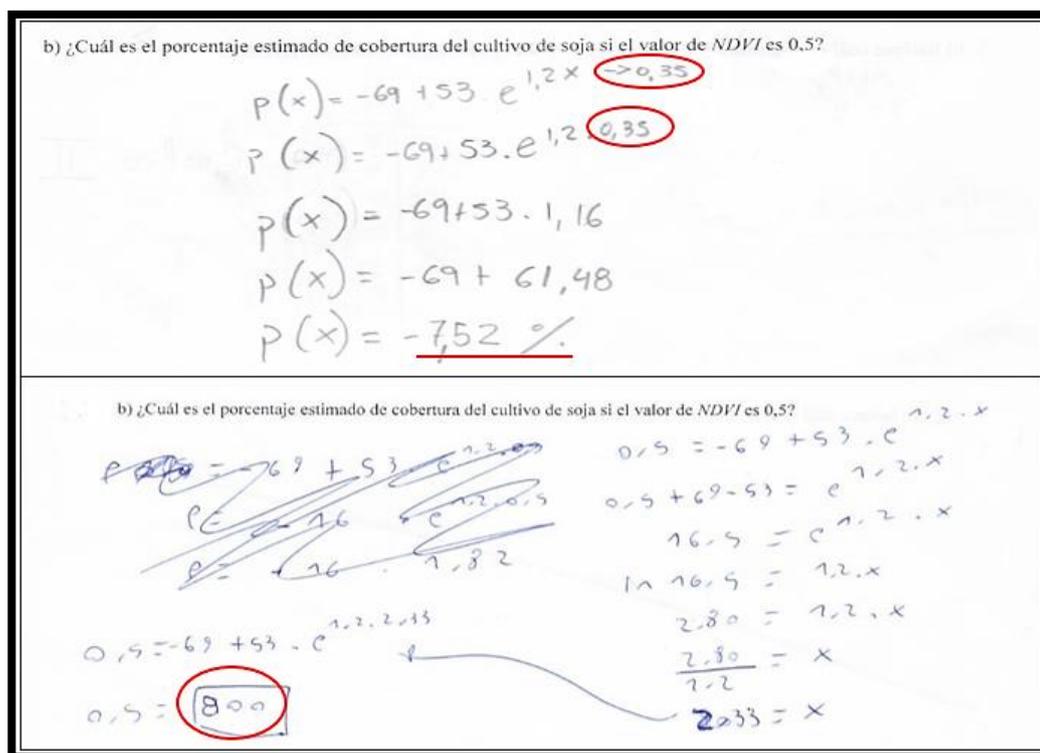


Figura 3. Respuestas de estudiantes correspondientes al inciso b) de la situación problemática planteada en Matemática I.

En el inciso c) también se observaron casos donde los estudiantes obtuvieron porcentajes de cobertura negativo o bien, causado por la inversión de variables, dieron como respuesta el extremo inferior del intervalo

de la variable independiente. En el inciso d) la inversión de variables, ocasionó que la respuesta sea el extremo superior del intervalo de la variable independiente (**Figura 4**).

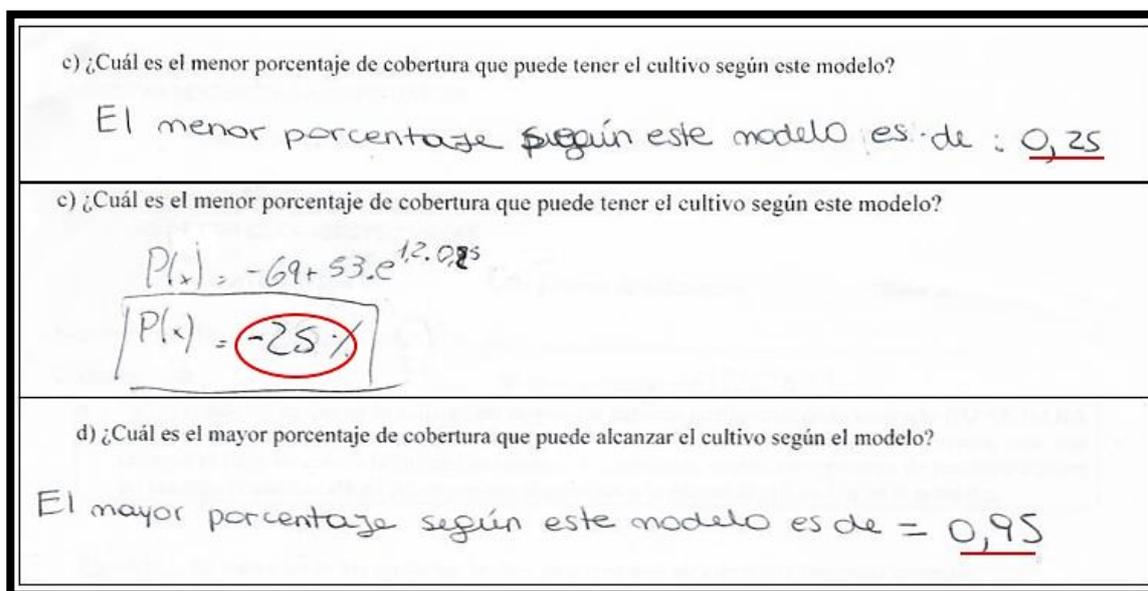


Figura 4. Respuestas de estudiantes correspondientes a los incisos c) y d) del problema planteado en Matemática I.

Respecto del último inciso, el error más frecuente (26,1 %) fue resolver la ecuación exponencial utilizando la función inversa (logaritmo). El 18,3 % de los estudiantes cometieron un importante error, aplicaron la “Regla de tres” en un problema de crecimiento exponencial. Estos resultados sugieren una interpretación equívoca por parte de los alumnos donde la relación fue considerada como una proporción directa (**Figura 5**). El uso de la “Regla de tres” resultó inesperado pues en Matemática I, cuya metodología de enseñanza incluye la presentación de una situación problemática de la cual se infiere la necesidad de introducir un nuevo conocimiento, se formaliza el desarrollo teórico de los contenidos de forma tal que permitan al estudiante estructurar y re-estructurar constantemente sus propios esquemas (Bocco, 2018).

Siguiendo esta concepción y atendiendo que es importante que el alumno aprehenda a distinguir entre ambos modelos, los de crecimiento exponencial que son ampliamente usados en el área biológica y los de proporcionalidad lineal que se generalizan muchas veces sin atender las diferencias, en la clase teórica se trabajó a partir de un gráfico que mostraba ambos comportamientos distintos en el contexto del problema (**Figura 6**). Con esta figura se mostró en paralelo la evolución de la cobertura a partir del gráfico del modelo exponencial, que representa la situación planteada, y de la función lineal que resultaría de aplicar proporcionalidad (Regla de tres). Este gráfico permitió ejemplificar que el mal uso de un modelo generaría una

diferencia importante entre ambos comportamientos y por lo tanto una respuesta incorrecta.

A MODO DE CONCLUSIÓN

En este apartado se presentan las conclusiones derivadas del análisis cuantitativo y análisis cualitativo de los resultados de las producciones de los alumnos.

En Matemática, además de cumplir con la planificación y el objetivo propuesto de introducir a los alumnos en la resolución de problemas reales y a la vez hacer una interacción efectiva entre la investigación y la práctica docente, el estudio de los errores permitió realizar una evaluación del proceso de enseñanza y mostró la necesidad de reafirmar competencias en el alumno que incluyan:

- Comprender el rango de valores que puede tomar el porcentaje en el contexto del problema.
- Identificar las variables independientes y dependientes que describen un problema.
- Determinar el intervalo adecuado que pueden tomar las variables a partir de distintos contextos de la realidad.
- Tomar decisiones frente a situaciones problemáticas concretas de la vida profesional.

Estas habilidades requieren una práctica sostenida y continua por parte de los docentes y estudiantes. Lo cual implica planificar y llevar a la práctica nuevas metodologías para el trabajo en este trayecto educativo que tiendan a formalizar y fundamentar, en una primera

etapa la apropiación, estudio y afianzamiento de las definiciones y propiedades que involucran lo abstracto-lógico-relacional y a posteriori la capacidad de elaborar,

en cada estudiante, su propia construcción y lograr la transferencia a lo concreto-tangible en su futuro entorno como profesional.

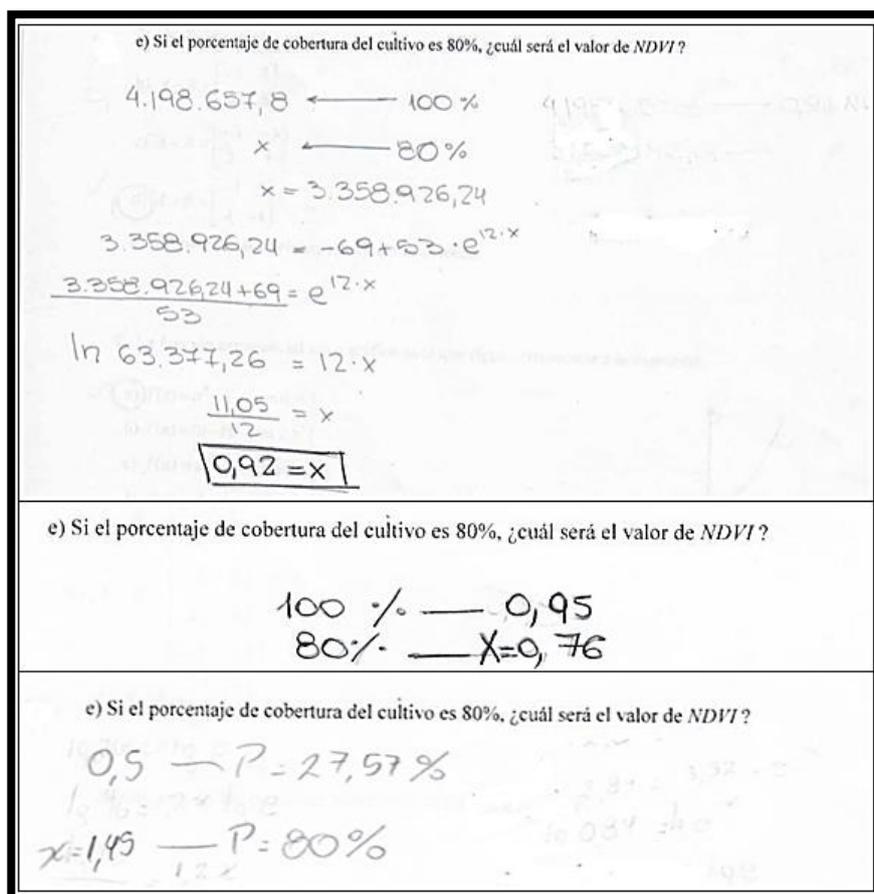


Figura 5. Respuestas de los alumnos correspondientes al inciso e) del problema planteado en Matemática I.

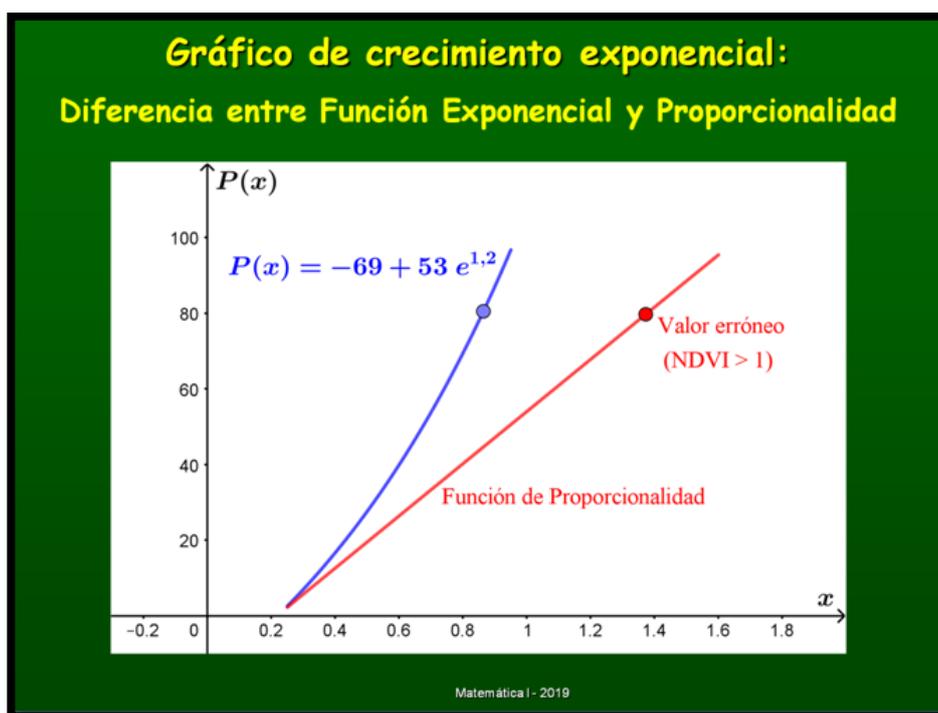


Figura 6. Gráfico de la función exponencial que describe la situación real, y de la función de proporcionalidad lineal que devuelve valores erróneos (adaptado de clases teóricas).

BIBLIOGRAFIA

- Bocco M. 2018. Planificación Matemática I. Facultad de Ciencias Agropecuarias, Universidad Nacional de Córdoba. Recuperado de: http://www.digesto.unc.edu.ar/agronomia/honorable-consejodirectivo/resolucion/373_2018/
- Bocco M., Ovando G., Sayago S. & Willington, E. 2013. Simple models to estimate soybean and corn percent ground cover with vegetation indices from modis. *Revista de Teledetección* 39: 83-91.
- Fernández F. H. & Duarte J. E. 2013. El Aprendizaje Basado en Problemas como Estrategia para el Desarrollo de Competencias Específicas en Estudiantes de Ingeniería. *Formación universitaria* 6(5): 29-38. <https://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062013000500005>
- Guerra A., Rodríguez-Mesa F., González F. A. & Ramírez M. C. (Eds.). 2017. Aprendizaje basado en problemas y educación en ingeniería Panorama latinoamericano. Colombia: Aalborg Unity Press.
- Lozano I. 2020. Aprendizaje Basado en Problemas: Una propuesta para aumentar la motivación en formación profesional. Tesis de maestría, Universitat Jaume I, Castellón de la Plana, España.
- Luy-Montejo C. 2019. El Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) en el desarrollo de la inteligencia emocional de estudiantes universitarios. *Propósitos y Representaciones* 7(2): 353-368. <https://doi.org/10.20511/pyr2019.v7n2.288>
- Meneses-Espinal M. L. & Peñaloza-Gelves D. Y. 2019. Método de Pólya como estrategia pedagógica para fortalecer la competencia resolución de problemas matemáticos con operaciones básicas. *Zona Próxima* (31): 8-25. <https://doi.org/10.144.82/zp.31.372.7>
- Plan de Estudio de la Carrera Ingeniería Agronómica, Facultad de Ciencias Agropecuarias, Universidad Nacional de Córdoba. 2004.
- Pérez Y. & Ramírez R. 2011. Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos: Fundamentos teóricos y metodológicos. *Revista de Investigación* 35 (73): 169-194. <http://dx.doi.org/10.14482/zp.31.372.7>
- Varela-Nieto P. 2002. La Resolución de Problemas en la Enseñanza de las Ciencias. Aspectos Didácticos y Cognitivos. Tesis Doctoral. Universidad Complutense de Madrid. Madrid. España.
- Velásquez-Rosado W., Villafañe-Cepeda W. & Vega-Vilca J. 2017. Errores matemáticos cometidos por los estudiantes universitarios en el estudio de funciones. *Paradigma* 2: 291-307.
- Viano L. 2018. Cinco beneficios que traerá el Saocom 1A, el nuevo aliado del campo. *La Voz del Interior*. Recuperado de: <http://agrovoy.lavoz.com.ar/actualidad/cinco-beneficios-que-traera-saocom-1a-nuevo-aliado-del-campo>.