

## MEDIDAS DE EFICIENCIA EN EDUCACIÓN: UNA COMPARACIÓN DE MÉTODOS PARAMÉTRICOS Y NO PARAMÉTRICOS CON APLICACIÓN A LA PROVINCIA DE BUENOS AIRES

JUAN CARLOS MONGAN<sup>A</sup> DANIEL SANTIN<sup>B</sup> Y AURELIA VALIÑO<sup>B</sup>

<sup>a</sup> Ministerio de Economía de la Provincia de Buenos Aires - ARGENTINA

<sup>b</sup> Departamento de Economía Aplicada VI - Universidad Complutense de Madrid - ESPAÑA  
*cmongan@ec.gba.gov.ar*

*Fecha Recepción: Marzo 2011 - Fecha Aceptación: Agosto 2012*

### RESUMEN

El presente trabajo tiene dos objetivos principales: por un lado se pretende cuantificar la eficiencia técnica a nivel del alumno y de la escuela para el caso particular de la provincia de Buenos Aires, mediante la utilización de funciones distancia paramétricas y análisis envolvente de datos. El segundo objetivo es el de comparar los resultados obtenidos mediante las dos metodologías consideradas y analizar la consistencia entre los mismos. Se utilizan datos censales de 118.454 alumnos de entre 10 y 12 años provenientes del Operativo Nacional de Evaluación de la Calidad Educativa de la República Argentina, llevado a cabo por el Ministerio de Educación de dicho país en el año 2000. Los resultados muestran una mayor eficiencia relativa de los alumnos que asisten a escuelas de gestión privada. Asimismo, mediante las dos metodologías se llega a resultados muy similares, lo cual hace posible afirmar que, para el caso analizado, las medidas de eficiencia obtenidas son consistentes entre sí, sobre todo en lo que respecta a la identificación de las unidades productivas más ineficientes.

**PALABRAS CLAVE:** eficiencia técnica, frontera estocástica, DEA, educación.

### ABSTRACT

This work has two main objectives: the first one is to measure the technical efficiency of the student and the school for the particular case of the province of Buenos Aires, through the use of parametric distance functions and data envelopment analysis. The second is to compare the results obtained by the two methodologies considered and analyze the consistency between them. For that we use data of 118,454 students between 10 and 12 years old from the National Assessment of Educational Quality for the year 2000. The results show a higher relative efficiency of students who goes to privately managed schools. Also, both methodologies leads to very similar results, making it possible to say that, for this case, the efficiency measures obtained are consistent with each other, especially in regard to identifying the most inefficient production units.

**KEYWORDS:** technical efficiency, stochastic frontier, DEA, education.

## 1. INTRODUCCIÓN

Objetivos tales como la reducción del fracaso escolar, el aumento del rendimiento académico, la mejora en la calidad de la enseñanza y la igualdad de oportunidades para todos los alumnos, engloban, a grandes rasgos, el deseo general de todos los colectivos que componen el mundo educativo. Al respecto, no existen dudas de que le cabe al Estado una responsabilidad prioritaria en el logro de tales objetivos. Sin embargo, en un contexto de escasez, la eficiencia en la gestión de los recursos debe ser también un objetivo prioritario.

Tales objetivos, están incluso reconocidos en el ordenamiento jurídico de gran parte de las naciones. En Argentina, la Constitución Nacional establece en su artículo 75 inciso 19 que [Corresponde al Congreso:] "...sancionar leyes de organización y de base de la educación que consoliden la unidad nacional respetando las particularidades provinciales y locales:<sup>5</sup> que aseguren la responsabilidad indelegable del Estado, la participación de la familia y la sociedad, la promoción de los valores democráticos y la igualdad de oportunidades y posibilidades sin discriminación alguna; y que garanticen los principios de gratuidad y equidad de la educación pública estatal..."<sup>6</sup>

Asimismo, en los últimos años se ha intensificado la preocupación por el papel que debe cumplir el sector público en la financiación de la educación, y en particular sobre el correcto uso de los recursos destinados a este fin. La Ley de Financiamiento Educativo Nº 26.075, promulgada en 2006, establece en su artículo 1º que "El Gobierno nacional, los Gobiernos provinciales y la Ciudad Autónoma de Buenos Aires aumentarán la inversión en educación, ciencia y tecnología, entre los años 2006 y 2010, y mejorarán la eficiencia en el uso de los recursos con el objetivo de garantizar la igualdad de oportunidades de aprendizaje".

Así, el estudio de la relación entre las variables individuales, familiares, escolares y contextuales (*inputs* educativos) que influyen en los resultados escolares (*outputs* educativos) debe ser analizado considerando la posible existencia de comportamientos ineficientes en la producción. Respecto a esto último, la falta de precios de mercado, tanto en los *inputs* como especialmente en los *outputs*, hace que casi todos los trabajos traten de medir el concepto farreliano de ineficiencia técnica.

<sup>5</sup> En Argentina, la prestación de servicios educativos está fundamentalmente en manos de las provincias. En 2004 el gasto ejecutado por éstas en educación no universitaria representó el 93% del gasto en dicho rubro consolidado a nivel nacional.

<sup>6</sup> La Constitución de la provincia de Buenos Aires también va en el mismo sentido. En su artículo 198 establece que "La educación es responsabilidad indelegable de la provincia, la cual coordinará institucionalmente el sistema educativo y proveerá los servicios correspondientes, asegurando el libre acceso, permanencia y egreso a la educación en igualdad de oportunidades..."

En este sentido, los principales métodos de medición de la eficiencia técnica utilizados en educación pueden ser divididos en dos grandes grupos: los métodos no paramétricos, basados en modelos de optimización matemática como el DEA, y los métodos paramétricos o econométricos.<sup>7</sup>

Debido a ciertas particularidades del sector educativo, los primeros han sido aplicados en mayor medida en ese sector. Entre las justificaciones más difundidas para ello se suele utilizar el desconocimiento de la función de producción educativa, ya que, como es sabido, los mismos son sumamente flexibles y no imponen ninguna forma funcional al modelo. En segundo lugar, también se argumenta a favor de éstos, el permitir cierta flexibilidad local ya que al realizarse una optimización para cada DMU permiten la elección de distintos objetivos de producción. Por último, se arguye que los mismos se ajustan perfectamente a un modelo con múltiples *inputs* y *outputs*, sin necesidad de agregar alguno de ellos como suele hacerse en las técnicas paramétricas tradicionales.

En relación con las técnicas paramétricas, las mismas tienen la gran ventaja de permitir contrastar estadísticamente la especificación del modelo así como calcular elasticidades y hacer predicciones. Por otra parte, las ventajas que se le atribuyen a las técnicas no paramétricas frente a las paramétricas se han solucionado en parte, utilizando formas funcionales más flexibles como la translogarítmica. Además, la utilización de funciones distancia ha permitido desarrollar estas técnicas en contextos en los que se consideren simultáneamente varios *inputs* y varios *outputs*.

Así y todo, si bien a cada tipo de metodología se le reconocen ventajas y debilidades, es oportuno preguntarse si los resultados a los que se llega al aplicar cada una de las mismas varían mucho uno de otro. En caso de ser muy similares, dado que los métodos paramétricos permiten hacer predicciones y contrastar la especificación del modelo, en principio serían preferibles. En otro caso podría dudarse sobre cuál de los dos modelos es más plausible en sus resultados. Si la forma funcional escogida fuera incorrecta, sería preferible un método no paramétrico ya que es mucho más flexible en este sentido. Si en cambio el modelo estuviera mal especificado sería preferible un método paramétrico, puesto que permitiría contrastar la relevancia de las variables escogidas.

---

<sup>7</sup> A lo largo del artículo, cuando se habla de análisis DEA, en general se hace referencia a los modelos de Charnes, Cooper y Rhodes (1978) (modelo CCR) para rendimientos constantes a escala y Banker, Charnes y Cooper (1984) (modelo BCC) para rendimientos variables a escala. En cuanto a método paramétrico debe entenderse, entre las múltiples posibilidades existentes, un análisis de función distancia especificando la forma funcional translogarítmica propuesta por Christensen *et al.* (1971).

En tal marco, el presente trabajo tiene dos objetivos principales: por un lado se pretende cuantificar la eficiencia técnica a nivel del alumno y de la escuela para el caso particular de la provincia de Buenos Aires, mediante la utilización de distintas metodologías. El segundo objetivo es el de comparar los resultados obtenidos mediante los distintos métodos considerados, y analizar la consistencia entre los mismos.

Para ello, se dividió el trabajo en cinco secciones incluyendo esta introducción. En la segunda sección se describen muy sucintamente los enfoques metodológicos utilizados. Seguidamente, en la tercera sección, se describen la base de datos y las variables escogidas. En la cuarta sección se presentan los resultados y se comparan las distintas metodologías. Finalmente se exponen las principales conclusiones.

## 2. ELECCIÓN DEL ENFOQUE METODOLÓGICO EN LA PRODUCCIÓN EDUCATIVA

Si bien en educación los casos de aplicaciones de metodologías no paramétricas son mucho más comunes que las paramétricas, existen amplios antecedentes para los dos casos.<sup>8</sup> Asimismo, pese a que el uso de datos a nivel desagregado ofrece ventajas de análisis, en general las aplicaciones han sido realizadas utilizando datos a nivel de centro educativo. La ventaja más importante radica en que, considerar los datos a nivel del alumno permite dividir la muestra de estudiantes en función de su perfil socioeconómico y realizar diversas evaluaciones para cada centro variando el tipo de alumno. Ello hace posible detectar posibles comportamientos ineficientes en determinados alumnos, que permanecerían ocultos si se consideraran los resultados medios. Las excepciones de trabajos con datos desagregados en métodos DEA son Thanassoulis (1999), Silva y Thanassoulis (2001) y Thanassoulis y Silva (2002). A nivel paramétrico puede citarse como excepción la utilización de funciones distancia paramétricas en Perelman y Santín (2008).

Como es sabido, ambos enfoques metodológicos buscan identificar una función de producción empírica que haga de referencia al momento de realizar las estimaciones, sin embargo, en cada caso las restricciones impuestas sobre la tecnología son diferentes. Los enfoques no paramétricos como DEA no asumen ninguna forma funcional respecto a la tecnología que relaciona *inputs* y *outputs* y con supuestos poco restrictivos, como convexidad, isotonicidad, libre disposición de *inputs* y *outputs* e imposición de rendimientos a escala son capaces de trazar la frontera productiva. Por el contrario, los métodos paramétricos necesitan hacer supuestos acerca de varios aspectos del análisis como la función de distribución del error o de la ineficiencia.

---

<sup>8</sup> Para un repaso reciente en este sentido véase Santín (2006).

Además, los métodos paramétricos necesitan imponer una forma funcional por lo que, a pesar del uso frecuente de especificaciones más flexibles como la translogarítmica, esta flexibilidad siempre es menor que la que imponen los métodos DEA. Por otro lado, a diferencia de los métodos paramétricos, los métodos DEA son muy sensibles a la presencia de observaciones extremas, no permiten el cálculo de elasticidades ni hacer predicciones de resultados. Asimismo, su alta flexibilidad en las ponderaciones puede llevar a no considerar en la evaluación de unidades productivas algunos de sus *inputs* y *outputs*<sup>9</sup>.

A continuación se describen muy sucintamente las metodologías que emplearemos en la aplicación empírica de este trabajo. Se consideran dos alternativas metodológicas: una paramétrica de función distancia estocástica (SFA), y otra no paramétrica de análisis envolvente de datos con rendimientos variables a escala (DEA). En ambos casos, la eficiencia es medida en términos de funciones distancia orientadas al *output*.

### 2.1. El modelo paramétrico

En primer lugar se considera un modelo paramétrico de función distancia con frontera estocástica multi-*input* multi-*output*. Al igual que en el modelo original planteado por Coelli y Perelman (1999) se asume una forma funcional *translog*:

$$\ln D_{O_i}(x, y) = \alpha_0 + \sum_{m=1}^M \alpha_m \ln y_{mi} + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M \alpha_{mn} \ln y_{mi} \ln y_{ni} + \sum_{k=1}^K \beta_k \ln x_{ki} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K \beta_{kl} \ln x_{ki} \ln x_{li} + \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M \lambda_{km} \ln x_{ki} \ln y_{mi} \quad i = 1, 2, \dots, N$$

donde *i* es la *i*-ésima unidad de la muestra.

Asimismo, las restricciones requeridas de homogeneidad de grado 1 en los *outputs* son:

$$\sum_{m=1}^M \alpha_m = 1; \sum_{n=1}^M \alpha_{mn} = 0 \text{ con } m = 1, 2, \dots, M; \text{ y } \sum_{m=1}^M \delta_{km} = 0, \text{ con } k = 1, 2, \dots, K$$

Además de imponer condiciones de simetría:

$$\alpha_{mn} = \alpha_{nm} \text{ con } m, n = 1, 2, \dots, M; \text{ y } \beta_{kl} = \beta_{lk} \text{ con } k, l = 1, 2, \dots, K$$

<sup>9</sup> No obstante, el impacto de muchas de estas limitaciones tradicionales se ha ido reduciendo con el desarrollo metodológico de la técnica. Véase, por ejemplo, Wilson (1995) para tratar los casos extremos con el uso de la supereficiencia, Pedraja *et al.* (1997) para un estudio de las bondades que introduce la restricción en las ponderaciones o Simar y Wilson (2000) para definir las propiedades estadísticas de los *rankings* de eficiencia mediante métodos *bootstrap*.

Según Lovell *et al.* (1994) la homogeneidad implica que  $D_o(x, \omega y) = \omega D_o(x, y)$  para todo  $\omega > 0$ , con lo que, suponiendo que la distancia que separa a una unidad productiva de la frontera es debida a una componente de ineficiencia y una componente de ruido aleatorio, podemos estimar la función distancia a través del modelo de frontera de producción estocástica propuesto por Aigner, Lovell y Schmidt (1977). Así, siguiendo a Coelli y Perelman (1999), la función distancia empírica orientada al *output* puede ser definida como:  $-\ln(y_{Mi}) = TL(x_i, y_i / y_{Mi}, \alpha, \beta, \delta) + \varepsilon$  con  $\varepsilon = v + u$  y  $u = -\ln D$  donde  $u$  es un término aleatorio independiente y negativo que sigue una distribución semi-normal  $|N(0, \sigma_u^2)|$ . El término  $v$  es la componente estocástica o de ruido aleatorio que se asume queda distribuido a partir de una normal *iid*  $N(0, \sigma_v^2)$ . Ambos términos están distribuidos independientemente por lo que debe cumplirse  $\sigma_{uv} = 0$ .

Asimismo, como se dijera anteriormente, los métodos paramétricos permiten calcular elasticidades. En el caso de una función Cobb Douglas los parámetros estimados podrían directamente interpretarse como tales, siendo éstas iguales para todas las observaciones. Sin embargo, para el caso de la especificación *translog* las derivadas son variables para cada observación, con lo cual es preciso calcularlas.

En primer lugar, estaremos interesados en calcular los efectos marginales (elasticidades) de la función distancia a cada *input* (y cada *output*) lo cual puede ser estimado utilizando las siguientes expresiones (Grosskopf *et al.*, 1997):

$$r_{D_{0i}, x_{ki}} = \frac{\partial D_{0i}}{\partial x_{ki}} = \frac{\partial \ln D_{0i}(x, y)}{\partial \ln x_{ki}} \frac{D_{0i}(x, y)}{x_{ki}}$$

$$r_{D_{0i}, y_{mi}} = \frac{\partial D_{0i}}{\partial y_{mi}} = \frac{\partial \ln D_{0i}(x, y)}{\partial \ln y_{mi}} \frac{D_{0i}(x, y)}{y_{mi}}$$

donde  $i$  se refiere a la unidad observada, es decir a cada estudiante; los *outputs*  $y_{mi}$  son las calificaciones del estudiante  $i$  en la asignatura  $m$  y las  $x_{ki}$  son las variables individuales del estudiante  $i$  correspondientes al entorno familias, a las características de los compañeros de clase y a los insumos escolares.

Un valor positivo de  $r_{D_{0i}, x_{ki}}$  ( $r_{D_{0i}, y_{mi}}$ ) indica que un mayor *input* (*output*) implica mayores valores para la función distancia, es decir, mayor eficiencia. Valores negativos indican menor eficiencia.

Adicionalmente, es posible estimar cómo cada *input* influye marginalmente sobre cada *output*, y cómo cada *output* influye sobre cada uno de los otros *output*.

Así, las derivadas parciales entre el *output* *m* y el *input* *k*, y entre el *output* *m* y el *output* *n* pueden ser obtenidas utilizando las siguientes fórmulas:

$$S_{y_{mi}, x_{ki}} \equiv \frac{\partial y_{mi}}{\partial x_{ki}} = - \frac{r_{D_{oi}, x_{ki}}}{r_{D_{oi}, y_{mi}}}; \quad S_{y_{mi}, y_{ni}} \equiv \frac{\partial y_{ni}}{\partial y_{mi}} = - \frac{r_{D_{oi}, y_{ni}}}{r_{D_{oi}, y_{mi}}}$$

**2.2. El modelo no paramétrico**

En segundo lugar se considera un método no paramétrico de análisis envolvente de datos (DEA). Dadas las características del sistema educativo, donde prácticamente todos los *inputs* son no controlables o al menos los alumnos y las autoridades de las escuelas no tienen gran influencia sobre los mismos, sino que son decididos en las esferas más altas de la administración pública, se considera más conveniente la aplicación de una orientación al *output*.

Así pues, se utilizará una variante del modelo BCC (Banker, Charnes y Cooper, 1984) introducida por Banker y Morey (1986). Los mismos propusieron para el caso de maximización del *output* con rendimientos variables a escala resolver el siguiente programa para calcular la eficiencia de la unidad productiva (DMU<sub>0</sub>):

$$Max \left\{ \theta_0 + \varepsilon \left( \sum_{r=1}^S s_{r0}^- + \sum_{i \in I_D} s_{i0}^+ \right) + \varepsilon' \sum_{i \in I_F} s_{i0}^+ \right\}$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^N \lambda_j y_{rj} - s_{r0}^- = \theta_0 y_{r0}, \quad r \in \{1, \dots, S\}$$

$$\sum_{j=1}^N \lambda_j x_{ij} + s_{i0}^+ = x_{i0}, \quad i \in \{1, \dots, M\}$$

$$\sum_{j=1}^N \lambda_j = 1$$

$$\theta_j, \lambda_j, s_{r0}^-, s_{i0}^+ \geq 0$$

donde  $\theta_j$  es el nivel de eficiencia de la unidad analizada *j*,  $y_{rj}$  es el *output* *r* de la unidad productiva *j*,  $x_{ij}$  es el *input* *i* de la unidad *j*.  $I_D$  son los *inputs* controlables e  $I_F$  los *inputs* no controlables por la unidad de decisión tal que  $I_D \cup I_F = I = \{1, \dots, M\}$  e  $I_D \cap I_F = \emptyset$ .

En esta formulación  $\varepsilon$  y  $\varepsilon'$  son dos números pequeños y positivos y los valores  $s_{i0}^+, s_{r0}^-$  representan las holguras en los *inputs* controlables, no controlables y los *outputs*. Dado que se trata de una orientación de maximización de *outputs*, todos los *inputs* quedan fijados y no es necesario dar un tratamiento diferenciado a los *inputs* no controlables.

### 3. DATOS UTILIZADOS Y ELECCIÓN DE LAS VARIABLES

Para el análisis empírico se utilizan datos de alumnos de entre 10 y 12 años que están cursando sexto grado de Educación General Básica en la provincia de Buenos Aires. Los datos provienen del Operativo Nacional de Evaluación de la Calidad Educativa de la República Argentina, llevado a cabo por el Ministerio de Educación de dicho país en el año 2000. El mismo tiene alcance censal, alcanzando a todos los estudiantes que están en sexto grado en escuelas tanto públicas como privadas con y sin financiación pública. En el año 2000, último año con información disponible, el operativo alcanzó a 187.260 estudiantes bonaerenses distribuidos en 4.201 escuelas<sup>10</sup>.

De la mencionada base de datos es posible obtener dos tipos de información. Por un lado referente a evaluaciones estandarizadas en matemática y lengua. Por otro lado, las pruebas son complementadas con encuestas a alumnos y directores de las escuelas. Así, es posible contar con una completa información relacionada tanto con los resultados académicos de los estudiantes como con una serie de características de los mismos y del entorno donde se lleva a cabo el proceso de aprendizaje (aulas y escuelas).

Se utilizarán datos a nivel individual ya que se considera que el trabajo a nivel de alumno es más informativo que a nivel de escuela, permitiendo además introducir el efecto de la clase en cada alumno e indagar acerca de cómo distintas variables afectan a distintos alumnos. En cuanto a la selección de las variables representativas del *output* cabe mencionar que, dada la dificultad de definir un *output global* que refleje los resultados de toda la actividad educativa, se seleccionó un *output* parcial. Como es habitual en estos casos, se ha optado por variables que reflejan los logros académicos alcanzados por los alumnos, por ser éste el objetivo primordial de la enseñanza a nivel de educación básica. Así pues, como *outputs* se consideran las notas en las pruebas estandarizadas en matemática por un lado, y en lengua por otro.

<sup>10</sup> La base de datos original presentaba valores perdidos y extremos por lo que tras su tratamiento en este trabajo sólo se utilizó la información correspondiente a 118.454 alumnos pertenecientes a 3.623 escuelas.



Entre los *inputs* se consideran distintas variables que responden a los insumos escolares utilizados en el proceso productivo, así como a las características de los estudiantes y de los compañeros del aula que sin duda influyen en el rendimiento académico. Entre los insumos escolares, sobre los que *a priori* los centros tienen control, se consideraron dos variables que varían para toda el aula, es decir, que tienen el mismo valor para cada alumno dentro de una misma aula. Las mismas son la condición del edificio y del aula, las cuales surgen de una serie de preguntas que se encuentran en el cuestionario del director de cada establecimiento. A partir de un número de preguntas referentes al estado y mantenimiento del aula y el edificio escolar se construyó un índice que va desde 5 (muy mal estado) a 15 (muy buen estado) en el primer caso y de 6 (muy mal estado) a 24 (muy buen estado) en el segundo.

Asimismo, debido a la decisiva importancia que tienen sobre el rendimiento académico, se incluye una serie de variables representativas de las características socioeconómicas del estudiante y de su entorno. En tal sentido, entre las variables socioeconómicas correspondientes a cada alumno se consideraron los bienes que hay en la casa del mismo y la máxima educación alcanzada por sus padres. En el primer caso se construyó un índice que va desde 0 (no dispone de ningún bien) hasta 18 (dispone de todos los bienes).<sup>11</sup> En cuanto a la máxima educación alcanzada por los padres también se construyó un índice que va desde 1 (nivel primario incompleto) hasta 6 (nivel universitario completo). Para el caso del modelo paramétrico, a partir de esta última se construyeron cuatro variables dicotómicas, las cuales toman el valor igual a 1 si es que el mayor nivel educativo alcanzado por la madre o el padre se corresponde con cada uno de los niveles considerados.<sup>12</sup> Asimismo, siguiendo a Cervini (2005), también se incluyó una variable que muestra la influencia negativa del trabajo infantil sobre el rendimiento de los estudiantes. La misma mide la cantidad de horas por semana que el estudiante dedica en actividades remuneradas o bien en ayudar en el trabajo a sus padres.

Finalmente, se incluyeron tres variables que son consideradas a nivel del aula y que representan el efecto compañeros. Las mismas fueron: la proporción de estudiantes del aula que viven en hogares con necesidades básicas insatisfechas,<sup>13</sup> el porcentaje de alumnos repetidores en el aula y el nivel socioeconómico promedio del aula.

<sup>11</sup> La misma consiste en un índice que surge de la suma de la posesión (=1) o no (=0) de cada uno de los 18 bienes incluidos en la encuesta (1. calefón o termotanque, 2. heladera, 3. freezer o heladera con freezer, 4. cocina a gas, 5. ventilador, 6. horno microondas, 7. video casetera, 8. lavarropa, 9. secarropa, 10. computadora, 11. Internet, 12. equipo de música, 13. auto propio, 14. teléfono, 15. TV color, 16. TV por cable, 17. video filmadora 18. aire acondicionado). Siguiendo a Llach, Montoya y Roldán (1999), en los casos de no respuesta se consideró que no presentaba el bien.

<sup>12</sup> Los mismos fueron nivel primario completo, nivel secundario completo, nivel universitario incompleto y nivel universitario completo.

<sup>13</sup> Se considera que un hogar presenta necesidades básicas insatisfechas si cumple al menos una de las siguientes condiciones: i) Hacinamiento: en el hogar viven en promedio más de tres personas por habitación. ii) Vivienda inconveniente: vivienda sin agua por cañería, sin instalación eléctrica o si

Esta última variable se construyó a partir de un indicador que pondera a partes iguales la tenencia de bienes en el hogar, y el mayor nivel educativo alcanzado por los padres.<sup>14</sup>

En la Tabla 1 se resumen las estadísticas descriptivas de todas las variables, tanto de los *inputs* como de los *outputs*.

Asimismo, debe hacerse notar que las variables antes descritas fueron transformadas para acondicionarlas a las necesidades de cada una de las metodologías consideradas. Así, para el caso del modelo paramétrico las mismas fueron transformadas en logaritmos naturales. En el caso de los modelos no paramétricos, las mismas fueron reexpresadas de manera tal que se relacionen positiva o negativamente con el *output* según sea necesario.

#### 4. PRINCIPALES RESULTADOS

##### 4.1. El modelo paramétrico

El *output* seleccionado como variable dependiente fue el rendimiento en matemática ( $y_2$ ). Asimismo, en la Tabla 2 se exponen los parámetros correspondientes a ambos *outputs* calculadas a partir de la aplicación de las condiciones de homogeneidad antes mencionadas. Como se hace habitualmente, todas las variables no dicotómicas fueron transformadas en logaritmos naturales y luego expresadas como desviación de su media. Así, los parámetros de la Tabla 2 pueden ser interpretados como elasticidades parciales en los valores medios.<sup>15</sup>

Los coeficientes para los parámetros de primer orden del rendimiento en matemática y en lengua fueron positivos y significativos. Esto indica que la eficiencia del estudiante aumenta cuando, *ceteris paribus*, las notas en lengua y en matemática se incrementan. Lo contrario ocurre con respecto a los parámetros de primer orden de los *inputs* controlables que son negativos y en todos los casos significativos al 1% de significatividad. Esto indica que, como era de esperar, al menos en los valores medios, la eficiencia de los estudiantes se incrementa al disminuir la cantidad de *inputs*. El resto de las variables explicativas también fueron significativas al 1% y en todos los casos tuvieron el signo esperado. Ver Tabla 2.

---

cocinan en la misma habitación que usan para dormir. iii) Condiciones sanitarias deficiente: la vivienda no tiene baño o tiene pero el mismo no tiene inodoro. iv) Asistencia escolar: si tiene algún hermano en edad escolar que abandonó la escuela o que nunca fue a la misma.

<sup>14</sup> Para mayor detalle sobre la construcción de este índice véase Llach, Montoya y Roldán (1999).

<sup>15</sup> Las estimaciones se realizaron utilizando el software estadístico STATA 9.1.

Pero dado que se trata de una función *translog*, para poder llegar a conclusiones generales es necesario considerar los coeficientes de todas las interacciones entre las distintas variables que, como puede verse en la Tabla 2, en general son estadísticamente significativas. Por ello, utilizando las fórmulas expuestas en la sección anterior, se calculan los efectos marginales totales de las distintas variables (tanto *inputs* como *outputs*) sobre la eficiencia de los estudiantes. Asimismo, a modo ilustrativo también se calculan los efectos marginales de cada *input* sobre ambos *outputs* y entre estos últimos entre sí.

La Tabla 3 muestra el efecto marginal de los *outputs* y los *inputs* sobre la función distancia. Un valor positivo (negativo) en la misma muestra cómo aumenta (disminuye) la eficiencia al incrementarse cada variable. Asimismo, por tratarse de una función *translog*, tales relaciones varían para cada alumno. Para simplificar la exposición se reportan únicamente los valor promedio y los valores que dividen los cuartiles de eficiencia.

Como se desprende de la misma, todas las variables van en la dirección esperada. La eficiencia aumenta tanto si mejoran los resultados en lengua como en matemática, aunque el efecto de los resultados en lengua es relativamente mayor al de matemática. Por el lado de los *inputs*, el estado del edificio y del aula, y la cantidad de bienes y el nivel socioeconómico del aula se relacionan en forma negativa con la función distancia, es decir, cuando aumentan estos insumos disminuye la eficiencia. Lo contrario ocurre con el resto de los insumos donde, dado que los mismos por definición tienen una connotación negativa, la eficiencia se incrementa cuando éstos aumentan.

En la Tabla 4 puede observarse la medida en que los *inputs* individuales afectan al rendimiento en matemática y lengua, y cómo estos últimos se relacionan entre sí. Como puede verse, la relación negativa entre *outputs* señala que, una vez que un alumno se ubica sobre la frontera productiva, el esfuerzo dedicado a incrementar el rendimiento en alguno de los *outputs* irá en desmedro de la calificación en el otro. Asimismo, tal efecto es más significativo sobre el rendimiento en lengua al incrementarse el rendimiento en matemática que en la dirección contraria.

Por su parte, las derivadas parciales de los distintos *inputs* sobre los *outputs* en todos los casos muestran el signo esperado. Al respecto, debe resaltarse el mayor efecto relativo de las variables relacionadas con las características socioeconómicas del alumno y de los compañeros de clase en relación con las variables de insumos escolares.

Las variables que muestran el efecto de los insumos escolares sobre el rendimiento educativo, esto es el *estado del aula* y el *estado del establecimiento*, claramente muestran ser significativas e influenciar positivamente el rendimiento.

Al respecto, es destacable el efecto significativo que éstos tienen sobre el rendimiento educativo que, si bien es esperable desde un punto de vista teórico, las aplicaciones empíricas no suelen llegar a resultados concluyentes al respecto (Hanushek, 1986 y 2003). Por otro lado, el efecto de los insumos parece ser mayor sobre el rendimiento en matemática que en lengua. La misma dirección que las anteriores variables muestran la *cantidad de bienes en el hogar*, el *nivel socioeconómico promedio*, y las variables que muestran el *máximo nivel educativo alcanzado por lo padres*. Por su parte, como resultado de la forma en que las mismas están definidas, el resto de las variables muestran una relación contraria. Finalmente, es destacable que, en general, todas las variables muestran un efecto más importante sobre el rendimiento en matemática que sobre el rendimiento en lengua.

La eficiencia media del sistema educativo argentino en la provincia de Buenos Aires, fue de 0,732. Además, también se verifica que la eficiencia media alcanzada por los alumnos que asistían a escuelas de gestión privada es considerablemente mayor que la de los alumnos que concurrían a escuelas de gestión pública. Tales resultados se exponen en la Tabla 5.

Finalmente, siguiendo a Perelman y Santín (2008), puede asumirse que las diferencias en el desempeño de las escuelas es independiente de las diferencias entre estudiantes sólo detectable en el nivel intra-escuela, por lo que la ineficiencia total puede ser descompuesta mediante un análisis de varianza en ineficiencia intra-escuela, atribuible al alumno; y en ineficiencia entre-escuelas, atribuible a las escuelas. Esto se expone en la Tabla 6 discriminando los resultados por tipo de gestión del establecimiento educativo.

De la misma se desprende que la ineficiencia puede ser atribuible mayormente al alumno (73,2%) que a la escuela (26,8%).<sup>16</sup> Asimismo, también puede observarse cómo la proporción de la varianza de la ineficiencia atribuible a la escuela es relativamente mayor en las escuelas de gestión pública en relación con las escuelas de gestión privada.

#### 4.2. El modelo no paramétrico

A continuación se describen los resultados del modelo DEA, al igual que en el caso paramétrico, se ha elegido la orientación *output* por ser más plausible desde el punto de vista de la educación dar objetivos de resultados que recortar *inputs* escolares, máxime considerando que la mayoría de los mismos no son controlables.<sup>17</sup>

<sup>16</sup> Debe aclararse que para llegar a tales resultados implícitamente se está suponiendo que las escuelas sólo son responsables de las diferencias en la eficiencia media entre escuelas.

<sup>17</sup> Las estimaciones se realizaron utilizando el paquete FEAR 1.0 para el software estadístico R 2.4.1.

Los resultados arrojaron una eficiencia promedio de 0,692, levemente inferior a la del caso anterior. Además, en concordancia con la estimación del modelo paramétrico, también se verifica que la eficiencia media alcanzada por los alumnos que concurren a escuelas privados es considerablemente mayor que la de los que concurren a escuelas de gestión pública, ver Tabla 7.

Por último, y al igual que se hizo para el caso paramétrico, se estima mediante un análisis de varianza, la proporción de la ineficiencia atribuible a la escuela (entre-escuelas) y la atribuible al alumno (intra-escuela). Como se desprende de la Tabla 8 la parte atribuible al alumno (64,6%) es considerablemente más importante que la correspondiente a la escuela (35,4%), e incluso mayor a la verificada para el caso paramétrico. Asimismo, si se consideran las diferencias entre las escuelas de gestión pública y las de gestión privada, puede observarse que, al igual que en el caso anterior, la proporción de la varianza de la ineficiencia atribuible a las escuelas es considerablemente mayor en el caso de las escuelas públicas.

### 4.3. Consistencia entre ambos modelos

Para analizar si las medidas de eficiencia derivadas de la aplicación de los distintos enfoques son consistentes entre sí, se utilizará un conjunto de condiciones definidas por Bauer *et al.* (2000). Tales condiciones son:

- i. Las medidas de eficiencia generadas por los diferentes enfoques deben tener medias, desvíos estándar y otras propiedades de la distribución similares.
- ii. Los distintos enfoques deben ordenar a las DMU en función de su grado de eficiencia aproximadamente en el mismo orden.
- iii. Deben identificar mayoritariamente a las mismas DMU según tengan "buenas prácticas" o "malas prácticas".

Respecto a la primera condición, en la Tabla 9 se resumen las características de las distribuciones del grado de eficiencia estimados utilizando las metodologías paramétrica (SFA) y no paramétrica (DEA).

Las discrepancias entre ambos métodos no son muy grandes. El DEA muestra una media de eficiencia menor y, dado que la frontera se construye como envolvente de las mismas observaciones, hay varias observaciones que muestran eficiencia igual a uno. Asimismo, con el fin de contrastar la hipótesis de que ambos modelos generan la misma distribución de medidas de eficiencia se llevó a cabo el test de Mann-Whitney que reveló con una significación del 99% que las distribuciones no son iguales.

Así pues, pese a que en principio no se cumple la primera condición de consistencia entre el método paramétricos y el no paramétricos, siguiendo a Bauer *et al.* (2000), esto no sería sufriente como para afirmar que las distintas medidas no son consistentes.

Si se analizan las correlaciones entre los ranking de los distintos métodos, los resultados son bastante más alentadores. Para ello, se calculó el coeficiente de correlación de Spearman, el cual arrojó una correlación de 0,915, lo cual lleva a rechazar la hipótesis nula de independencia de las distribuciones. En otras palabras, puede decirse que sí se cumple esta condición de consistencia.

Finalmente, la Tabla 10 muestra la proporción de DMUs que se encuentran en el cuartil inferior y en el cuartil superior en ambas distribuciones. Como era previsible, debido a la alta correlación entre los distintos enfoques, la correspondencia en este sentido es muy alta, lo cual es suficiente para afirmar que se cumple la tercera condición antes citada. No obstante, debe hacerse notar la mayor correspondencia que existe al considerar las peores prácticas, la cual supera el 90% mientras que si se consideran las observaciones más eficientes las coincidencias no llegan al 79%.

En la literatura existen dos alternativas metodológicas a la hora de estimar la eficiencia productiva, lo cual dificulta notablemente la elección de una de ellas en particular, pues ambas constan de ventajas e inconvenientes derivadas de sus respectivas naturalezas. El problema sería aún más grave si mediante la aplicación de los distintos enfoques se llegara a resultados inconsistentes entre sí, es decir, considerablemente distintos.

Sin embargo, sobre la base de los resultados a los que se ha llegado en este trabajo, es posible afirmar que, para el caso analizado y para los métodos considerados, los resultados son consistentes. Si bien la correspondencia entre ambos enfoques no es perfecta, la misma es relativamente alta, sobre todo en lo referente a identificar a las unidades más ineficientes.

Asimismo, del presente estudio también es posible llegar a algunas conclusiones interesantes. En primer lugar, se destaca que la motivación y el esfuerzo de los estudiantes y de los profesores, se asocian, entre otros factores, con su eficiencia para convertir insumos en resultados, y por tanto son muy importantes para explicar el rendimiento académico. Asimismo, tal ineficiencia es fundamentalmente explicada a nivel del alumno más que por variaciones en la ineficiencia media de las escuelas. Ello indicaría que la motivación por el estudio que se da en la familia tiene un importante peso en la explicación de la ineficiencia, factor al que quizás no se ha prestado mucha atención en trabajos anteriores que, al utilizar datos agregados, consideraban que toda la ineficiencia era debida a la escuela.

Por otro lado, se destaca el hecho de que, en términos generales, los alumnos que concurren a escuelas privadas parecen ser más eficientes que los que van a escuelas públicas. Además, también se halló que la proporción de la ineficiencia atribuible a la escuela es relativamente más importante para el caso de las escuelas públicas que para las escuelas privadas. Tal y como se afirmaba en la introducción de este trabajo, este último resultado pone de manifiesto que la gestión escolar pudiera estar afectando a la igualdad de oportunidades educativas de los alumnos bonaerenses.

Respecto del resto de las variables consideradas, las variables socioeconómicas del alumno y las variables relacionadas con el efecto de los pares son las más relevantes a la hora de explicar el rendimiento académico. Sobre las primeras el Estado tiene poca o nula capacidad de influenciarlas, al menos mediante políticas educativas. Respecto a las segundas, sí existen ciertas formas de modificarlas, por ejemplo mediante la implementación de cheques escolares que permitan a los alumnos de las escuelas públicas migrar hacia las escuelas de gestión privada. En todo caso, los resultados dejan abierta la puerta para futuras investigaciones en este sentido.

Finalmente, es destacable que, pese a la importancia superlativa que las condiciones socioeconómicas y el efecto de los compañeros muestran sobre los resultados académicos, también se halló que los insumos escolares influyen considerablemente sobre los mismos. En este sentido los resultados son muy alentadores ya que estarían mostrando la posibilidad de influir sobre la realidad educativa mediante políticas de gasto que mejoren el equipamiento de las escuelas.

## REFERENCIAS

- AIGNER, D. J.; LOVELL, C. A. K.; SCHMIDT, P. (1977): "FORMULATION AND ESTIMATION OF STOCHASTIC PRODUCTION FUNCTION MODELS". *Journal of Econometrics* – Vol 6 – pgs. 21-37.
- BANKER, R. D.; MOREY, R. (1986): "EFFICIENCY ANALYSIS FOR EXOGENOUSLY FIXED INPUTS AND OUTPUTS". *Operations Research* – Vol 34 – pgs. 513-521.
- BANKER, R. D.; CHARNES, A.; COOPER, W. W. (1984): "MODELS FOR ESTIMATING TECHNICAL AND SCALE EFFICIENCIES IN DATA ENVELOPMENT ANALYSIS". *Management Science* – Vol. 30(9) – pgs. 1078-1092.

- BAUER, P. W.; BERGER, A. N.; FERRIER, G. D.; HUMPHREY, D. B. (1998): "CONSISTENCY CONDITIONS FOR REGULATORY ANALYSIS OF FINANCIAL INSTITUTIONS: A COMPARISON OF FRONTIER EFFICIENCY METHODS". *Journal of Economics and Business* – Vol. 50 – pgs. 85-114.
- CERVINI, R. (2005): "TRABAJO INFANTIL URBANO Y LOGRO EN MATEMÁTICAS DE LA EDUCACIÓN BÁSICA. UN MODELO EN DOS NIVELES", *Revista Mexicana de Investigación Educativa* – Vol. 10 (025) – pgs. 451-480.
- CHARNES, A.; COOPER, W.; RHODES, E. (1978), "MEASURING THE EFFICIENCY OF DECISION MAKING UNITS". *European Journal of Operational Research* – Vol. 2 (6) – pgs. 429-444.
- CHRISTENSEN, L., JORGENSON, D.; LAU, L. (1971): "CONJUGATE DUALITY AND THE TRANSCENDENTAL LOGARITHMIC PRODUCTION FUNCTION". *Econometrica* – Vol. 39(4) – pgs. 255-256.
- COELLI, T.; PERELMAN, S. (1999): "A COMPARISON OF PARAMETRIC AND NON-PARAMETRIC DISTANCE FUNCTIONS: WITH APPLICATION TO EUROPEAN RAILWAYS". *European Journal of Operational Research* – Vol. 117 – pgs. 326-339.
- GROSSKOPF, S.; HAYES, K.; TAYLOR, L.; WEBER, W. (1997). "BUDGET-CONSTRAINED FRONTIER MEASURES OF FISCAL EQUALITY AND EFFICIENCY IN SCHOOLING". *Review of Economics and Statistics* – Vol. 79(1) – pgs. 116-124.
- HANUSHEK, E. (1986): "THE ECONOMICS OF SCHOOLING: PRODUCTION AND EFFICIENCY IN PUBLIC SCHOOLS". *Journal of Economic Literature* – Vol. 24(3) – pgs. 1141-1171.
- HANUSHEK, E. (2003): "THE FAILURE OF INPUT-BASED SCHOOLING POLICIES". *The Economic Journal* – Vol. 133 – pgs. 64-98.
- LLACH, J.; MONTOYA, S.; ROLDÁN, F. (1999): EDUCACIÓN PARA TODOS, IERAL, Fundación Mediterránea.
- LOVELL, C. A. K. (1993): "PRODUCTION FRONTIERS AND PRODUCTIVE EFFICIENCY". En Fried, H.; Lovell, C. A. K. y Schmidt, S. (eds.): *The Measurement of Productive Efficiency* – pgs. 3-67. Oxford University Press, Oxford.



- LOVELL, C.A.K.; RICHARDSON, S.; TRAVERS, P.; WOOD, L.L. (1994): "RESOURCES AND FUNCTIONINGS: A NEW VIEW OF INEQUALITY IN AUSTRALIA". En Eichhorn, W. (Ed.): Models and Measurement of Welfare and Inequality, Springer, Berlin.
- PEDRAJA, F; SALINAS, J.; SMITH, P. (1997), "ON THE ROLE OF WEIGHTS RESTRICTIONS IN DATA ENVELOPMENT ANALYSIS". Journal of Productivity Analysis – Vol. 8 – pgs. 215-230.
- PERELMAN, S.; SANTÍN, D. (2008): MEASURING EDUCATIONAL EFFICIENCY AT STUDENT LEVEL WITH PARAMETRIC STOCHASTIC DISTANCE FUNCTIONS: AN APPLICATION TO SPANISH PISA RESULTS. Education Economics, DOI: 10.1080/09645290802470475.
- SANTÍN, D. (2006): "LA MEDICIÓN DE LA EFICIENCIA DE LAS ESCUELAS: UNA REVISIÓN CRÍTICA". Hacienda Pública Española / Revista de Economía Pública – Vol 177 – pgs. 57-82.
- SILVA M. C.; THANASSOULIS, E. (2001), "DESCOMPOSING SCHOOL AND SCHOOL TYPE EFFICIENCY". European Journal of Operational Research - Vol 132 – pgs. 357-373.
- SIMAR, L.; WILSON, P. W. (2000), "STATISTICAL INFERENCE IN NONPARAMETRIC FRONTIER MODELS: THE STATE OF THE ART". Journal of Productivity Analysis – Vol. 13 – pgs. 49-78.
- SUMMERS, A. A.; WOLFE, B. L. (1977), "DO SCHOOLS MAKE A DIFFERENCE?". American Economic Review – Vol. 67(4) – pgs. 639-652.
- THANASSOULIS, E. (1999), "SETTING ACHIEVEMENTS TARGETS FOR SCHOOL CHILDREN". Education Economics – Vol. 7(2) – pgs. 101-119.
- THANASSOULIS, E.; SILVA, M. C. (2002), "SCHOOL OUTCOMES: SHARING THE RESPONSIBILITY BETWEEN PUPIL AND SCHOOL". Education Economics – Vol. 10 (2) – pgs. 183-207.
- WILSON, P. W. (1995), "DETECTING INFLUENTIAL OBSERVATIONS IN DEA". Journal of Productivity Analysis – Vol. 6 – pgs. 27-45.

**Tabla 1: Estadísticas descriptivas de los inputs y los outputs  
(Provincia de Buenos Aires, año 2000)**

	Observaciones	Media	Desvío Estándar	Mínimo	Máximo
<i>Outputs</i>					
Nota en lectura	118.454	64,01	19,38	3,33	100,00
Nota en matemática	118.454	58,59	20,68	3,33	100,00
<i>Inputs</i>					
Estado del edificio	118.454	12,94	2,33	5,00	15,00
Estado del aula	118.454	17,89	3,91	6,00	24,00
Máxima educación de los padres	118.454	4,9	1,7	1,0	6,0
Bienes en la casa	118.454	11,66	3,25	0,0	18,00
Horas trabajadas por semana	118.454	6,67	7,33	0,0	36,00
Nivel socioeconómico del aula	118.454	102,23	15,94	24,74	150,56
Compañeros repetidores	118.454	0,14	0,10	0,0	1,00
Compañeros con NBI <sup>1</sup>	118.454	0,45	0,22	0,0	1,00

<sup>1</sup> Hogar con Necesidades Básicas Insatisfechas.

**Tabla 2: Resultados del modelo paramétrico de función distancia**

Variables y parámetros		Valor p	Variables y parámetros	Valor p		
Intercepto	$\alpha_0$	-0,409	$(\ln x_2)(\ln x_3)$	$\beta_{23}$ 0,016	0,134	
$\ln y_1$ (nota en matemática)	$\alpha_1$	0,363	$(\ln x_2)(\ln x_4)$	$\beta_{24}$	-0,001	0,602
$\ln y_2$ (nota en lengua)	$\alpha_2$	0,637	$(\ln x_2)(\ln x_5)$	$\beta_{25}$	-0,177	0,000
$\ln y_1^2$	$\alpha_{11}$	<u>0,486</u>	$(\ln x_2)(\ln x_6)$	$\beta_{26}$	0,005	0,464
$\ln y_2^2$	$\alpha_{22}$	0,486	$(\ln x_2)(\ln x_7)$	$\beta_{27}$	-0,021	0,046
$\ln y_1(\ln y_2)$	$\alpha_{12}$	<u>-0,486</u>	$(\ln x_3)(\ln x_4)$	$\beta_{34}$	0,002	0,103
$\ln x_1$ (estado del edificio)	$\beta_1$	-0,027	$(\ln x_3)(\ln x_5)$	$\beta_{35}$	-0,047	0,003
$\ln x_2$ (estado del aula)	$\beta_2$	-0,039	$(\ln x_3)(\ln x_6)$	$\beta_{36}$	0,000	0,996
$\ln x_3$ (cantidad de bienes)	$\beta_3$	-0,047	$(\ln x_3)(\ln x_7)$	$\beta_{37}$	-0,002	0,716
$\ln x_4$ (trabajo en horas)	$\beta_4$	0,013	$(\ln x_4)(\ln x_5)$	$\beta_{45}$	0,005	0,130
$\ln x_5$ (NES promedio clase)	$\beta_5$	-0,111	$(\ln x_4)(\ln x_6)$	$\beta_{46}$	0,001	0,056
$\ln x_6$ (compañeros repetidores)	$\beta_6$	0,033	$(\ln x_4)(\ln x_7)$	$\beta_{47}$	0,005	0,000
$\ln x_7$ (NBI promedio clase)	$\beta_7$	0,120	$(\ln x_5)(\ln x_6)$	$\beta_{56}$	0,058	0,000
$\kappa_8$ (Primario completa)	$\Delta_1$	-0,030	$(\ln x_5)(\ln x_7)$	$\beta_{57}$	-0,078	0,000
$\kappa_9$ (Secundario completa)	$\Delta_2$	-0,036	$(\ln x_6)(\ln x_7)$	$\beta_{67}$	0,021	0,000
$\kappa_{10}$ (Universit. incompleto)	$\Delta_3$	-0,025	$(\ln x_1)(\ln y_1)$	$\sigma_{11}$	<u>-0,058</u>	
$\kappa_{11}$ (Universitario completo)	$\Delta_4$	-0,017	$(\ln x_2)(\ln y_1)$	$\sigma_{21}$	<u>-0,022</u>	
$\ln x_1^2$	$\beta_{11}$	-0,086	$(\ln x_3)(\ln y_1)$	$\sigma_{31}$	<u>-0,015</u>	
$\ln x_2^2$	$\beta_{22}$	-0,065	$(\ln x_4)(\ln y_1)$	$\sigma_{41}$	<u>0,004</u>	
$\ln x_3^2$	$\beta_{33}$	-0,017	$(\ln x_5)(\ln y_1)$	$\sigma_{51}$	<u>-0,016</u>	
$\ln x_4^2$	$\beta_{44}$	0,000	$(\ln x_6)(\ln y_1)$	$\sigma_{61}$	<u>0,011</u>	
$\ln x_5^2$	$\beta_{55}$	-0,489	$(\ln x_7)(\ln y_1)$	$\sigma_{71}$	<u>0,023</u>	
$\ln x_6^2$	$\beta_{66}$	0,037	$(\ln x_1)(\ln y_2)$	$\sigma_{12}$	<u>0,058</u>	
$\ln x_7^2$	$\beta_{77}$	0,062	$(\ln x_2)(\ln y_2)$	$\sigma_{22}$	0,022	0,057
$\ln x_1(\ln x_2)$	$\beta_{12}$	0,064	$(\ln x_3)(\ln y_2)$	$\sigma_{32}$	0,015	0,001
$\ln x_1(\ln x_3)$	$\beta_{13}$	0,009	$(\ln x_4)(\ln y_2)$	$\sigma_{42}$	-0,004	0,000
$\ln x_1(\ln x_4)$	$\beta_{14}$	0,002	$(\ln x_5)(\ln y_2)$	$\sigma_{52}$	0,016	0,402
$\ln x_1(\ln x_5)$	$\beta_{15}$	0,020	$(\ln x_6)(\ln y_2)$	$\sigma_{62}$	-0,011	0,001
$\ln x_1(\ln x_6)$	$\beta_{16}$	0,019	$(\ln x_7)(\ln y_2)$	$\sigma_{72}$	-0,023	0,000
$\ln x_1(\ln x_7)$	$\beta_{17}$	-0,026				
Otros parámetros	$\sigma^2$	0,193				
	$\lambda$	4,173				

Nota: los parámetros subrayados son calculados por aplicación de las condiciones de homogeneidad.

**Tabla 3: Efectos marginales de cada variable sobre el nivel de eficiencia**

	Media	25%	50%	75%
Nota en matemática ( $y_1$ )	0,017	0,015	0,017	0,019
Nota en lengua ( $y_2$ )	0,020	0,018	0,019	0,021
Estado del edificio ( $x_1$ )	-0,015	-0,028	-0,015	-0,002
Estado del aula ( $x_2$ )	-0,025	-0,037	-0,025	-0,013
Cantidad de bienes ( $x_3$ )	-0,027	-0,038	-0,031	-0,025
Trabajo en horas ( $x_4$ )	0,046	0,002	0,005	0,025
NES promedio clase ( $x_6$ )	-0,077	-0,132	-0,082	-0,030
Compañeros repetidores ( $x_6$ )	0,013	0,010	0,018	0,026
NBI promedio aula ( $x_7$ )	0,064	0,053	0,072	0,090

**Tabla 4: Derivadas parciales input/output y output/output**

	Matemáticas				Lengua			
	Media	25%	50%	75%	Media	25%	50%	75%
Nota en matemática ( $y_1$ )					-1,184	-1,279	-1,165	-1,044
Nota en lengua ( $y_2$ )	-0,880	-0,958	-0,858	-0,782				
Estado del edificio ( $x_1$ )	0,866	1,729	0,875	0,105	0,704	1,387	0,753	0,096
Estado del aula ( $x_2$ )	1,547	2,363	1,513	0,732	1,288	1,932	1,286	0,660
Cantidad de bienes ( $x_3$ )	1,646	2,398	1,895	1,394	1,354	1,964	1,605	1,246
Trabajo en horas ( $x_4$ )	-2,873	-0,101	-0,300	-1,571	-2,406	-0,090	-0,252	-1,284
NES promedio clase ( $x_6$ )	4,970	8,453	4,879	1,601	4,139	7,041	4,190	1,440
Comp. repetidores ( $x_6$ )	-0,779	-0,549	-1,036	-1,526	-0,659	-0,516	-0,911	-1,282
NBI promedio aula ( $x_7$ )	-3,726	-2,978	-4,133	-5,368	-3,206	-2,682	-3,581	-4,519
1rio. completo ( $x_8$ )	1.808	1.605	1.815	2.012	1.545	1.460	1.567	1.657
2rio. completo ( $x_9$ )	2.164	1.921	2.172	2.407	1.848	1.747	1.875	1.983
Universit. incompleto ( $x_{10}$ )	1.498	1.330	1.504	1.667	1.280	1.210	1.298	1.373
Univ. completo ( $x_{11}$ )	0.995	0.884	0.999	1.107	0.850	0.804	0.863	0.912

**Tabla 5: Eficiencia individual por tipo de gestión del establecimiento  
(Provincia de Buenos Aires, año 2000, método paramétrico)**

	Escuelas	Alumnos	Eficiencia Media	Desv. Estándar	Mínimo	Máximo
Eficiencia gestión privada	1.265	41.923	0,766	0,131	0,110	0,981
Eficiencia gestión pública	2.358	76.531	0,718	0,166	0,055	0,992
Total	3.623	118.454	0,735	0,157	0,055	0,992

**Tabla 6: Análisis de varianza  
(Provincia de Buenos Aires, año 2000, método paramétrico)**

	Total de alumnos	Alumnos en escuelas públicas	Alumnos en escuelas privadas
Ineficiencia de la escuela (entre-escuelas)	26.8%	27.8%	17.5%
Ineficiencia del alumno (intra-escuela)	73.2%	72.2%	82.5%
Ineficiencia total	100.0%	100.0%	100.0%

**Tabla 7: Eficiencia individual por tipo de gestión del establecimiento  
(Provincia de Buenos Aires, año 2000, método no paramétrico)**

	Escuelas	Alumnos	Eficiencia Media	Desv. Estándar	Mínimo	Máximo
Eficiencia gestión privada	1.265	41.923	0.765	0.149	0.100	1.000
Eficiencia gestión pública	2.358	76.531	0.652	0.179	0.035	1.000
Total	3.623	118.454	0.692	0.178	0.035	1.000

**Tabla 8: Análisis de varianza  
(Provincia de Buenos Aires, año 2000, método no paramétrico)**

	Total de alumnos	Alumnos en escuelas públicas	Alumnos en escuelas privadas
Ineficiencia de la escuela (entre-escuelas)	35.4%	38.9%	25.3%
Ineficiencia del alumno (intra-escuela)	64.6%	61.1%	74.7%
Ineficiencia total	100.0%	100.0%	100.0%

**Tabla 9: Estadísticas básicas**

	SFA	DEA
Media	0,735	0,692
Mediana	0,767	0,701
Desvío Estándar	0,157	0,178
Mínimo	0,055	0,035
Máximo	0,992	1,000
Skewness	-0,748	-0,417
Kurtosis	2,883	2,465
Observaciones	118.454	118.454

**Tabla 10: Coeficientes de correlación de Spearman**

	DEA	SFA
DEA	1,000	0,915
SFA	0,915	1,000

**Tabla 11: Correspondencia en las mejores y peores prácticas**

	%DMUs en DEA y SFA
Primer Cuartil	90,4%
Cuarto Cuartil	78,5%