# CONTROL DE LA ADAPTACIÓN ECONÓMICA EN SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN DE ENERGÍA ELÉCTRICA MEDIANTE UN MODELO POSIBILÍSTICO DE OPTIMIZACIÓN DINÁMICA
## PARTE I: MODELOS DE PREFERENCIAS BAJO INCERTIDUMBRES Y DE OPTIMIZACIÓN POSIBILÍSTICA

**GUSTAVO SCHWEICKARDT[(1)] - VLADIMIRO MIRANDA[(2)] - JUAN MANUEL GIMENEZ[(3)]**
**(1) CONICET - Instituto de Economía Energética, Fundación Bariloche - ARGENTINA**
**(2) INESC Porto – Instituto de Engenharia de Sistemas e Computadores do Porto and FEUP Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto – PORTUGAL**
**(3) CONICET – Universidad Nacional de San Juan. Facultad de Ingeniería – Departamento de Electromecánica. San Juan - ARGENTINA**
***gustavoschweickardt@conicet.gov.ar - vmiranda@inescporto.pt - jgimenez@uns.edu.ar***

*Fecha Recepción: Febrero 2012 - Fecha Aceptación: Agosto 2012*

## RESUMEN

El concepto de Sistema de Distribución Económicamente Adaptado, se sustenta en el Paradigma Económico Neo-Clásico, referido en el estado del arte como dominante. Se lo vincula sólo a la eficiencia productiva que implica la expansión y operación del sistema a mínimo costo. Ignora las incertidumbres o bien se les confiere un carácter estocástico que no necesariamente exhiben. En este trabajo se presenta un modelo alternativo para evaluar el grado de desadaptación del sistema, en los períodos de control tarifario fijados regulatoriamente.

El modelo, sustentado en la optimización dinámica multicriterio bajo condiciones de incertidumbres no estocásticas, es solidario a un paradigma diferente, desde la visión de Riesgo e Incertidumbre propuesta por el Pos-Keynesianismo. Se aportan, como resultados más relevantes, una marcada diferenciación entre la Optimización Estática, sustentada en los métodos clásicos asociados al Paradigma Dominante, respecto de la Dinámica no Estocástica propuesta en el Modelo Posibilístico, así como un completo y novedoso desarrollo teórico para su aplicación sobre un estudio de caso real. En la Primera parte del trabajo, se presentan los desarrollos relativos al Modelo de Preferencias bajo Incertidumbres y al de Optimizacíon Dinámica Posibilística.

**PALABRAS CLAVE:** Adaptación Económica - Análisis de Riesgo - Optimización Multicriterio - Sistemas de Distribución de Energía Eléctrica.

## ABSTRACT

The concept of Economically Adapted Distribution System, is based on the Neo-Classic Economics Paradigm. It is related only to the productive efficiency, which implies the expansion and operation of system with a minimum cost. It ignores the uncertainties, or it renders them a stochastic nature, which they do not necessarily show to have. In this work, a model to evaluate the De-adaptation System degree, in the regulatory control periods, is presented.

The model, based in Multicriteria Optimization and non stochastic incertainties, suggest a change of paradigm from the approach of Incertainty and Risk proposed by Pos-Keynesianism. A strong difference between Static Optimization respect to Non Stochastic Dynamic, proposed in the Posibilistic Model, and a complete and new theoretical development, for application in a real Case of Study, are presented as important results and conclusions of this work. In this First part of work, the development of Preferences Model under uncertainties and Dynamic Possibilistic Optimization Model, are presented.


**KEYWORDS:** ECONOMIC ADAPTATION - RISK ANALYSIS - MULTICRITERIA OPTIMIZATION - ELECTRIC DISTRIBUTION SYSTEMS

## 1. INTRODUCCIÓN

La definición de un Sistema de Distribución de Energía Eléctrica (SDEE) Económicamente Adaptado, es un concepto que la Autoridad Regulatoria Eléctrica, ha acuñado e introducido en las normativas de diferentes países. Entre ellos, Chile, Argentina, Colombia y Perú, en Latinoamérica, y España y Portugal, en Europa (SCHWEICKARDT, 2007).

Siguiendo el nuevo enfoque propuesto por la Teoría Económica de Regulación, sustentada en los aportes del paradigma Neo-Clásico, tal concepto sólo destaca la *eficiencia productiva* del sistema (expansión y operación a mínimo costo). Cualquier apartamiento de tal condición, una vez que su planificación está disponible, es juzgado como una *desadaptación* del sistema y, por tanto, *penalizada*. La *eficiencia asignativa*, requerimiento sustancial para conferirle a tal costo un carácter *económico*, se introduce como *hipótesis o condición dada*, y los diferentes productos que deben ser ofertados en la prestación del servicio (calidad eléctrica, calidad ambiental, eficiencia energética, entre otros) se suponen, de tal modo, *valorizados a su costo social de oportunidad*. La *no-calidad* resulta, entonces, penalizada con un valor monetario deveniente de aquella hipótesis, y, por tanto, resulta de dudosa concepción teórico-metodológica. Desde tal enfoque, *toda desadaptación posible será estática, ignorando la naturaleza histórico-evolutiva del sistema* (SCHWEICKARDT, 2007) y (SCHWEICKARDT y MIRANDA, 2007).

Considerando esta última característica como la *limitación principal* en el concepto, si bien se requiere de la planificación del sistema, como propone el estado del arte, aquel debe abordarse en un marco metodológico más amplio. En efecto, la sola planificación, sustentada en métodos de optimización clásicos (afines con el paradigma económico dominante) *no es suficiente para juzgar desadaptaciones*. Esta aseveración se fundamenta, al menos, en cuatro razones (SCHWEICKARDT y MIRANDA, 2007):

**a)** la planificación pretende determinar un *costo mínimo*, enfrentando un problema de *optimización multicriterio*, en el cual *varios criterios carecen de valoración económica objetiva* (la no-calidad eléctrica y/o ambiental, por caso);

**b)** muchas de las variables de optimización involucradas en el problema exhiben *incertidumbres de carácter no estocástico* (situación ignorada por el paradigma dominante), cuyo tratamiento limita, metodológicamente, el empleo de modelos de optimización clásicos;

**c)** bajo la suposición de que todos los criterios del problema tienen asociado un *costo de oportunidad* (valor económico) y se vinculan con variables determinísticas, *excepcionalmente podrá juzgarse adaptado un sistema real al finalizar el período de control regulatorio, aún habiéndose partido de un diseño económicamente adaptado al comienzo*; por último

**d)** no existe un *criterio uniforme para juzgar las desadaptaciones* (normalmente, se apela a un sobre-costo en el equipamiento existente, considerando que la demanda servida resulta menor que la pronosticada).

Particularmente, bajo las condiciones **c)** y **d)** es aplicado el concepto en cuestión, conforme los cuerpos regulatorios de los países arriba referidos.

En este trabajo se presenta un modelo de solución formal para introducir el concepto de Adaptación Económica de un SDDE, intentando superar los inconvenientes metodológicos y operacionales expuestos. Se continúa el enfoque tratado en (SCHWEICKARDT, 2007), (SCHWEICKARDT y MIRANDA, 2007), (GARCIA, et. al., 2008) y (SCHWEICKARDT y MIRANDA, 2009), pero introduciendo desarrollos *sustancialmente diferentes y avanzados* respecto de las *preferencias bajo incertidumbres no estocásticas proporcionando una mayor consistencia a las formulaciones*.

Para abordar el desarrollo del Modelo Posibilístico propuesto, se recurre a un esquema de *tres etapas*. En la Etapa **I**, se parte de la información sobre las preferencias establecidas para distintos criterios intervinientes en la optimización, comparándolos de a pares. Son consideradas sus *incertidumbres de valor*, de modo que la matriz asociada no es determinística. Se ha optado modelar tales incertidumbres mediante Números Difusos, cuyas consideraciones básicas serán introducidas más adelante.

Las preferencias resultarán, entonces, Distribuciones de Posibilidades, habida cuenta de la equivalencia entre las mismas y tales números (DOUBOIS y PRADE, 1980) y (ZADEH, 1970). La etapa en cuestión desarrolla un enfoque metodológico para lograr *el conjunto de valores de preferencias más consistente* y, finalmente, obtener el Vector de Prioridades sobre las mismas, que resulte *más representativo*. Este vector servirá para *ponderar los criterios* según se integran en la etapa siguiente. En la Etapa II, se aborda la planificación en el mediano/corto plazo del SDEE, en el marco propiciado por las técnicas de la Programación Dinámica Difusa y de los desarrollos aplicables en la Etapa I. Se considera disponible la planificación de largo plazo, que debe conducir, jerárquicamente, a la de mediano/corto plazo.

El modelo empleado arrojará *un conjunto de trayectorias posibles de evolución*, a las que se les confiere el carácter de *satisfactorio*, por encima de cierto *umbral de riesgo* que el planificador está dispuesto a enfrentar. La Etapa III, se enfoca en el Control de Adaptación del Sistema, sobre una trayectoria (*escenario de riesgo*) escogida y admitida como *más satisfactoria*. Se concibe un Vector de Adaptación Dinámica del Sistema, solidario a una eventual *sucesión de desequilibrios que tienen lugar en su evolución*. Para ello, se comparan las aptitudes que exhibe cierto *estado presente* respecto del *proyectado* (óptimo-satisfactorio), conforme la trayectoria resultante. Por *estado presente*, debe entenderse el *estado real de control* (por caso, el que se presenta al finalizar un año cualquiera del quinqenio que fija como período tarifario la regulación de Argentina).

Este modelo conjunto pretende: **a)** desarrollar los aspectos teóricos requeridos para definir e introducir, operacionalmente en el problema de decisión, el Riesgo Intrínseco, asociado a cierta *solución satisfactoria*; y **b)** dar un tratamiento formal al concepto de Adaptación (Desadaptación) Económica del Sistema. Por lo dicho, puede hablarse de un Modelo Posibilístico, dado que los Conjuntos Difusos empleados, también en los criterios de optimización, serán *normales* y *convexos* (DOUBOIS y PRADE, 1980) y (ZADEH, 1970), y pueden considerarse como Distribuciones de Posibilidad. En esta parte del trabajo, son desarrollados los elementos y formulados los modelos correspondientes a las Etapas I y II.

## 2. ASPECTOS METODOLÓGICOS DEL PROBLEMA

### 2.1 Riesgo e incertidumbres no estocásticas en las variables de decisión

Se considera pertinente una breve discusión *metodológica*, abordando la relación entre *el tipo de incertidumbre con la que tratan los modelos clásicos de optimización y su vínculo con el paradigma económico Neo-Clásico*.

Del mismo modo, resulta pertinente describir *el tipo de incertidumbre referida en este trabajo, y su relación con la técnica de optimización solidaria al Modelo propuesto, en el seno de un paradigma económico alternativo*.

La corriente del pensamiento económico en la que se sustentan, metodológicamente, los esquemas regulatorios aplicados a los SDEE, no reconoce distinción entre las nociones de *riesgo* e *incertidumbre* (SCHWEICKARDT, 2007) y (LAVOIE, 1992). Los procesos de toma de decisión, conforme el paradigma Neo-Clásico, *se establecen en un entorno de riesgo tal, que puede representarse por algún conjunto equivalente de situaciones de certeza*. En última instancia, esto implica sostener que, en el Universo de Decisión, todos los estados de la naturaleza y las posibles alternativas, *son susceptibles de modelar mediante alguna distribución de probabilidades*.

El *paradigma alternativo* Post-Keynesiano destaca la siguiente clasificación propuesta por Keynes (LAVOIE, 1992):

a) Existe *certeza* cuando cada opción invariablemente lleva a un resultado específico, cuyo valor es conocido inequívocamente.
b) Existe *certeza equivalente*, cuando cada elección conduce a un conjunto de posibles resultados específicos de valores conocidos, o asociados con una probabilidad específica.
c) Existe *incertidumbre* cuando la probabilidad de un resultado es desconocida, cuando el valor de un resultado es desconocido, cuando los resultados que posiblemente pueden ser consecuencia de una opción son desconocidos, o cuando el espectro de posibles opciones es desconocido. El *riesgo* se torna así en *una medida de arrepentimiento por seleccionar, en tal contexto de incertidumbre, aquello que se juzgó preferible, sin serlo en su ocurrencia*.

Se tienen, entonces, *dos tipos de incertidumbres*: 1) de *probabilidad*; y 2) la que se corresponde con la caracterización más amplia de lo dicho en c), y que Keynes refiere como *incertidumbre fundamental*. Una alternativa metodológica para su representación, es mediante los Conjuntos Difusos. La misma resulta de plena conformidad con la Teoría de Posibilidades, para la cual se demuestra, como se dijo, que un Número Difuso, Conjunto Difuso *normal* y *convexo*, constituye una distribución de posibilidades. Desde estas consideraciones, se hablará de *un tipo especial de incertidumbre: de valor*.

El Modelo propuesto en este trabajo, considera que el entorno dinámico de decisión se compone de variables que pueden tener, en general, cualquier tipo de incertidumbres y, en particular, *incertidumbres fundamentales de valor*.

En tal sentido, las técnicas clásicas de optimización, constituyen claros soportes a problemas del tipo de la aplicación propuesta, *en el dominio determinístico/estocástico*.

Resultan solidarias al *principio del costo marginal*, costo de eficiencia que la corriente de pensamiento Neo-Clásica propugna en todos sus modelos. En particular, los *costos de oportunidad* de las penalizaciones referidas, en concepto de alguna de las formas de *no-calidad*, se intentan asimilar a *costos marginales*, no obstante las importantes dificultades metodológicas para su estimación (SCHWEICKARDT y PISTONESI, 2007).

Pero la aplicación de este principio para determinar costos económicos, *colapsa por completo frente a la incertidumbre fundamental*, por lo que también fracasan aquellas técnicas. La razón de mayor peso, es que el costo marginal se funda en una *condición de equilibrio* (óptimo de Pareto, relacionado con la *eficiencia asignativa*), absolutamente imposible de validar en términos reales.

Uno de los presupuestos que caracterizan al paradigma Neo-clásico, es la *racionalidad sustantiva* o *completa* que exhiben los tomadores de decisiones – agentes del sistema. Supone un *conocimiento perfecto* por parte de los mismos, ubicando el Universo de Decisión en la *certeza* de sus estados o bien en la *certeza estocástica o equivalente* (su noción de *riesgo*).

Por el contrario, en el mismo presupuesto para el paradigma Post-Keynesiano, la *racionalidad es acotada* o *procedural* y, por tanto, los actores tienen un *conocimiento acotado* o *imperfecto*, lo que redunda en un Universo de Decisión dominado por la *incertidumbre fundamental* inherente a sus estados. Se desvanece, así, toda consideración apriorística de equilibrio como medio para concebir la eficiencia en la asignación de recursos. Existirán *soluciones satisfactorias*, más que *óptimas*, y, si bien se preserva la aplicación de instrumentos matemáticos clásicos, deberá ser complementada mediante técnicas capaces de tratar con este nuevo contexto, más realista. Por ello surge la necesidad de proponer un *paradigma alternativo* (SCHWEICKARDT y PISTONESI, 2007) sustentado en modelos de optimización tales como el que se desarrolla en el presente trabajo.

## 2.2 La planificación de los Sistemas de Distribución de Energía Eléctrica (SDEE)

Las metodologías más difundidas en el estado del arte, emplean una estrategia de planificación de *dos etapas*. Conforme a este enfoque, se plantean los elementos del modelo y las simulaciones aquí presentadas. La *etapa inicial*, corresponde al *largo plazo*, sobre un horizonte temporal de 10-15 años y se focaliza en la *optimización espacial del sistema*. La *etapa final*, corresponde al mediano/corto plazo, sobre un horizonte temporal de 5-7 años, y se focaliza en la *optimización temporal* del sistema (SCHWEICKARDT, 2007).

En la planificación de *largo plazo*, en el contexto del presente trabajo, se persiguen dos objetivos: **a)** minimización de los costos asociados a la construcción de líneas y subestaciones, conjuntamente con sus costos operativos (Costos Globales del Sistema de Distribución) y **b)** minimización de la no-calidad eléctrica, ponderada a través de la Energía No Suministrada ante contingencias. Las dos restricciones fundamentales en el modelo correspondiente, son: 1) *radialidad* (el sistema se opera radialmente, sin anillos o mallas cerradas) y 2) *variantes combinables*, la cual garantiza coherencia entre los equipamientos que integran el SDEE, para los estados entre etapas sucesivas de su evolución temporal. Otras tres restricciones, consideradas implícitas, resultan ser: 3) *de suministro de la demanda en los nodos homónimos*; 4) *de límites de capacidad en las subestaciones y en el transporte de potencia en las líneas* y 5) *de máximas caídas de tensión permisibles*.

La planificación de *mediano/corto plazo*, cuyo modelo se propone aquí, *optimiza sobre el conjunto de variantes de equipamiento que arroja la planificación anterior, enfatizando su vínculo temporal*. Es la que se corresponde con los planes de inversión presentados en oportunidad de las revisiones tarifarias, fijadas regulatoriamente.

La estrategia pretende, de tal modo, *lograr un conjunto de trayectorias solución, admitidas como satisfactorias, por las que el sistema podrá evolucionar*. La *restricción* 2), permite, a su vez, *flexibilizar la combinabilidad de variantes* para conformar diferentes trayectorias en un horizonte temporal donde la incertidumbre ha disminuido. Por tanto, en la optimización solidaria a la segunda etapa, intervienen múltiples objetivos/restricciones, que se expresarán como *criterios del sistema*, y cuyos méritos serán evaluados para componer las mejores trayectorias de evolución del SDEE.

### 2.3 Etapa I del modelo posibilístico: preferencias entre criterios de optimización y el vector de prioridades asociado

#### 2.3.1 Vector de Prioridades desde el Enfoque de los Procesos Analíticos Jerárquicos

La técnica de Procesos Analíticos Jerárquicos (SAATY, 1997), propone un método para establecer una escala de preferencias entre n criterios, a través de un vector denominado de Prioridades. Se inicia formando una matriz de preferencias, indicada como MPA cuyas entradas, $a_{ij}$, se definen a partir de una escala de dominancia establecida sobre el intervalo [1..10] de números enteros. Los criterios se comparan de a pares, siendo $a_{ij}$ la preferencia del criterio i respecto del criterio j. De forma tal que MPA resulta una matriz cuadrada de orden n (número de criterios), *positiva* y *recíproca*, $a_{ij}$ es un entero positivo en el intervalo [1..10], entonces formalmente:

$$\text{MPA} = \begin{pmatrix} 1 & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & 1 & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & 1 \end{pmatrix} \begin{cases} a_{ij} > 0\ \forall i, j = \{l \in n\} \\ a_{ji} = \dfrac{1}{a_{ij}} \end{cases} \tag{1}$$

El Teorema de Perron (LAX, 1997) garantiza, para tal matriz, la existencia de un autovalor dominante y positivo, $\lambda P$, así como de su correspondiente autovector, VP, cuyos componentes son también positivos. Se cumple que:

$$\lambda P \geq n \qquad (2)$$

y sólo si la matriz MPA exhibe *preferencias consistentes*, resultará:

$$\lambda P = n \qquad (3)$$

La *condición de consistencia* expresada en (SAATY, 1977), establece que, en (1):

$$a_{ik} = a_{ij} \times a_{jk} \quad ; \quad \forall\, i, j, k = 1 \ldots n \qquad (4)$$

La expresión (4), que sostiene a (3), es introducida por el denominado Índice de Consistencia de Saaty, ICSaaty, el cual permite ponderar *el grado de transitividad entre las preferencias sobre los n criterios para la optimización del sistema*. Tal índice es definido como:

$$ICSaaty = (\lambda P - n)/(n-1) \qquad (5)$$

El mismo puede verse demasiado estricto si el número de criterios resulta $n > 5$, o poco estricto si $3 \leq n \leq 5$. Por ello, se introduce una Razón de Consistencia, RC, en su reemplazo, definida mediante:

$$RC = ICSaaty/CCA(n) \qquad (6)$$

siendo: CCA(n) el denominado Coeficiente de Consistencia Aleatoria, *función creciente* de n (SAATY, 1977). De esta manera, las preferencias son consideradas *consistentes* si se cumple:

$$RC \leq 0.1 \qquad (7)$$

Por otra parte el autovector de Perron, VP, asociado a MPA, satisface el Principio de Composición Jerárquica (SAATY, 1977), definido como:

$$MPA \times V = c \times V \qquad (8)$$

si $c = \lambda P$ y $V = VP$.

De manera que VP resulta ser el Vector de Prioridades en las preferencias, establecidas sobre MPA, entre los criterios del sistema.

En las referencias (SCHWEICKARDT y MIRANDA, 2007), (GARCIA, et. al, 2008) y (SCHWEICKARDT y MIRANDA, 2009) es seguida esta técnica. Sin embargo, la misma exhibe *dos inconvenientes fundamentales*: **1ero)** es aplicada al *dominio determinístico* (cada entrada de la matriz es un número); **2do)**

El Vector de Prioridades de Saaty, ante inconsistencias entre las preferencias, *no resulta el mejor representante de las mismas*. Ambas cuestiones serán analizadas seguidamente, proponiendo soluciones.

2.3.2 Incertidumbres de Valor en las Preferencias entre los Criterios de Optimización

En este punto se presenta un importante aporte del presente trabajo, motivo por el cual se analizará, con detalle, el procedimiento de cálculo hasta arribar al Vector de Prioridades que represente mejor a las preferencias establecidas, bajo condiciones de *incertidumbre de valor*.

2.3.2.1 La Matriz de Preferencias Difusas

Un enfoque realista sobre las preferencias entre los criterios de optimización, requiere *considerar sus incertidumbres de valor*. En este trabajo se ha adoptado la modelación de tales incertidumbres mediante Números Difusos. Como se propone en (KAUFMANN y GUPTA, 1985), un Número Difuso (ND) puede ser definido mediante el *acoplamiento* de un Segmento de Confianza y un Nivel de Certidumbre (variable $\alpha$ o $\alpha$–corte), indicando con los subíndices 1 y 2 los extremos inferior y superior, respectivamente, de tal segmento. Es decir, **pref** es un ND, expresado como:

$$\forall\,\alpha \in [0,1],\ \ \mathbf{pref} = [\ \mathrm{pref}_1(\alpha)\ ,\ \mathrm{pref}_2(\alpha)\ ] \qquad (9)$$

Se utilizan letras en negrilla, **pref**, para indicar que se trata de un ND. En la **FIGURA 1** se presenta una preferencia valuada mediante un Número Difuso Triangular (NDT). El subíndice 1 o Izq, refiere el *valor inferior* del Segmento de Confianza, 2 o Der, el *superior*, y MP el *central* o de Máxima Posibilidad. Si $\mathbf{pref_{ij}}$ indica la *preferencia difusa* entre los criterios i y j, extendiendo al dominio difuso la expresión (1), se obtiene la Matriz de Preferencias Difusas:

$$\mathbf{MPA}:\ \forall\,\alpha \in [0,1] \rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} 1 & [\mathrm{pref}_1(\alpha), \mathrm{pref}_2(\alpha)]_{12} & \cdots & [\mathrm{pref}_1(\alpha), \mathrm{pref}_2(\alpha)]_{1n} \\ [\,1/\mathrm{pref}_2(\alpha),\ 1/\mathrm{pref}_1(\alpha)]_{21} & 1 & \cdots & [\mathrm{pref}_1(\alpha), \mathrm{pref}_2(\alpha)]_{2n} \\ \cdots & \cdots & \vdots & \cdots \\ [\,1/\mathrm{pref}_2(\alpha),\ 1/\mathrm{pref}_1(\alpha)]_{n1} & [\,1/\mathrm{pref}_2(\alpha),\ 1/\mathrm{pref}_1(\alpha)]_{n2} & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

(10)

Las incertidumbres de cualquier preferencia $\mathbf{pref_{ij}}$ y de su *recíproca* $\mathbf{pref_{ji}}$, son *dependientes*. Esto significa que *si se presentase una ocurrencia de* $\mathbf{pref_{ij}}$ *en el segmento de confianza limitado por* $\alpha$, *entonces*: $\mathrm{pref}_{ji}(\alpha) = 1/\mathrm{pref}_{ij}(\alpha)$.

Con ello se garantiza que *cualesquiera sean las ocurrencias en sus entradas,* la Matriz de Preferencias MPA($\alpha$) *es determinística*, puesto que es *una instancia* ($\alpha$) de **MPA**. Adicionalmente, siempre será *positiva* y *recíproca*. MPA($\alpha$) será referida como Matriz de Preferencias Colapsadas según el Nivel de Certidumbre $\alpha$. En los desarrollos que siguen, se considerará, sin pérdida de generalidad, la *matriz triangular superior* en (10). Establecidas las preferencias entre criterios, mediante (10), el objetivo es *acotar las incertidumbres* conforme cierto $\alpha$-corte. Como se pretende obtener un Vector de Prioridades *determinístico*, *que resulte el mejor representante de las preferencias difusas así acotadas, deberá reducirse cada segmento de confianza a un valor*. Tal reducción, denominada en este contexto Colapso del ND, puede resultar de la aplicación de diferentes criterios (SCHWEICKARDT y MIRANDA, 2007).

En este trabajo, se emplea el criterio denominado Removal (Rv), para el cual el valor representativo del ND, por encima del $\alpha$-corte establecido, tiene la siguiente expresión: fijado $\alpha = \alpha c$:

$$\mathrm{Rv}\left[\mathrm{pref}(\alpha c)\right] = \mathrm{pref}_{MP} + \frac{1}{2} \times \left[ \int_{\mathrm{pref}_2(\alpha c)}^{\mathrm{pref}_{MP}} \mathrm{R(pref)\,dpref} - \int_{\mathrm{pref}_{MP}}^{\mathrm{pref}_1(\alpha c)} \mathrm{L(pref)\,dpref} \right] \qquad (11)$$

R y L (ver FIGURA 1) son las funciones de pertenencia del ND a derecha e izquierda, respectivamente; pref es la variable real en el segmento establecido por $\alpha$c. Este colapso del ND, se referirá como Rv($\alpha$c).

<u>2.3.3 Las Ecuaciones de Consistencia en las Preferencias</u>

Si el valor representativo de las preferencias difusas para cierto ($\alpha$c) está dado únicamente por (11) (o alguna otra forma de *colapso*), *no se estaría considerando la consistencia entre las mismas* conforme la expresión (4). Dentro del segmento de confianza fijado por ($\alpha$c), se requiere *la búsqueda de aquellos valores tales que la matriz* MPA($\alpha$c) *resulte lo más consistente posible*. De modo que los valores representantes de las preferencias dentro del segmento ($\alpha = \alpha c$), tendrán que satisfacer dos objetivos: **1)** *que se aparten lo menos posible de su* Rv($\alpha$c) y **2)** *que satisfagan lo más posible las ecuaciones de consistencia*, conforme las entradas establecidas en MPA($\alpha$c).

Como se ha dicho, se considera la MPA($\alpha$c) *triangular superior*. De manera que, ordenando por filas, el Sistema de Ecuaciones de Consistencia, respetando la formulación (4), para n criterios (orden de la matriz n x n), se expresa del modo siguiente: $\forall\, \alpha \in [0,1]$

Sea C = $\{\forall\, i \in [2..n-1];\ \forall\, j \in [i+1..\, n]$ y $\forall\, k \in [1..\, i-1]\}$ entonces:

$$\{\ \mathrm{pref}_{ij}(\alpha c) = \mathrm{pref}_{kj}(\alpha c)/\mathrm{pref}_{ki}(\alpha c)\ \} \qquad (12)$$

Si (12) se satisficiera en todo el conjunto C, encontrando valores de preferencias en cada segmento de confianza fijado por $\alpha c$, MPA($\alpha c$) resultaría *perfectamente consistente*.

2.3.4 La Solución de las Consistencia de las Preferencias Colapsadas en el Nivel de Certidumbre $\alpha c$ mediante Programación Lineal Bi-Objetivo

Los dos objetivos según **1)** y **2)** en el punto anterior, pueden ser planteados en un Programa Lineal. Para ello, los errores (e) entre cada preferencia $pref_{ij}(\alpha c)$ y su $Rv[pref_{ij}(\alpha c)]$, y entre cada preferencia $pref_{ij}(\alpha c)$ y su *formulación consistente* según (12), *pueden introducirse como factores*. Por caso, si se buscara la máxima consistencia en cierta ecuación de sistema (12) en el conjunto C, se tendría:

$$pref_{ij}(\alpha c) \times ec_{ij}^{k} = pref_{kj}(\alpha c)/pref_{ki}(\alpha c) \qquad (13)$$

si $ec_{ij}^{k} = 1$, entonces la consistencia resultaría *perfecta*. Puede observarse que $0 < ec_{ij}^{k} \leq 1$. De igual modo, para el caso del apartamiento mínimo de $pref_{ij}(\alpha c)$ respecto del $Rv[pref_{ij}(\alpha c)]$, puede formularse la expresión:

$$pref_{ij}(\alpha c) \times erv_{ij} = Rv[pref_{ij}(\alpha c)] \qquad (14)$$

con $0 < erv_{ij} \leq 1$. En consecuencia, *el modelo puede linealizarse en sus restricciones, empleando variables logarítmicas*. Sus *objetivos* serían *la minimización, respectivamente, de la sumatoria de los valores absolutos de los logaritmos de los errores*, $ec_{ij}^{k}$, $ALec_{ij}^{k}$ y $erv_{ij}$, $ALerv_{ij}$. En principio, la introducción de la operación *valor absoluto* (considerando que pueden existir errores logarítmicos menores que cero), parecería generar objetivos no lineales. Esta cuestión se resuelve con el agregado de *restricciones de desigualdad*, que relacionen las variables asociadas a los valores absolutos de los errores logarítmicos con los errores logarítmicos. Ambos objetivos, pueden ponderarse *creándose una única función a minimizar: el valor absoluto del error total ponderado*, ALerrT, conforme los ponderadores $\rho^{c} + \rho^{rv} = 1$. Este método es el comúnmente aplicado para la Programación Lineal Multi-Objetivo, donde existen sólo *dos objetivos*. De modo que, bajo estas consideraciones, *el problema de optimización lineal que resuelve el conjunto de preferencias más representativo en la matriz* MPA($\alpha c$), se formula como sigue:

$$\text{Min} \left\{ ALerrT = \rho^{c} \left( \sum_{i=2}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} \sum_{k=1}^{i-1} ALec_{ij}^{k} \right) + \rho^{rv} \left( \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} ALrv_{ij} \right) \right\} \qquad (15\text{-A})$$

Sujeto a:

*[Restricciones de Consistencia]*

Sea $C = \{\forall\, i \in [2..n-1];\ \forall\, j \in [i+1..\, n]\ y\ \forall\, k \in [1..\, i-1]\}$, entonces:

$$Lpref_{ij}(\alpha c) + Lec_{ij}^{k} = Lpref_{kj}(\alpha c) - Lpref_{ki}(\alpha c),\ \text{en } C \qquad (15\text{-}B)$$

*[Restricciones de Valor Absoluto de los Errores Logarítmicos de Consistencia]*

$$ALec_{ij}^{k} - Lec_{ij}^{k} \geq 0,\ \text{en } C \qquad (15\text{-}C)$$
$$ALec_{ij}^{k} + Lec_{ij}^{k} \geq 0,\ \text{en } C \qquad (15\text{-}D)$$
$$ALec_{ij}^{k} \geq 0,\ \text{en } C \qquad (15\text{-}E)$$

*[Restricciones Apartamiento respecto de $Rv[pref_{ij}(\alpha c)]$]*

Sea $C1 = \{\forall\, i \in [1..n-1];\ \forall\, j \in [i+1..\, n]\}$, entonces:

$$Lpref_{ij}(\alpha c) + Lerv_{ij} = LRv[pref_{ij}(\alpha c)],\ \text{en } C1 \qquad (15\text{-}F)$$

*[Restricciones de Valor Absoluto de los Errores Logarítmicos de $Rv[pref_{ij}(\alpha c)]$]*

$$ALerv_{ij} - Lerv_{ij} \geq 0,\ \text{en } C1 \qquad (15\text{-}G)$$
$$ALerv_{ij} + Lerv_{ij} \geq 0,\ \text{en } C1 \qquad (15\text{-}H)$$
$$ALerv_{ij} \geq 0,\ \text{en } C1 \qquad (15\text{-}I)$$

*[Restricciones de Segmento de Confianza [1,2] al Nivel $(\alpha c)$]*

$$Lpref_{ij}(\alpha c) \geq Lpref_{ij}(\alpha c)_1,\ \text{en } C1 \qquad (15\text{-}J)$$
$$Lpref_{ij}(\alpha c) \leq Lpref_{ij}(\alpha c)_2,\ \text{en } C1 \qquad (15\text{-}K)$$

siendo: $\rho^{ec}$ y $\rho^{rv}$ los *ponderadores* fijados para los objetivos ($\rho^{ec} + \rho^{rv} = 1$); $Lec_{ij}^{k}$ el *logaritmo* (en base e, por caso) del *error multiplicativo* $ec_{ij}^{k}$ y $ALec_{ij}^{k}$ su valor absoluto; $Lerv_{ij}$ el *logaritmo del error multiplicativo* $erv_{ij}$ y $ALerv_{ij}$ su *valor absoluto*; $Lpref_{ij}(\alpha c)$ el *logaritmo del valor de la preferencia* $pref_{ij}(\alpha c)$; $[Lpref_{ij}(\alpha c)_1;\ Lpref_{ij}(\alpha c)_2]$ el Segmento de Confianza *logarítmico al nivel de certidumbre* $(\alpha c)$ ($\alpha c$ es *dato para el modelo*); $LRv[pref_{ij}(\alpha c)]$ es el *logaritmo del colapso* Removal aplicado sobre $pref_{ij}(\alpha c)$; ALerrT es el *error logarítmico ponderado total*, por *inconsistencias* y por *apartamientos respecto a los correspondientes colapsos* $Rv[pref_{ij}(\alpha c)]$.

Resuelto este *programa lineal*, las preferencias son obtenidas por exponenciación de los valores logarítmicos según la base considerada. Si la base es el número e:

$$pref_{ij}(\alpha c) = e^{Lpref_{ij}(\alpha c)},\ \text{en } C1 \qquad (16)$$

*resultando valores que no necesariamente son enteros en* [1..10]. Tal especificación de escala, propuesta por Saaty, *se torna carente de sentido al formular una solución de preferencias difusas colapsadas, de mínima inconsistencia.*

2.3.5 La Solución del Vector de Prioridades asociado a las Preferencias Colapsadas al Nivel de Certidumbre $\alpha c$, mediante Programación Lineal

A los efectos de que el Vector de Prioridades VP resulte *el mejor representante de las preferencias colapsadas en el segmento de confianza fijado por* ($\alpha c$), *se deberán satisfacer lo más posible, las condiciones de consistencia en las prioridades*, expresadas mediante:

$$pref_{ij}(\alpha c) = vp_i(\alpha c) \,/\, vp_j(\alpha c), \text{ en C1} \qquad (17)$$

siendo $vp_i(\alpha c)$ y $vp_j(\alpha c)$ las componentes i-ésima y j-ésima del vector en cuestión. La dependencia de este vector respecto de ($\alpha c$), se sostiene al efecto de indicar que ($\alpha c$) constituye un parámetro del modelo general para la Etapa I. Nuevamente, las incógnitas del modelo se relacionan mediante un cociente, *expresión no lineal*. Sin embargo, el problema resulta, al igual que el anterior y con los mismos artificios, *linealizable*. Antes de avanzar sobre su formulación, *deben observarse dos situaciones*:

**a)** *fuertes inconsistencias en las preferencias* y **b)** *segmentos de confianza al nivel* ($\alpha c$), *para alguna o varias preferencias, muy estrechos* (*amplitud pequeña*).

El análisis detallado y un gran número de pruebas bajo tales situaciones, demuestran que se requiere de tres programas lineales acoplados, para arribar al Vector de Prioridades de mejor ajuste. Se desarrollan a continuación.

El 1er Programa define si el Vector de Prioridades *tiene solución dentro de los segmentos de confianza fijados al nivel* ($\alpha c$). Evaluará las *inconsistencias intervalares*.

Se formula como sigue:
Min

$$\left\{ Sum(Lh) = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} Lh_{ij} \right\} \qquad (18\text{-A})$$

Sujeto a:

*[Restricciones de Consistencia en las Prioridades]*

$$Lvp_i(\alpha c) - Lvp_j(\alpha c) + Lecp_{ij} = Lpref_{ij}(\alpha c), \text{ en C1} \qquad (18\text{-B})$$

*[Restricción de referencia]*

$$Lvp_1(\alpha c) = 0 \qquad (18\text{-C})$$

*[Restricciones de Valor Absoluto de los Errores Logarítmicos de Consistencia]*

$$ALecp_{ij} - Lecp_{ij} \geq 0, \text{ en C1} \qquad (18\text{-D})$$

$ALecp_{ij} + Lecp_{ij} \geq 0$, en C1 (18-E)
$ALecp_{ij} \geq 0$, en C1 (18-F)

*[Restricciones de Segmento de Confianza [1, 2] al Nivel de Cetidumbre ($\alpha c$)]*

$Lvp_i(\alpha c) - Lvp_j(\alpha c) + Lh_{ij} \geq Lpref_{ij}(\alpha c)_1$, en C1 (18-G)
$Lvpi(\alpha c) - Lvpj(\alpha c) - Lhij \leq Lpref_{ij}(\alpha c)_2$, en C1 (18-H)

*[Restricciones de Positividad para los Márgenes de los Segmentos de Confianza al Nivel ($\alpha c$)]*

$Lh_{ij} \geq 0$, en C1 (18-I)

siendo: $Lvp_i(\alpha c)$ y $Lvp_j(\alpha c)$ los *logaritmos de las variables* $vp_i(\alpha c)$ y $vp_j(\alpha c)$ del Vector de Prioridades (VP); $Lecp_{ij}$ el *logaritmo del error multiplicativo* $ecp_{ij}$ y $ALecp_{ij}$ su *valor absoluto*; $Lh_{ij}$ el *logaritmo del margen multiplicativo* $h_{ij}$ en el que debería modificarse, eventualmente, el Segmento de Confianza *logarítmico* $[Lpref_{ij}(\alpha c)_1; Lpref_{ij}(\alpha c)_2]$; Sum(Lh) es la *suma de los márgenes logarítmicos*.

El resultado Sum(Lh) = 0, implica *que existe solución del* Vector de Prioridades *respetando los límites para cada segmento de confianza al nivel* ($\alpha c$), en el que las preferencias han sido acotadas. Si Sum(Lh) <> 0, se tendrá, en cada $Lh_{ij}$, *el margen requerido para modificar el segmento respectivo al efecto de que la solución tenga lugar*. Una observación importante en este modelo, la constituye la *restricción de referencia*. Nótese que se ha establecido en la expresión (18-C), que $vp_1(\alpha c) = 1$ ($Lvp_1(\alpha c) = 0$). Esta *referencia* es necesaria, puesto que las incógnitas del programa se presentan en la forma de cocientes. Por ello, se necesita fijar un valor (el más simple, aquí, sobre el primer componente e igual a la unidad), a efectos de evitar que el programa arroje infinitas soluciones. El Vector de Prioridades es luego *normalizado*, y sus componentes finales *no dependen del valor impuesto en esta restricción* (tampoco depende, en rigor de la componente del VP a la cual se le impone la misma).

El 2do Programa busca *minimizar la inconsistencia, planteada en el* 1er Programa, sobre el Vector de Prioridades, VP. Adopta, como *restricción adicional*, la imposición de que la *suma de los márgenes* $Lh_{ij}$ *resulte igual a* Sum(Lh), *obtenida desde el* 1er Programa.

De modo que, agregando tal restricción, sólo cambia el objetivo. Utilizando (18) la formulación resulta:

Min

$$\left\{ ALerrT = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} ALecp_{ij} \right\} \tag{19-A}$$

Sujeto a:

*[Restricciones (18-B) a ((18-I)]*

*[Restricción de Límite de Márgenes en los Segmentos de Confianza al Nivel ($\alpha$c)]*

$$\mathrm{Sum}\left(\mathrm{Lh}\right) = \sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n} \mathrm{Lh}_{ij} \qquad (19\text{-B})$$

El <u>3er Programa</u> busca *minimizar el máximo error de inconsistencia en las preferencias individualmente consideradas, sobre* el Vector de Prioridades *obtenido*. Para ello se introduce una *variable logarítmica adicional*, LecMax, y ALecMax es su valor absoluto. *El objetivo es minimizarlo*.

Tomando como referencia el <u>2do Programa</u>, se tienen las mismas restricciones y se imponen, adicionalmente: **a)** restricciones que limiten cada *error logarítmico*, $\mathrm{ALecp}_{ij}$, como máximo al valor ALecMax y **b)** la sumatoria de los $\mathrm{ALecp}_{ij}$ debe ser igual al valor objetivo obtenido en el <u>2do Programa</u>, ALerrcpT. Utilizando (18) y (19), su formulación resulta:

Min

$$\left\{\mathrm{ALecMax}\right\} \qquad (20\text{-A})$$

Sujeto a:

*[Restricciones (18-B) a ((18-I) y (19-B)]*

*[Restricción de Suma de Errores Logarítmicos por Inconsistencia en VP]*

$$\mathrm{ALerrT} = \sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n} \mathrm{ALecp}_{ij} \qquad (20\text{-B})$$

*[Restricciones de de Límite Máximo en los Errores Logarítmicos Individuales por Inconsistencia en VP]*

$$\mathrm{ALecp}_{ij} \leq \mathrm{ALecMax}, \text{ en C1} \qquad (20\text{-C})$$

Luego, cada componente del VP resultará de la exponenciación (asumiendo base e):

$$\mathrm{vp}_i(\alpha c) = e^{\mathrm{Lvp}_i(\alpha c)}, \text{ en C1} \qquad (21)$$

Obtenido el VP, se denominarán Componentes Exponenciales (YAGER, 1977) *a los valores resultantes de multiplicar cada componente del VP normalizado, por el número de criterios*, n:

$$vp_i^{[E]}(\alpha c) = n \times vp_i^{[N]}(\alpha c)\text{, en C1} \tag{22}$$

siendo:

$$vp_i^{[N]}(\alpha c) = \frac{vp_i(\alpha c)}{\sum_{i=1}^{n} vp_i(\alpha c)}\text{, en C1} \tag{23}$$

Luego, se puede construir un Índice de Inconsistencia, que se empleará para la Etapa II. Procura una medida de *representatividad* del VP obtenido, respecto de la Matriz de Preferencias MPA($\alpha$c). Es propuesto como sigue:

$$I_{inc} = \left(1 - e^{-\beta \times \left[ALerrcpT + Sum(Lh)\right]}\right) \tag{24}$$

siendo $\beta$ una constante convenientemente elegida para adecuar la escala ($\beta$ = 0.02); los sumandos del exponente, como se explicó, *miden los errores logarítmicos de inconsistencia total*. Si MPA($\alpha$c) fuese perfectamente consistente, entonces $I_{inc}$ = 0, caso contrario, $I_{inc}$ *aumentará en la medida que las inconsistencias de prioridades y/o intervalares, sean mayores*.

## 2.4 Etapa II del modelo posibilístico: planificación de mediano/corto plazo del SDEE mediante Programación Dinámica Difusa (PDD)

### 2.4.1 Variables de Apartamiento solidarias a los Criterios de Optimización

La PDD está basada en los *principios de optimalidad* propuestos por (BELLMAN y DREYFUS, 1962) y (BELLMAN y ZADEH, 1970). Requiere la consideración de Conjuntos Difusos, asociados a los n criterios mediante los cuales se define la aptitud de cierto estado en la evolución del sistema. Los mismos permiten mapear cada variable asociada a cada uno de los n criterios, en el mismo *espacio difuso de decisión*. En el Modelo propuesto, con este fin, *las variables no son integradas en forma directa* (SCHWEICKARDT y MIRANDA, 2007). Se introduce lo que aquí se referirá como *variables de apartamiento*. Para cada criterio $A_i$, cuya *variable asociada* asume, en cierto estado, el valor $a_i$, la *variable de apartamiento* respecto de un *valor de referencia pertinente* e indicado como $a_{i\,ref}$, queda definida como:

$$u_i = |a_i - a_{i\,ref}| / a_{i\,ref} \tag{25}$$

y el correspondiente Conjunto Difuso, $\mathbf{A}_i$, solidario al criterio de optimización i-ésimo, con una *función de pertenencia* $\mu_{\mathbf{A}_i}(u_i)$, se expresará:

$$\mathbf{A}_i = \sum \mu_{\mathbf{A}i}(u_i) / u_i \;;\; u_i \in U \tag{26}$$

donde se utiliza la notación propuesta en (KAUFMANN y GUPTA, 1985). U el dominio de las *variables de apartamiento*, cuyos valores resultarán *adimensionales*. La *sumatoria* de (26) *es interpretada como una unión de elementos discretos*. Se estiliza como una $\int$, para *elementos continuos* en U.

Definidos los Conjuntos Difusos, son introducidas las *prioridades*, calculadas mediante (22), para modificar la importancia que, a través de MPA($\alpha$c), le corresponde a cada criterio de optimización, conforme el Nivel de Certidumbre ($\alpha$c). Las componentes del VP según (22), *afectarán exponencialmente a las funciones de pertenencia*, multiplicando al exponente (su *variable de apartamiento*). Tal efecto se presenta en el epígrafe siguiente.

2.4.2 Formalización de la PDD para el Modelo de Planificación del SDEE

En la **FIGURA 2**, se presenta la transición entre dos etapas k-1 y k en una Optimización Difusa "forward" o *hacia adelante*. **D** es el Conjunto Difuso de Decisión. El criterio empleado para arribar óptimamente (entiéndase, del modo *más satisfactorio posible*) al único estado de la etapa k, es el de Max { Min { } } de los valores que adoptan las *funciones de pertenencia* involucradas. El Min { } se aplica sobre el conjunto de vínculos posibles desde cada estado en la etapa k-1 y, de ellos, se elige el Max{}. Este valor, $\mu^*_{\mathbf{D}}$ (1,k), indica el *nivel de satisfacción al maximizar la decisión adoptada en cuanto a la transición seguir*. Corresponde al Max en el Conjunto Difuso de Decisión, **D**. Tal proceso se indica como Principio de Optimalidad de Bellman – Zadeh (BELLMAN y ZADEH, 1970).

Si a cada función de pertenencia $\mu_{\mathbf{A}_i}(u_i)$, se la eleva al exponente dado por el correspondiente componente exponencial del $VP^{[E]}$ según (22), asociado a cada criterio i, $vp_i^{[E]}(\alpha c)$, el efecto sobre el conjunto difuso será una *contracción* ($vp_i^{[E]}(\alpha c) > 1$) o una *dilatación* ($vp_i^{[E]}(\alpha c) < 1$).

La *contracción realzará la importancia del criterio correspondiente en la toma de decisión*, mientras que la *dilatación*, la *atenuará*. El operador Min { }, resulta en la *intersección* de los Conjuntos Difusos, y el $VP^{[E]}$ *generará menores o mayores valores de sus funciones de pertenencia, según aquellos se contraigan o dilaten*.

Si en la **FIGURA 2** las transisiones son extendidas entre cada estado $\left[\forall e_j^{k-1} \in E^{k-1}\right]$ y cada estado $\left[\forall e_i^{k} \in E^{k}\right]$, donde $E^{k-1}, E^{k}$ son los Vectores de Estado de las etapas k-1 y k, respectivamente, el Modelo Formal de Optimización Difusa puede expresarse como:

$$\mu_{\mathbf{D}}^{*}(i,k)=\mathrm{Max}\left\{\mathrm{Min}_{\left[\forall e_j^{k-1}\in E^{k-1}\right]}\left\{\begin{array}{l}\left[\mu_{\mathbf{A1}}(j,k-1);(i,k)\right]^{vp_1^{[E]}(\alpha c)};\\ \left[\mu_{\mathbf{A2}}(j,k-1);(i,k)\right]^{vp_2^{[E]}(\alpha c)};\\ \ldots;\\ \left[\mu_{\mathbf{An}}(j,k-1);(i,k)\right]^{vp_n^{[E]}(\alpha c)};\\ \mu_{\mathbf{D}}^{*}(j,k-1)\end{array}\right\}\right\} \qquad (27\text{-A})$$

$$\left[\forall e_i^k \in E^k\right]; k=1,2...N$$

Sujeto a las restricciones:

$\alpha c$ constante en T* (27-B)

MPA($\alpha c$) invariante en T* (27-C)

$\Theta Ext \geq [1- \mu_D(T^*)]$ (27-D)

El valor de la *función de pertenencia*, $\mu_D$, es maximizado en el Conjunto Difuso de Decisión, **D**, para cada estado (27-A), sobre un horizonte de N etapas. $vp_i^{[E]}(\alpha c)$, con i = 1...n, es el *ponderador exponencial* asociado al criterio i-ésimo; T* es la trayectoria resultante; $\mu_D(T^*)$ es el *nivel de satisfacción* obtenido, mientras que el parámetro externamente fijado, ΘExt, recibirá el nombre de Riesgo Extrínseco. Por tal motivo, el valor (1- $\mu_D(T^*)$) resultará ser el Riesgo Intrínseco de la Trayectoria resultante. Para introducir adecuadamente estos conceptos, se describen las restricciones del modelo:

**a)** la restricción (27-B), establece que, una vez colapsadas las preferencias mediante, por caso, el operador Removal dado por (11), el Nivel de Certidumbre fijado, ($\alpha c$), no se modifica para la trayectoria óptima, T*, obtenida. Las preferencias son así *determinísticas*, al igual que la trayectoria T*. Sin embargo, como pueden definirse infinitos $\alpha c$-cortes para las preferencias difusas, *existirán, en rigor, infinitas trayectorias de evolución*. De modo que, si bien está implícito, T* = T*($\alpha c$);

**b)** la restricción (27-C) parecería redundante, pues si se cumple la anterior, MPA($\alpha c$) se torna también *determinística*, una de las infinitas Matrices de Preferencias posibles conforme sea el valor de ($\alpha c$). Sin embargo, aún en un modelo determinístico de preferencias, se requeriría que las mismas no se alteren entre sí, pues eso cambiaría el Vector de Prioridades asociado a los criterios de optimización, modificando la importancia de los Conjuntos Difusos asociados y, con ello, la trayectoria resultante;

**c)** la restricción (27-D) se relaciona *con las incertidumbres en los criterios y no en las preferencias entre estos*. Las *incertidumbres en los criterios* son modeladas mediante los Conjuntos Difusos cuya *función de pertenencia* genérica se indicó mediante $\mu_{\mathbf{A}_i}(u_i)$. El *operador de evolución dinámica* en la PDD, Max{ Min {} }, definirá, satisfechas las restricciones (27-B) y (27-C), un cierto valor $\mu_D(T^*)$, que resulta ser el Nivel de Certidumbre de la trayectoria óptima de evolución, T*. Ahora bien, ese Nivel de Certidumbre, constituye un *nivel de aceptación* de la trayectoria T*. Si los Conjuntos Difusos asociados a los criterios son *normales* y *convexos*, toda $\mu_{\mathbf{A}_i}(u_i)$ *tendrá un valor en el intervalo* [0, 1], conforme lo dicho. Por tanto, $\mu_D(T^*)$ *tendrá también un valor en dicho intervalo*. Aceptar cierto valor *supone un riesgo*, pues, *si se presentaran instancias de los valores en los criterios de optimización, comprendidos en un* Segmento de Confianza *cuyo* Nivel de Certidumbre *fuese menor, la trayectoria obtenida podría dejar de ser* T*, *pues el sistema evolucionaría en el tiempo conforme valores diferentes*. De manera que aceptar en nivel $\mu_D(T^*)$, *entraña un riesgo*. Este *riesgo*, al ser una *propiedad del sistema* (*incertidumbres en los criterios y preferencias, y operador de evolución* en la PDD, entre otros conceptos) se referirá como Riesgo Intrínseco. Resulta del complemento a 1 de $\mu_D(T^*)$, $[1 - \mu_D(T^*)]$.

Para introducir la *propensión/aversión al riesgo* del tomador de decisiones, se define externamente un *umbral*, valuado en [0, 1], que la represente. Este valor se referirá como Riesgo Extrínseco, por oposición.

Por tanto, la restricción (27-D) se denominará de Riesgo Extrínseco: *la trayectoria de evolución* T*, *deberá tener un* Riesgo Intrínseco *menor o igual a la propención al riesgo del planificador, medida por el parámetro externamente fijado*, ΘExt, o Riesgo Extrínseco.

Si la restricción (27-D) no se satisficiese, entonces habría que proceder modificando: 1) *si se actúa sobre las preferencias*: el Nivel de Certidumbre, ($\alpha$c), sus Conjuntos Difusos, para que sus *colapsos* arrojen valores diferentes, los *ponderadores* ($\rho^{-} + \rho^{rv} = 1$) en la función objetivo (15-A) del <u>1er Programa</u> lineal, o una combinación de tales cambios; 2) *si se actúa sobre los criterios de optimización*, las *funciones de pertenencias* correspondientes, $\mu_{\mathbf{A}_i}(u_i)$, los *valores de referencia*, $a_{iref}$, utilizados en la construcción de las *variables de apartamiento*, $u_i$, según (25) o una combinación de estos cambios; 3) *si se actúa sobre el* Espacio de Búsqueda, *puede procederse a la eliminación de aquel(aquellos) estado(s) del vector* $E^k$, *tal(es) que impone(n) un* Riesgo Intrínseco inadmisible.

También puede procederse, lógicamente, combinando ajustes tipo 1), 2) y/o 3).

A la trayectoria de evolución T* que satisface todas las restricciones, se la referirá como Trayectoria Más Satisfactoria y se la indicará como TMS($\alpha$c). Será utilizada sobre los cálculos requeridos por el Modelo, en los conceptos pendientes de la Etapa II y en la Etapa III. De lo dicho, es posible introducir *una definición operacional de aptitud* de la TMS($\alpha$c). Esta definición resultará *vectorial*, ya que tendrá *dos componentes*: **a)** el Índice de Inconsistencia en las preferencias entre criterios de optimización, Iinc, dado por (24) y **b)** el Riesgo Intrínseco de la TMS($\alpha$c). De tal forma es introducido en el Modelo Posibilístico, el Vector de Aptitud de la TMS($\alpha$c):

$$V_{Ap}(TMS(\alpha c)) = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{inc} \\ \mu_{\mathbf{D}}[T^{*}] \end{bmatrix} \qquad (28)$$

Hasta aquí la Etapa II que se aplicará, *definiendo criterios específicos*, a la Planificación del SDEE. La misma es requerida como dato por la autoridad regulatoria.

## CONCLUSIONES

Las conclusiones, a modo de síntesis, que siguen a continuación, son de orden *metodológico*, y complementan a los detalles de instrumentación descritos en los desarrollos. Estos desarrollos han sido exhaustivamente analizados, y pretenden aportar una idea de la complejidad inherente a la consideración de aspectos que no son observados en el estado del arte.

**1)** El concepto tradicional de Sistema de Distribución Económicamente Adaptado adscribe al Paradigma económico Neo-Clásico, refiriendo sólo la *eficiencia productiva* (expansión y operación del SDEE a mínimo costo). Supone un *equilibro permanente*, por lo cual *tal eficiencia debería tener lugar en el futuro, no obstante las decisiones de planificación se adopten en el presente*. Ignora las *incertidumbres* o les confiere un *carácter estocástico* que no necesariamente exhiben. El modelo propuesto implica, en tal contexto, un cambio de paradigma.

**2)** El paradigma alternativo está caracterizado por la *incertidumbre fundamental* de Keynes y su Análisis de Riesgo. Se prefiere *un conjunto de buenas soluciones (trayectorias de evolución para el sistema) y no una solución 'óptima', sustentada en un equilibrio estático que no puede sostenerse en la evolución del sistema*.
Las *incertidumbres* que dominan el contexto del problema, responden al tipo identificado como *de valor*, *y son, principalmente, atribuidas al nivel de utilidad o satisfacción, que producen, en los usuarios, los diferentes criterios no monetizables directamente, adoptados en la planificación de mediano/corto plazo del sistema*.

**3)** Desde lo *instrumental*, el modelo recurre a elementos de la Programación Matemática Clásica (la Programación Lineal y el Principio de Optimalidad de Bellman de la Programación Dinámica), en complemento con técnicas del dominio Posibilístico (como lo son los Conjuntos Difusos). Con ello *se compone un nuevo instrumento, completamente afín con la racionalidad acotada y la incertidumbre fundamental, presupuestos metodológicos de la teoría de decisión post-keynesiana*. Tal *instrumento* permite evaluar, en última instancia, el plan de inversiones y los niveles de costo del SDEE, *más satisfactorios en su expansión de mediano/corto plazo*. La evaluación se sustenta en el Vector de Aptitud, *que exhibe dos componentes*: *una relacionada con las inconsistencias de las preferencias entre criterios de decisión y otra con el riesgo de que la trayectoria no evolucione, efectivamente, por los estados obtenidos*. Ambas *reconocen una sucesión de desequilibrios admisibles, más que el equilibrio contínuo (estático)* requerido por el Paradigma Neo-*Clásico y propiciado por la eficiencia productiva en todo instante*.

En tal sentido, *la combinación de elementos clásicos y no clásicos para conformar el* Modelo Posibilístico, *constituye un aporte desde la* Investigación de Operaciones, *extendiendo sus límites para dar una solución teórico/metodológica fundada sobre un concepto que no la tiene en el estado del arte*: El Sistema Económicamente Adaptado. En este caso para un SDEE.

## REFERENCIAS


- SCHWEICKARDT G. (2007): “SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN DE ENERGÍA ELÉCTRICA ECONÓMICAMENTE ADAPTADOS. DISCUSIÓN Y PROPUESTAS METODOLÓGICAS”. Editorial Fundación Bariloche.

- SCHWEICKARDT G., MIRANDA V. (2007): “UN MODELO DE PLANIFICACIÓN Y CONTROL ORIENTADO A LA ADAPTACIÓN ECONÓMICA DE SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN DE ENERGÍA ELÉCTRICA”. Revista de la Escuela de Perfeccionamiento en Investigación Operativa - Nro. 28 – pgs. 30, 49.

- GARCÍA E., SCHWEICKARDT G., ANDREONI A. (2008): “A NEW MODEL TO EVALUATE THE DYNAMIC ADAPTATION OF AN ELECTRIC DISTRIBUTION SYSTEM”. Energy Economics, ELSEVIER - Vol. 30, issue 4 - pgs. 1648,1658.

- SCHWEICKARDT G., MIRANDA V. (2009): “A TWO-STAGE PLANNING AND CONTROL MODEL TOWARD ECONOMICALLY ADAPTED POWER DISTRIBUTION SYSTEMS USING ANALYTICAL HIERARCHY PROCESSES AND FUZZY OPTIMIZATION”. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, ELSEVIER - Vol. 31 - issue 6 – pgs. 277, 284.

- DOUBOIS D., PRADE H. (1980): "FUZZY SETS AND SYSTEMS: THEORY AND APPLICATIONS". New York, London, Toronto Press.
- ZADEH L. (1970): "THE CONCEPT OF A LINGUISTIC VARIABLE AND ITS APPLICATION TO APROXIMATE REASONING". Memorandum ERL- 411, Berkeley.
- LAVOIE M. (1992): "FOUNDATIONS OF POSTKEYNESIAN ECONOMIC ANALISYS". Edward Elgar Publishing.
- SCHWEICKARDT G., PISTONESI H. (2007): "DISCUSIÓN SOBRE EL CONCEPTO DE SISTEMA ECONÓMICAMENTE ADAPTADO APLICADO A LAS REDES DE DISTRIBUCIÓN ELÉCTRICA". Revista Energética, Universidad Nacional de Colombia, Medellín- Nro. 37 - pgs 53, 65.
- SAATY T. (1977): "A SCALING METHOD FOR PRIORITIES IN HIERARCHICAL STRUCTURES". Journal of Mathematical Psycology. Vol. 15 – pgs. 234, 281.
- P. LAX P. (1997): "LINEAR ALGEBRA", Wiley Interscience: New York, 1997.
- KAUFMANN A., GUPTA M. (1985): "INTRODUCTION TO FUZZY ARITHMETIC. THEORY AND APPLICATIONS". Van Nostrand Reinhold Electrical/Computer Science and Engineering Series.
- YAGER R. (1977): "MULTIPLE OBJECTIVE DECISION MAKING USING FUZZY SETS". Intl. J. Man-Machine Studies. Vol. 9 – pgs. 53,64.
- BELLMAN R., DREYFUS E. (1962): "APPLIED DYNAMIC PROGRAMMING". Princeton University Press.
- BELLMAN R., ZADEH L. (1970): "DECISION-MAKING IN A FUZZY ENVIRONMENT. MANAGEMENT SCIENCE". Vol. 17 – pgs. 141,164.

## FIGURAS Y TABLAS

**FIGURA 1:**

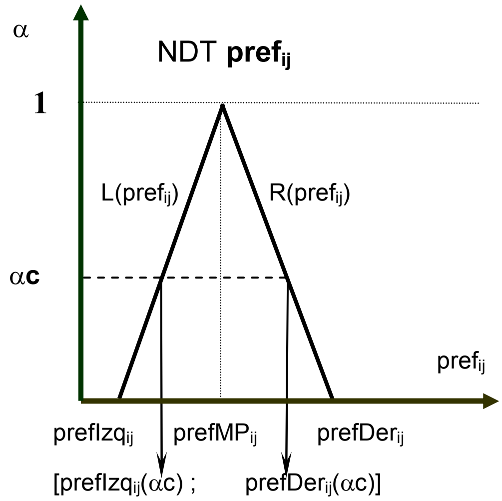


**FIGURA 2:**