REVISTA DE ECONOMÍA Y ESTADÍSTICA
INSTITUTO DE ECONOMÍA Y FINANZAS
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA
ISSN 0034-8066

OPEN ACCESS

ARTÍCULOS

La función de demanda: su elasticidad Flexibilidad del precio

Camilo Dagum

Revista de Economía y Estadística, Vol. 2, No 2 - 3 (1949): 2º y 3º Trimestre, pp. 387-436.

http://revistas.unc.edu.ar/index.php/REyE/article/view/4839

LA FUNCION DE DEMANDA: SU ELASTICIDAD FLEXIBILIDAD DEL PRECIO

SUMARIO: 1) Introducción.— 2) El estudio cuantitativo de los fenómenos económicos.— 3) Aspectos cualitativos de la demanda.— 4) La función de demanda en el cuadro dinámico: a) Método de las cadenas relativas; b) Método de las razones de tendencia; c) Método de la regresión temporal. — 5) Elasticidad de la demanda.— 6) Flexibilidad del precio.— 7) Elasticidad de algunas de las funciones de demanda consideradas.— 8) La variación de los precios y el ingreso total.— 9) Determinación analítica de la función de demanda del vino en nuestro país.

1) **Introducción**: El Instituto de Estadística de esta Facultad inicia, con el presente trabajo, el estudio de la elasticidad de la demanda de los bienes de consumo y por ende, la determinación analítica de la función de demanda de estos mismos bienes.

Aquí nos iniciamos con la demanda de vinos nacionales. Sin ser la industria vitivinícola argentina una de las principales actividades económicas de nuestro país, tiene su significación más que por el monto de los capitales invertidos en ella, por el número de obreros ocupados y por su participación en la renta nacional, porque esto y sus naturales actividades previas, el cultivo de la vid, constituyen la actividad fundamental de dos provincias argentinas, San Juan y Mendoza, con 260.714 y 590.548 habitantes respectivamente.

Agreguemos a ello que nuestro país ocupaba, hasta antes de la última guerra, el octavo lugar en el mundo por la cantidad de vinos producidos. La industria vitivinícola argentina produce, casi con exclusividad, para el mercado interno. En 1947 alcanzó un total de 10.343.920 Hls. de vinos, siendo la superficie cultivada con viña de 159.300 hectáreas. haciéndolo San Juan sobre 31.900 y Mendoza sobre 106.800 hectáreas. Nuestro comercio internacional de este producto es de escaso valor, tanto por el monto de las importaciones como por el de las exportaciones.

Luego de algunas consideraciones cualitativas y cuantitativas de la función de demanda, entramos al estudio de su elasticidad y de la flexibilidad del precio, para concluir, desde este punto de vista, con la consideración particular de la demanda del vino.

No nos ocuparemos aquí de la elasticidad-ingreso de la demanda de los bienes de consumo, sin que ello signifique quitarle importancia. Si bien la demanda de bienes de consumo en conjunto, o más claramente, el consumo total es una función del ingreso, el consumo de un artículo determinado es una función del precio de ese artículo. Es de esta última relación funcional de la cual nos vamos a ocupar, y por lo tanto, de la elasticidad-precio de los bienes de consumo.

En el análisis del caso particular, adoptamos el método de la regresión temporal de Schultz. Al respecto destacamos su prestigioso libro "The Theory and Measurement of Demand"; Chicago, 1938.

Dejamos para una próxima oportunidad la determinación del coeficiente de elasticidad de los principales productos de la economía argentina, cuyo conocimiento es de vital importancia para los gobernantes en la conducción de la política económica y fiscal.

Esperamos también, para esa oportunidad, efectuar un rápido estudio comparativo entre el método de Schultz, en sus dos formas de relación lineal y a elasticidad constante, con los métodos dados por otro prestigioso economista, Henry L. Moore, de vasta y profunda labor en el campo económico, especialmente en lo referente a elasticidad de la demanda y flexibilidad del precio.

La introducción de la población, de la producción y precio de los otros bienes, como variables independientes, expresadas estas últimas bajo la forma de índices ponderados cuando correspondan a artículos que se produzcan en calidades diferentes, merecerán nuestra preferente atención en el próximo trabajo. Así también la consideración de la renta nacional, sin perjuicio de lo expresado más arriba sobre elasticidad-ingreso de la demanda, puesto que si el consumo como un todo es una función del ingreso, necesariamente, el consumo de un artículo estará también en función del ingreso nacional.

Por último, todo ello estará lógicamente condicionado por la disponibilidad de estadísticas sobre la producción, el consumo, los excedentes, el precio, la población y la renta nacional; y también, por "la relación entre fines y medios escasos susceptibles de usos alternativos", frase de profundo significado que forma parte de la definición de economía dada por el profesor Robbins, que tiene la rara virtud de explicar en pocas palabras, lo que llevaría páginas enteras hacerlo por otro camino.

2) **El estudio comparativo de los fenómenos económicos:** Paul Painlevé, en el prefacio de la traducción francesa de la obra de W. Stanley Jevons "La Teoría de la Economía Política", expresaba: "Es la marcha natural de las ciencias de

evolucionar del estado cualitativo y descriptivo al estado cuantitativo y causal''. (1)

Tal expresión, vertida en 1909, no era compartida por la mayoría de los estudiosos de las ciencias sociales. Se estimaba que no era posible enfrentarse cuantitativamente con fenómenos donde intervenía el individuo conforme a su voluntad.

Reconociendo la importancia del libre albedrío de los seres humanos en los fenómenos sociales, es posible, para el conjunto, su tratamiento cuantitativo mediante el auxilio de la estadística, con lo que las divergencias individuales resultan anuladas por compensación.

En contraposición con lo que acabamos de expresar, sostiene Max Weber, que mientras la Astronomía se interesa solamente por los cuerpos celestes en sus relaciones cuantitativas capaces de ser medidas exactamente, es la coloración cualitativa de los acontecimientos lo que interesa a las ciencias sociales. (2)

Criterios de esta naturaleza son los que han informado las obras de numerosos autores, negando por lo tanto la posibilidad de establecer leyes porque las consideraban del resorte exclusivo de las ciencias naturales.

En armonía con esta posición, Alexis Carrel, en su obra ''L'homme cet inconnu'', nos expresa entre otras cosas: ''Hay una desigualdad extraña entre las ciencias de las materias inertes y las de los seres vivos. La astronomía, la mecánica y la física tienen por base, conceptos susceptibles de expresarse, de manera concisa y elegante, en lenguaje matemático. Ellas han dado al universo las líneas armoniosas de los monumentos de la Grecia antigua. Ellas lo envuelven con la

---

(1) Citado por RENÉ ROY en *Contribution aux Recherches Econométriques*. — París, 1936, pág. 5.

(2) JESÚS PRADOS ARRARTE: *Filosofía de la Economía*. — Bs. Aires, 1942, pág. 70.

brillante red de sus cálculos y de sus hipótesis. Persiguen miento hasta indecibles abstracciones, hechas solamente de ecuaciones y de símbolos. No es lo mismo para las ciencias biológicas. Los que estudian los fenómenos de la vida están como perdidos en un matorral inextricable, en medio de una selva mágica, cuyos árboles innumerables cambiarían sin cesar de lugar y de forma. Se sienten agobiados bajo un montón de hechos, que llegan a describir, pero que no son capaces de definr con fórmulas algebraicas". (3)

Pero otro es el camino que han seguido las ciencias sociales, pudiéndose apreciar sus progresos en la medida en que fueron pasando de las nociones cualitativas a las nociones cuantitativas. Más aun, se llegó a afirmar que la cantidad de matemática introducida en una disciplina, condiciona su progreso y su jerarquía científica. En esta dirección han orientado sus trabajos algunos matemáticos y filósofos contemporáneos como Galton, Quetelet y otros. (4)

En el dominio de las ciencias sociales corresponde a la Economía Política el mayor grado de adelanto en el tratamiento estadístico de sus fenómenos. Ejemplos de lo afirmado los constituyen las investigaciones económicas realizadas, en su aspecto cuantitativo, sobre la utilidad y los réditos, sobre el complicado fenómeno de los ciclos económicos y sobre la ley de la oferta y de la demanda, para no citar más.

Planteadas ya las posiciones más destacadas en este dominio de la teoría del conocimiento, aceptándose como razón fundamental de la distinción en ésta, de ciencias naturales y sociales y teniendo por finalidad, las primeras, la enunciación de leyes y las segundas, la descripción de hechos como sostienen los que reducen la investigación social a su

(3) RENÉ ROY, opin. cit., pág. 10.
(4) CARLOS E. DIEULEFAIT: *Elementos de Estadística Metodológica.* — Rosario, 1938, pág. 7.

aspecto cualitativo, concluiremos este punto con ligeras referencias a la posibilidad de la existencia de leyes en la ciencia económica.

La economía admite, al igual que la física, la existencia de leyes exactas y de leyes empíricas. Recogemos a este respecto las conclusiones de Carl Menger y Max Plank en ambos dominios del conocimiento y que tan correctamente expone y completa, con sus propias ideas, el profesor Prados Arrarte en su obra ya citada.

La enunciación de leyes empíricas es el resultado de la investigación empírica, esto es, de la investigación de los fenómenos tal como se presentan en la vida real en toda su amplitud y complejidad. Tomamos los datos de la realidad y procedemos a su ordenación y a la enunciación de las regularidades y de las tendencias que se observan en su acontecer, que llevan implícitamente la existencia de excepciones en su cumplimiento.

El método de investigación seguido para la enunciación de leyes empíricas es el mismo tanto en las ciencias sociales como en las ciencias naturales. Si tomamos directamente los fenómenos del campo de la física, por ejemplo, llegaremos al enunciado de leyes empíricas que por tal razón admitirán excepciones. En cambio, si de estos mismos fenómenos se toman sus elementos más sencillos y de presentación típica, los representamos por símbolos matemáticos y seguimos con ellos un razonamiento riguroso, manteniendo constante los demás elementos, llegamos a la obtención de leyes exactas que no admitirán discusiones por su falta de cumplimiento sino por el rigor conceptual y lógico que les dió nacimiento.

Análogamente, en el orden económico, las leyes exactas "se construyen en esquemas especiales tomados de la realidad, que eliminan todas las influencias a-causales propias de los hechos empíricos'' [5]. Estos esquemas son los del ''mundo económico simbólico'' y aplicándosele rigurosamente el método deductivo, obtenemos las leyes que llamamos exactas de la economía y que lo son, precisamente, dentro de una organización dada de ella, supone una determinada organización productiva, su correspondiente sistema de distribución, la existencia de una economía natural, monetaria o del crédito; una política económica imperante, un grado de intervención estatal y por lo tanto, la soberanía del mercado en la fijación de los precios, etc. [6]

Estas leyes, al decir de C. Menger, no sólo se nos presentan como carentes de excepción, sino que llevan en sí mismas el carácter de la falta de excepción. [7]

Estas leyes, en consecuencia, perderán actualidad por haberse modificado las condiciones económicas que se tuvieron en cuenta para su enunciación, pero mantendrán el rigor lógico de sus conclusiones, con independencia de las cambiantes ordenaciones de la economía.

Digamos, para terminar, que admitida la analogía entre las leyes de las ciencias naturales y de las ciencias sociales, y particularmente entre las leyes de la física y de la economía, como tan bien nos enseñan Max Plank y Carl Menger, reconozcamos en aquéllas una mayor representación de la realidad pues permite una menor abstracción de ésta al no intervenir, en la determinación de sus fenómenos, el ser humano, ente dotado del libre albedrío, característica que jerarquiza su personalidad mientras actúe conforme a las exigencias superiores de la moral .

Reconocida en las leyes físicas su característica de ser una mayor representación de la realidad, agreguémosle el

---

(5) J. Prados Arrarte, op. cit., pág. 86.
(6) Op. cit., pág. 86.
(7) Op. cit., pág. 63.

privilegio que tienen —si cabe la expresión— frente a las leyes económicas, de poder ser sometidas a comprobaciones en los laboratorios experimentales, al ser posible mantener constantes los elementos que condicionan su resultado, simplificando la realidad. Al economista le está vedado la comprobación experimental de sus leyes. No dispone ni puede disponer de laboratorio alguno.

Estas conclusiones no implica aceptar y menos aun sostener la enunciación de leyes exactas por el camino metodológico de sucesivas abstracciones. No tendrán otro efecto que el de llegar a conclusiones inverosímiles, porque a fuerza de abstracciones se desvincularán completamente de la realidad. Lo que se construya —si es que algo se puede construir por este camino— no será sobre "esquemas especiales tomados de la realidad, que eliminan todas las influencias a-causales propias de los hechos empíricos", sino sobre esquemas especiales desvinculados de ella en el que no sólo se eliminan las influencias a-causales sino que, más aun, se desnaturaliza la causalidad misma.

Las leyes exactas, obtenidas mediante una simplificación de la realidad, que es demasiado variada y compleja, pero siempre dentro del marco de una determinada organización de la economía, deben tener, frente a los fenómenos de la vida real, el valor de leyes empíricas mientras no se modifique sustancialmente el marco de la organización económica considerada.

Creemos que es éste el camino que hará progresar efectivamente a la ciencia económica, constituyéndola definitivamente en un cuerpo orgánico de verdades.

3) **Aspectos cualitativos de la demanda**: Cournot reacciona contra el principio "casi unánimemente admitido" de

que "el precio de los bienes está en razón directa de la demanda y en razón inversa de la oferta". [8]

Luego de rebatir esta afirmación, concluye sosteniendo su carencia de sentido.

Por demanda, no debemos entender, de acuerdo con Cournot, el vago deseo de poseer un bien haciendo abstracción de su precio. No se trata del necesario sino del necesario solvente. Es decir, que se debe tener en cuenta el precio al cual los compradores están dispuestos a adquirir dicho bien, e igualmente, el precio al cual los vendedores están dispuestos a desprenderse del mismo.

He aquí insinuada ya la ley de la demanda en función del precio. Ella es, en general, creciente para valores decrecientes del precio.

Decimos en general, porque hay artículos —los de lujo— cuya demanda se tornaría prácticamente nula, si bajase notablemente de precio como consecuencia de un perfeccionamiento en los métodos de producción o como resultado de algún invento. Cournot pone como ejemplo el diamante en

---

(8) AGOSTINO COURNOT: *Ricerche Intorno ai Principii Matematici della Teorica delle Ricchezze.* — Biblioteca dell'Economista, Serie terza, Volume Secondo, pág. 95, Torino, 1878.

DAVID RICARDO considera que es el costo de producción el que regula en definitiva el precio de las mercancías —*Principios de Economía Política y de Tributación*, Ed. Aguilar, pág. 365—. Rebate —págs. 366-367— el principio sostenido principalmente, en esa época, por J. B. Say —*Traité d'Economie Politique,* Vol. II, pág. 316— y por el conde de LAUDERDALE —*Au Inquiry into the Nature and Origin of Public Wealth,* pág. 13—.

A continuación expresa —pág. 368— que "las mercancías monopolizadas, ya lo sean por un individuo o por una compañía, varían con arreglo a las leyes establecidas por lord Lauderdale: bajan en proporción al aumento de la cantidad que tienen los vendedores, y suben en proporción al deseo que tengan los compradores de adquirirlas; su precio no tiene una conexión necesaria con su valor natural, pero los precios de las mercancías sometidas a la libre competencia y cuya cantidad puede aumentarse a voluntad dentro de ciertos límites dependerá, en definitiva, no del estado de la demanda y de la oferta, sino del aumento o disminución de su costo de producción".

el supuesto de que se pudiese cristalizar con poco gasto el carbono. En tal caso, afirma, el diamante dejaría de ser objeto de lujo y por lo tanto cesaría prácticamente su demanda [9]. Pero casos como éstos son excepcionales y sin mayor significación para la economía.

"Admitamos, pues, que la demanda anual **D**, es para cada mercancía una función particular F(P) del precio **P** de esta mercancía" [10]. Conociendo la forma analítica de esta función para una mercancía dada, estaremos en conocimiento de la ley de la demanda de la misma. Siendo **P** la variable independiente, dándole diferentes valores a **P**, tendremos los correspondientes valores de la función, esto es, de la demanda.

Pero la demanda de una mercancía dada depende de muchos factores. Ella depende o es función del total de la población, de sus réditos monetarios, de sus gustos, de sus costumbres, de los precios de las otras mercancías y de su propio precio. Pero la ley de la demanda enunciada por Cournot aisla la influencia del precio de la mercancía considerada, suponiendo que permanecen constantes todos los demás elementos del equilibrio económico.

Esta concepción es ampliada luego por Walras, al sentar los cimientos de su teoría del equilibrio económico. Dado un rédito monetario de los individuos, éstos destinan del mismo, una parte para el consumo y otra para el ahorro. La demanda de bienes que realizan con la parte de sus réditos destinados al consumo, depende no sólo de los precios de las mercancías que compran, sino también de las que no compran. Una baja de precios en éstas, puede dar lugar a la disminución del consumo de algunas de las otras mercancías con el fin de disponer de recursos suficientes para la

(9) A. Cournot, op. cit., pág. 96.
(10) A. Cournot, op. cit., pág. 96.

compra de las mercancías cuyos precios se han vuelto accesibles para un mayor número de personas.

Llamando P_1 al precio de la mercancía considerada y P_2, P_3, ..., P_n a los precios respectivos de las demás mercancías, la función de demanda vendría expresada por la siguiente relación:

$$D = F(P_1, P_2, P_3, \ldots, P_n) \qquad [1]$$

Esta es la ley de la demanda de la escuela matemática que fué enunciada por Walras en 1875.

La función de demanda enunciada por Cournot viene a constituir ahora un caso particular de la función de demanda walrasiana. En efecto, si suponemos constantes todos los demás precios, la función a **n** variables se convierte en una función a una sola variable:

$$D = F(P) \qquad [2]$$

que es la dada por Cournot.

Tenemos hasta aquí expresada la concepción estática de la demanda. Su forma analítica, si la consideramos en función de una sola variable, nos daría las cantidades demandadas a los diferentes precios en un mercado dado, para un momento dado y suponiendo constantes todos los demás factores del equilibrio.

Para la determinación analítica de la función de demanda, se puede proceder a construir la tabla de demanda representativa por el método de las estimaciones personales. Ella estaría dada por la suma de las tablas individuales de un grupo de personas elegidas de conformidad con lo que nos enseña la moderna teoría de las muestras. Se interrogaría a cada una de éstas sobre la cantidad del artículo considerado que adquirirían a cada precio. Formando luego, con estos datos, la tabla de demanda del grupo, se determinaría su forma analítica por medio del ajustamiento.

Si bien este procedimiento, desde un punto de vista teórico es correcto, es imposible llevarlo a la práctica, puesto que ninguna persona podría apreciar a priori, con alguna exactitud, la cantidad de un artículo que demandaría a cada precio.

Si no admitimos este procedimiento para la determinación analítica de la función de demanda a una variable, sería innecesario hacer resaltar las dificultades mucho mayores que se presentarían si se hacen intervenir los precios de los demás artículos.

Otro procedimiento, que si bien teóricamente no puede compararse con el anterior pero que en la práctica da resultados más satisfactorios, es el de los precios de mercado. Para ello se hace necesario observar las condiciones en que se efectúan los cambios en el mercado, durante un cierto tiempo, formándose las correspondientes series empíricas de los precios y las cantidades. Si se trabaja con los precios de **n** mercancías, será necesario resolver un sistema de **n + 1** ecuaciones con **n + 1** incógnitas, con lo que se requerirá un número grande de observaciones. Pero estas observaciones se realizan a través del tiempo y es consustancial con la sociedad su carácter dinámico, más aun en el orden económico, con lo que sobrevendrán continuos cambios en las condiciones primitivas del mercado.

Se impone la necesidad, en consecuencia, de introducir la variable tiempo en la función de demanda, dado que las observaciones son realizadas durante largos períodos. Matemáticamente ella estaría expresada por la siguiente relación, considerando la función de demanda tipo walrasiana:

$$D = F(P_1, P_2, P_3, \ldots, P_n, T) \qquad [3]$$

con lo que pasamos de la concepción estática a la concepción dinámica de la demanda.

Así como pasábamos de la función de demanda a **n** variables —la de Walras, caso general— a la función de demanda a **una** variable —la de Cournot, caso porticular—, suponiendo constantes los precios P_2, P_3, ..., P_n, así también podemos pasar de la concepción dinámica a la concepción estática de la demanda, reemplazando **T** por T_0.

Antes de pasar a considerar las investigaciones realizadas por M. H. Moore y por H. Schultz, de la escuela americana dentro de la concepción dinámica de la demanda, precisaremos algunas propiedades generales de ésta, que son el resultado de la investigación teórica y de la observación empírica.

Ellas son (11):

a) A cada precio le corresponde una cantidad demandada; esto es, existe una relación funcional determinada y única en el precio y la demanda.

Partimos de la hipótesis, en ésta como en las subsiguientes propiedades, de la existencia de un universo económico rígido, sin que ello signifique que dejemos de reconocer la enorme dificultad que plantea a los estudios económicos, el dinamismo del orden social.

b) La demanda es, en general, una función continua del precio.

Esta propiedad supone la existencia de un gran número de consumidores, de tal manera que las demandas individuales sólo representen una parte infinitesimal frente a la demanda total.

Es necesario tener en cuenta también el principio de sustitución —los bienes del mercado se disputan los réditos de los consumidores— en virtud del cual, el consumo de un artículo es reemplazado por otro cuando su precio alcanza ciertos límites.

(11) René Roy, op cit., pág. 14.

Por todo ello, esta propiedad sólo conserva su validez dentro de ciertos límites en la variación de los precios, que dependerá de la mayor o menor proximidad de sus sustitutos.

c) La demanda, en general, es función decreciente del precio.

Esta propiedad se encuentra confirmada por los estudios realizados sobre las demandas individuales. Recordemos el principio de la satisfacción marginal decreciente. La baja del precio de un artículo —coeteris paribus—, permite adquirir mayor cantidad de ese bien, con igual gasto, disminuyendo así su satisfacción marginal frente a la de los demás bienes. Resulta innecesario observar que cada consumidor individual no seguirá invirtiendo la misma proporción de sus réditos monetarios en dicho bien, pues buscará otra situación de equilibrio que le iguale la satisfacción marginal de todas las mercancías.

En el caso de los individuos que no consumen unidad alguna de este bien, por resultarles prohibitivo, la baja de su precio lo volverá accesible para algunos de ellos.

Excepcionalmente y para artículos de primera necesidad puede crecer la demanda ante una suba del precio, dentro de estrechos límites. Así, por ejemplo, el caso del pan, que proporciona mucha caloría a un costo reducido, si sube su precio, es probable que algunas personas de escasos recursos, en lugar de disminuir sus consumos de este artículo, lo acrecienten. Adquirirán mayores cantidades de este bien y reducirán otros consumos, que pueden ser algunos alimentos apetitosos y de menor poder alimenticio, llevados por la necesidad de obtener la cantidad de alimentos suficientes para satisfacer las exigencias puramente físicas de sus organismos. De igual manera se observa, en algunas familias de ingresos reducidos, que disminuyen sus gastos en pan y aumentan los que realizan en otros alimentos más apetitosos, en el supuesto de que no varíen los precios, cuando crecen sus ingresos monetarios.

d) En general, a un precio nulo corresponde una demanda máxima y finita y a un precio límite una demanda nula.

Esta propiedad se encuentra confirmada por el principio ya insinuado más arriba, al referirnos al carácter decreciente de la satisfacción marginal. El mismo fué enunciado por Gossen y constituye uno de los principios fundamentales de la economía. Su enunciado, en resumen, dice: Un goce cualquiera, prolongándose, decrece, y concluye por extinguirse.

4) **La función de demanda en el cuadro dinámico**: Retomando nuevamente el estudio de la determinación estadística de la función de demanda basada en el método de los precios de mercado, nos abocaremos a la consideración de los resultados obtenidos, en los Estados Unidos, por Moore y por H. Schultz.

Moore idea varios procedimientos tendientes todos ellos a eliminar la influencia del tiempo en la determinación de la función de demanda. Recordemos que para su obtención se parte de los datos que provee el mercado a través del tiempo, produciéndose, en todos los períodos, continuos cambios en sus condiciones primitivas. Ello obliga a tener presente estos cambios, sea en forma implícita, como lo hace Moore, o sea en forma explícita, introduciendo la variable tiempo, como lo hace Schultz.

Entre las diversas formas encaradas por Moore para obtener la forma analítica de la función de demanda, librada de la influencia de los factores dinámicos, tenemos la que se basa en los consumos por habitantes en lugar de los consumos totales, la que se obtiene reemplazando los precios de mercado por el cociente entre éstos y el nivel general de precios, etc.

Así, en la función de demanda de tipo walrasiana, tendríamos:

$$D = F(p_1, p_2, p_3, \ldots, p_n) \qquad [4]$$

Las variables consideradas no representan aquí los precios reales de mercado sino los valores obtenidos después de haberse neutralizado las influencias del tiempo. La variable dependiente también puede adquirir valores ajustados como cuando se trabaja con los datos que nos dan el consumo por habitante, por ejemplo.

Esta función puede asumir diversas formas según el grado de aproximación que se desee y según la naturaleza de las observaciones. Si adoptamos para la función una relación lineal, tendremos:

$$D = a_0 + a_1 P_1 + a_2 P_2 + a_3 P_3 + \ldots + a_n P_n \qquad [5]$$

El problema consiste aquí en el cálculo de los coeficientes indeterminados. Para ello procedemos a resolverlos por el método de la correlación múltiple, al mismo tiempo que dicho procedimiento nos dará el valor del coeficiente de correlación $R_{D, P_1 P_2 P_3 \ldots P_n}$ y el valor del error standard de estimación $S_{D, P_1 P_2 P_3 \ldots P_n}$.

Los valores de estos coeficientes nos permitirán apreciar el grado de aproximación obtenido para la función de demanda, que si no llega a ser aceptable, nos queda libre el camino para optar por otro tipo de mayor complejidad. Así podemos elegir una función de segundo o más grado, si nos inclinamos por las formas polinómicas, o también elegir un tipo de función exponencial, en caso contrario.

Sin embargo, la experiencia nos demuestra que no es necesario llegar a tales extremos, pues el grado de aproximación no varía mucho, prácticamente, si tomamos un reducido número de variables, las más estrechamente ligadas con la variable principal y las ponemos bajo una relación lineal.

Pero los métodos más aceptados de este autor son los conocidos con el nombre de (a) "cadenas relativas" y (b) "razones de tendencia".

a) **Método de las cadenas relativas**: este método consiste en reemplazar, respectivamente, el precio y la cantidad real de cada año, por el cociente obtenido de dividir el precio y la cantidad de cada año por el precio y la cantidad del año precedente.

Este método nos permite neutralizar los efectos dinámicos que se manifiestan en la demanda y en los precios como consecuencia del crecimiento de la población, de los cambios en los gustos, de las variaciones en el nivel general de precios, etc.

Los valores ajustados, en función de los valores reales, vendrían expresados por las siguientes expresiones:

$$p_i = \frac{P_i}{P_{i-1}}$$

$$c_i = \frac{D_i}{D_{i-1}}$$

Estos valores ajustados los llevamos a las respectivas funciones de demanda, que según sea de tipo lineal o elasticidad constante (12), también llamada esta última "demanda de tipo marshalliana" en homenaje al prestigioso economista inglés Alfred Marshall que las introdujo, adquieren las siguientes formas:

$$c = ap + b \qquad [6]$$

$$c = Ap^{\alpha} \qquad [7]$$

Esta última forma puede ser reducida a una función

---

(12) Más adelante veremos el concepto de la elasticidad y su determinación para cada uno de los tipos de demanda considerados.

de tipo lineal si tomamos logaritmos en ambos miembros. En efecto, tenemos:

$$\ln c = \ln A + \alpha \ln p$$

con lo que la función de demanda de tipo marshalliana se transforma en una función lineal para los logaritmos de los valores ajustados de los precios y de las cantidades.

Si reemplazamos en las ecuaciones [6] y [7] los valores ajustados por los reales, tendremos:

$$D_i = a \frac{D_{i-1}}{P_{i-1}} P_i + bD_{i-1} \qquad [8]$$

$$D_i = A \frac{D_{i-1}}{P^{\alpha}_{i-1}} P^{\alpha}_i \qquad [9]$$

O sea, que la demanda para un año cualquiera **i** la expresamos en función del precio para ese mismo año y de la demanda y el precio del año precedente.

b) **Método de las razones de tendencia**: éste es otro de los métodos dados por Moore para aislar con eficacia la influencia de los factores dinámicos en la determinación de la función de demanda. Para su obtención introduce los valores relativos definidos por la relación entre los valores reales y los de la tendencia secular.

Llamando respectivamente T_p y T_D a las curvas cronológicas de los precios y de las cantidades, que pueden adquirir una forma lineal, parabólica o exponencial, los valores ajustados o relativos vienen dados por las siguientes expresiones:

$$p = \frac{P}{T_P}$$

$$c = \frac{D}{T_D}$$

Llevando estos valores a los tipos de funciones de demanda que venimos considerando, tenemos:

$$c = a\,p + b \qquad [10]$$

$$c = A\,p^{\alpha} \qquad [11]$$

La ecuación [11], como ya lo hicimos con la [9] en el método anterior, la podemos expresar en forma lineal, extrayendo logaritmos a ambos miembros.

De las ecuaciones [10] y [11] con valores ajustados, obtenemos, al reemplazar éstos por sus iguales:

$$D = a \frac{T_D}{T_P} P + b\,T_D \qquad [12]$$

$$D = A \frac{T_D}{T_P^{\alpha}} P^{\alpha} \qquad [13]$$

donde la demanda para un año cualquiera viene expresada en función del precio para ese mismo año y de los valores de las curvas de la tendencia secular de las cantidades y de los precios también para ese año.

En este método, como en el anterior, los valores ajustados, obtenidos a través del tiempo, cumplen una misión semejante a los valores que se obtendrían, de ser posible, en una relevación instantánea.

c) **Método de regresión temporal de Schultz**: Observamos como, en los métodos que da Moore para la determinación analítica de la función de demanda, se esfuerza por aislar la influencia del tiempo. Sin embargo, constatamos la introducción de esta variable, aunque en forma indirecta, en el método de las "razones de tendencia", al estar expresada también en función de la tendencia secular de las cantidades y de los precios, además de estarlo en función del precio. Pero los precios y las curvas de tendencias están íntimamente vinculadas, tanto que podemos decir que se condicionan mutuamente.

Schultz supera este inconveniente que se le presenta a Moore, de tener que aislar la influencia del tiempo, introduciendo explícitamente esta variable.

La función de demanda, en la teoría walrasiana del equilibrio económico, vendría expresada, en consecuencia, por la siguiente relación:

$$D = F(P_1, P_2, P_3, \ldots, P_n, T) \qquad [14]$$

donde **T** gozaría de la propiedad de expresar las fluctuaciones de la demanda que no sean debidas a alteraciones en los precios de las mercancías consideradas.

La forma analítica que puede adquirir esta función dependerá del grado de exactitud que busquemos y de la naturaleza del fenómeno estudiado. Previamente, los razonamientos teóricos y las aplicaciones prácticas nos darán los elementos de juicio necesarios para escoger un determinado tipo de función.

La forma más elemental que puede adquirir está dada por una relación lineal de las cantidades demandadas con respecto a su precio y al tiempo. O sea:

$$D = aP + bT + c \qquad [15]$$

Podemos adoptar también una función de segundo grado para la variable tiempo. Simbólicamente tendríamos:

$$D = aP + bT + cT^2 + d \qquad [16]$$

Para ésta, como ya vimos para otras formas de la función de demanda, recurrimos al método de la correlación múltiple para la determinación de sus respectivos parámetros.

Podemos considerar, como lo hace Schultz, una ecuación de demanda tipo marshalliana, a elasticidad constante, vinculada con una forma exponencial para la variable tiempo, con lo que tendremos para esta función, una tasa constante de crecimiento instantáneo. Su forma sería:

$$D = B P^{\alpha} e^{\beta T} \qquad [17]$$

Aplicando logaritmos, esta función adquiere la forma lineal siguiente:

$$\ln D = \ln B + \alpha \ln P + \beta T \qquad [18]$$

o también:

$$d = b + \alpha p + \beta T \qquad [19]$$

donde **d** y **p** representan los logaritmos de las cantidades demandadas y de los precios, respectivamente.

Una forma más compleja para este tipo de función de demanda, estaría dada por:

$$D = B P^{\alpha} e^{\beta T + \gamma T^2} \qquad [20]$$

En la ecuación [15] tenemos un desplazamiento anual constante de la demanda equivalente a **b** unidades, en cambio, en la ecuación [17] tenemos una **tasa** constante de desplazamiento anual de la demanda, además de tener un coeficiente de elasticidad igualmente constante.

Estas ecuaciones dan un ajustamiento ampliamente satisfactorio pero bajo la condición de no tomar para los precios valores alejados de la realidad.

5) **Elasticidad de la demanda**: Una muy importante propiedad de la demanda enunciada en páginas anteriores, es la de que a igualdad de condiciones ella es decreciente para valores crecientes del precio. Esta propiedad, que tiene carácter universal, tanto para la demanda individual como para la demanda del mercado, se presenta con diferente intensidad según la clase de mercancía de que se trate. Para artículos de primera necesidad la inclinación de la curva de la demanda es muy pronunciada, lo que equivale a decir que, ante una baja dada del precio, las cantidades demandadas crecerán en una proporción muy inferior, mientras el precio no llegue a determinados límites donde entre en juego el principio de sustitución.

A diferente conclusión se llega para los artículos de lujo, que frente a variaciones **determinadas del precio,** se observan variaciones de mayor intensidad y de sentido contrario en las cantidades demandadas.

Es de suma importancia dentro del orden económico y social el conocimiento de estos diferentes grados de intensidad de variación de la demanda. Este aspecto constituye un capítulo de mucha importancia en el sentido cuantitativo de la función de demanda.

Dada la relación D = F (P), definimos la elasticidad de esta función para el valor **P** de la variable, como la razón entre el cambio proporcional en **D** y el correspondiente cambio proporcional unitario en **P** [13]:

$$-\alpha = \frac{\dfrac{\triangle D}{D}}{\dfrac{\triangle P}{P}}$$

(13) R. G. D. ALLEN: *Análisis Matemático para Economistas*. — Ed. Aguilar. Traducción. Madrid, 1946, pág. 286.

Dentro de los límites de continuidad de la función, que admitimos como una propiedad en el supuesto de la existencia de un número grande de compradores, transformamos esta expresión en la siguiente:

$$-\alpha = \frac{\frac{dD}{D}}{\frac{dP}{P}}$$

luego:

$$-\alpha = \frac{P}{D}\,\frac{dD}{dP}$$

o también:

$$-\alpha = \frac{d\ \ln D}{d\ \ln P}$$

α es por definición el coeficiente de elasticidad de la demanda y es siempre negativo para cualquier precio, dado el carácter decreciente de esta función. Le anteponemos el signo menos para hacerlo positivo, sin que ello modifique su significado. Su valor es independiente de las unidades de medidas que tomen el precio y las cantidades demandadas.

Si la demanda y el precio están tomados en toneladas y en pesos m/n. respectivamente, el valor del coeficiente de elasticidad no se altera si expresamos dichas magnitudes, por ejemplo, en kilogramos y centavos. En consecuencia, si hacemos $D' = 1.000\,D$ y $P' = 100\,P$, el coeficiente de elasticidad para estas nuevas magnitudes viene expresado por:

$$-\alpha = \frac{P'}{D'}\,\frac{dD'}{dP'}$$

pero

$$\frac{P'}{D'}\,\frac{dD'}{dP'} = \frac{100\,P}{1.000\,D}\cdot\frac{d\ 1.000\,D}{d\ 100\,P} = \frac{100\,P}{1.000\,D}\,\frac{1.000\,dD}{100\,dP}$$

de donde

$$\frac{P'}{D'}\frac{dD'}{dP'} = \frac{P}{D}\frac{dD}{dP}$$

propiedad importante del coeficiente de elasticidad que nos demuestra su independencia de las unidades de medidas en que vengan expresadas las variables.

Si consideramos constante al coeficiente de elasticidad, como lo hace Marshall, que es una hipótesis de trabajo muy aproximada a la realidad mientras no nos apartemos exageradamente de las cantidades y de los precios corrientes del mercado, tenemos planteada la siguiente ecuación diferencial:

$$-\alpha_0 = \frac{P}{D}\frac{dD}{dP}$$

que resuelta (14) nos da la siguiente función a escala logarítmica, conocida con el nombre de función de demanda marshalliana:

$$\ln D = -\alpha_0 \ln P + \ln K \qquad [21]$$

Tomando antilogaritmos:

$$D = K P^{-\alpha_0} \qquad [22]$$

---

(14) De $$-\alpha_0 = \frac{P}{D}\frac{dD}{dP}$$ pasamos a

$$\frac{dD}{D} = -\alpha_0 \frac{dP}{P}$$

e integrando ambos miembros de esta igualdad y colocando la constante de integración en forma logarítmica, tenemos:

$$\int \frac{dD}{D} = -\alpha_0 \int \frac{dP}{P}$$

$$\ln D = -\alpha_0 \ln P + \ln K$$

La representación gráfica de esta función a escala logarítmica de precios y cantidades, nos da una recta cuyo coeficiente angular es igual al coeficiente de elasticidad de la función considerada que es, como ya vimos para este caso, constante.

En efecto, de la ecuación [21] tenemos:

$$\frac{d \ln D}{d \ln P} = -\alpha_0$$

que es igual a:

$$\frac{P}{D}\,\frac{dD}{dP}$$

en la ecuación [22].

Para $\alpha_0 = 1$ nos queda:

$$D = KP^{-1} \quad \therefore \quad DP = K$$

Que es la ecuación de la hipérbola equilátera referida a sus asintotas. Para este caso tenemos una curva de ingreso total constante.

Representada gráficamente, a escala logarítmica de precios y cantidades, obtenemos una recta cuyo coeficiente angular es igual a -1, que es a su vez, el valor del coeficiente de elasticidad.

6) **Flexibilidad del precio**: La recíproca del coeficiente de elasticidad nos define la flexibilidad del precio. Este concepto fué introducido por Moore. Aquí nos estamos refiriendo, como lo venimos haciendo para la elasticidad de la demanda, a la flexibilidad del precio para una curva instantánea y no a la flexibilidad cíclica ni a la flexibilidad estructural.

Por flexibilidad cíclica de los precios entendemos la sensibilidad de éstos ante las fluctuaciones del ciclo económico. Así son mercancías "ciclo-sensibles" en cuanto al precio, las que varían rápidamente frente a los cambios del ingreso nacional.

La flexibilidad estructural de los precios nos expresa el ajuste secular de dicha estructura de precios ([15]).

De acuerdo con el concepto de flexibilidad del precio y llamando η a su valor numérico, tendremos:

$$-\eta = -\frac{1}{\alpha} = \frac{D}{P}\,\frac{dP}{dD}$$

Al mismo resultado llegamos, evidentemente, si partimos de la función inversa de la demanda:

$$P = F(D)$$

cuya elasticidad:

$$-\eta = \frac{D}{P}\,\frac{dP}{dD}$$

nos define la flexibilidad del precio.

Para valores de η mayores que la unidad tenemos precios flexibles que se corresponden con una demanda inelástica y recíprocamente, para valores de η menores que la unidad, tenemos precios inflexibles o lo que es lo mismo demanda elástica.

Para un valor de η igual a uno se dice que el precio no es ni flexible ni inflexible y se corresponde también con un valor unitario de α lo que nos expresa que la demanda no es ni elástica ni inelástica.

---

(15) Alvin H. Hansen: *Política Fiscal y Ciclo Económico*. — Traducido por el F. C. E.— México, 1945, págs. 345-47.

Su determinación cuantitativa es de importancia, más aun después de la reacción que se operó en la moderna teoría monetaria contra el orden de sucesión establecido que iba desde el precio al nivel del consumo y desde éste al nivel de la producción.

Este orden de sucesión es válido para los artículos que se producen en régimen de competencia perfecta o próximo a ella, no así en la producción de bienes y servicios donde los empresarios gocen de marcadas fuerzas monopólicas. En tal situación tienen un cierto control sobre los precios.

En el conjunto de acciones y reacciones que pueden producirse entre estos elementos — demanda, precio y producción— podemos observar que a una variación en la demanda le corresponde, en unos casos, una alteración en igual sentido sobre los precios y la producción y en otros, como consecuencia de los fuertes poderes de monopolio de que gozan los empresarios, los efectos de aquella variación se observarían sobre uno de los elementos restantes, manteniéndose el otro sensiblemente constante.

Cuando las modificaciones que inciden sobre la demanda actúan sobre la producción, la relativa estabilidad del precio amplifica esta variación (16).

7) **Elasticidad de algunas de las funciones de demanda consideradas**: Al estudiar la ley de demanda de la escuela matemática, expresada simbólicamente por la ecuación [1], vimos que ella es función de **n** variables, que son: el precio de la mercancía considerada y los precios de otras **n — 1** mercancías.

La determinación de su elasticidad nos lleva a hacer uso de la derivación parcial, para obtener el correspondiente

(16) LESTER V. CHANDLER: *Introducción a la Teoría Monetaria.* — Traducido por el F. C. E. — México, 1947, pág. 31.

coeficiente de elasticidad con respecto a cada uno de los precios.

El coeficiente de elasticidad parcial de la demanda con respecto a P_1, es, en consecuencia:

$$-\alpha_1 = \frac{P_1}{D} \frac{\delta D}{\delta P_1}$$

A su vez, el coeficiente de flexibilidad parcial del precio P_1 con respecto a la demanda, viene dado por la siguiente relación:

$$-\eta_1 = \frac{D}{P_1} \frac{\delta P_1}{\delta D}$$

En forma semejante podemos obtener los coeficientes parciales de elasticidad: α_2, α_3, ... , α_n; como así también los valores respectivos de los coeficientes parciales de flexibilidad del precio: η_2, η_3, ... , η_n.

El coeficiente de mayor significación está dado, para la elasticidad de la demanda, por el que nos mide la relación de la mercancía considerada con respecto a su propio precio y recíprocamente, para la flexibilidad del precio, por el que nos expresa la relación existente entre el precio de la mercancía dada y la cantidad demandada de ésta.

El valor del coeficiente de elasticidad para los tipos de funciones de demanda introducidas por Moore, vendrían dadas por distintas expresiones, según que consideremos las que surgen del método de "las cadenas relativas" —ecuaciones [6] y [7]— o las que obtenemos por el método de "las razones de tendencia" —ecuaciones [10] y [11]—.

Para las primeras tendremos, si tomamos la ecuación lineal con valores ajustados:

$$\alpha = \frac{p}{c}\,\frac{dc}{dp} = a\,\frac{p}{c}$$

y pasando a los valores reales nos queda:

$$\alpha = a\,\frac{D_{i-1}}{P_{i-1}}\,\frac{P_i}{D_i}$$

Si tomamos la función tipo marshalliana tendremos para el coeficiente de elasticidad el valor del exponente α de la función, sea que trabajemos con los valores ajustados o con los reales.

Así tendremos, respectivamente:

$$\alpha = \frac{p}{c}\,.\,\frac{dc}{dp} = \frac{p\,.\,\alpha\,A\,p^{\alpha-1}}{c} = \frac{\alpha A\,p^{\alpha}}{A\,p^{\alpha}} = \alpha$$

y:

$$\alpha = \frac{P_i}{D_i}\,\frac{dD_i}{dP_i} = \frac{P_i\,.\,\alpha\,.\,A\,.\,\dfrac{D_{i-1}}{P^{\alpha}_{i-1}}\,P_i^{\alpha-1}}{A\,\dfrac{D_{i-1}}{P^{\alpha}_{i-1}}\,P^{\alpha}_i} =$$

$$= \frac{\alpha\,.\,A\,.\,\dfrac{D_{i-1}}{P^{\alpha}_{i-1}}\,P^{\alpha}_i}{A\,\dfrac{D_{i-1}}{P^{\alpha}_{i-1}}\,P^{\alpha}_i} = \alpha$$

Para las funciones de demanda obtenidas por el método de "las razones de tendencia", tendremos para el coeficiente de elasticidad, si trabajamos sobre la ecuación lineal:

$$\alpha = \frac{p}{c} \cdot \frac{dc}{dp} = a \frac{p}{c}$$

y pasando a los valores reales tendremos:

$$\alpha = a \frac{T_D}{T_P} \frac{P}{D}$$

Trabajando sobre la curva de demanda a elasticidad constante, tendremos para el coeficiente de elasticidad, como ya vimos para el método de "las cadenas relativas", un valor igual al exponente de dicha función.

En efecto:

$$\alpha = \frac{p}{c} \frac{dc}{dp} = \frac{p \cdot \alpha \cdot A\, p^{\alpha-1}}{c} = \frac{\alpha \cdot A\, p^{\alpha}}{A\, p^{\alpha}} = \alpha$$

Igualmente tendremos, para la ecuación [13] con valores naturales:

$$\alpha = \frac{P}{D} \frac{dD}{dP} = \frac{P \cdot \alpha \cdot A \cdot \dfrac{T_D}{T_P^{\alpha}} P^{\alpha-1}}{D} =$$

$$= \frac{\alpha \cdot A \dfrac{T_D}{T_P^{\alpha}} P^{\alpha}}{A \dfrac{T_D}{T_P^{\alpha}} P^{\alpha}} = \alpha$$

El valor del coeficiente de elasticidad para la función de demanda obtenida por el método de "la regresión temporal'' de Schultz viene dado por la siguiente expresión, si consideramos la ecuación [15] de primer grado a dos variables:

$$\alpha = \frac{P}{D}\,\frac{dD}{dP} = a\,\frac{P}{D}$$

A su vez, al figurar en esta ecuación en forma explícita la variable tiempo, nos permite calcular la tasa instantánea de crecimiento o tasa anual de ''desplazamiento de la demanda'', como corrientemente se la llama, para un año determinado.

Representándola por β, tendremos:

$$\beta = \frac{1}{D}\,\frac{\delta D}{\delta T} = \frac{1}{D}\,.\,b = \frac{b}{a\,P + b\,T + c}$$

Para la función considerada observamos que le corresponde una tasa variable de desplazamiento de la demanda, frente a una variación absoluta constante, igual a **b** unidades por año.

En la concepción marshalliana de la función de demanda dada por Schultz, tenemos, para el coeficiente de elasticidad, le valor del exponente α de la función:

$$\alpha = \frac{P}{D}\,.\,\frac{\delta D}{\delta P} = \alpha$$

Al mismo resultado llegamos si tomamos la ecuación [18], a escalas logarítmicas. Tendremos entonces para el coeficiente de elasticidad:

$$\alpha = \frac{\delta\ \ln D}{\delta\ \ln P} = \alpha$$

La tasa de desplazamiento de la demanda también es constante para este tipo de función.

Su valor está dado, en la ecuación [17], por:

$$\beta = \frac{1}{D} \frac{\delta D}{\delta T} = \frac{\beta . B\, P^{\alpha}\, e^{\beta T}}{B\, P^{\alpha}\, e^{\beta T}} = \beta$$

Y en la ecuación [18], a escalas logarítmicas, por:

$$\beta = \frac{\delta \ln D}{\delta T} = \beta$$

El valor del coeficiente de elasticidad de este tipo de función, como el de su tasa de desplazamiento anual, es constante para cualquier valor de **P** y de **T**, a diferencia de la anterior en donde era constante la variación absoluta de las cantidades demandadas y del desplazamiento anual de la demanda.

El coeficiente de flexibilidad del precio vendrá dado, conforme a la definición del mismo, por la recíproca del valor del coeficiente de elasticidad de la función de demanda que consideremos.

Si ésta sigue una ley rigurosa de formación, es decir que para el o los valores reales de la o de las variables, según que trabajemos con una ó más variables, obtenemos para los valores teóricos de la función resultados iguales a los reales — dándonos en consecuencia para el coeficiente de correlación un valor igual a la unidad—, será correcto calcular la flexibilidad del precio tomando directamente la recíproca del coeficiente de elasticidad de la demanda. En caso contrario, será necesario obtener el coeficiente de elasticidad de la función inversa, que es, por definición, el valor del coeficiente de flexibilidad del precio, al estar éste expresado en función de la demanda.

Para la función de demanda tipo marshalliana de Schultz —la ecuación [17]— teníamos:

$$D = F(P, T)$$

Para calcular el coeficiente de flexibilidad del precio debemos partir de la función inversa:

$$P = F(D, T) = B\,D^{\eta}\,e^{\delta T}$$

que deberá obtenerse mediante un nuevo ajustamiento, siendo η el valor de dicho coeficiente.

En caso contrario corremos el riesgo de obtener valores alejados de la realidad, que se distanciarán más cuanto menor sea el grado de correlación existente.

8) **La variación de los precios y el ingreso total:** Para el caso excepcional de que el coeficiente de elasticidad sea igual a la unidad, las alteraciones sobrevinientes en la demanda no modificarán el ingreso total que es constante. Pero para el caso, el más frecuente, de un coeficiente distinto de uno, el ingreso total varía frente a un cambio en los precios.

El conocimiento del sentido de esta variación del ingreso es de muchísima importancia tanto para los productores monopolistas como para los gobernantes.

Los primeros buscarán el nivel de consumo al cual le corresponda la máxima utilidad; en cambio, al gobernante la cuestión se le plantea en otro terreno. El tratará de maximizar el producido de un impuesto, si no se guía por otras consideraciones que las puramente fiscales. La historia está llena de ejemplos que nos ilustran al respecto. Benham [17] cita el caso de un Ministro de Hacienda inglés que tuvo que

(17) Frederic Benham: *Curso Superior de Economía.* — Traducido por el F. de C. E. — México, 1946, pág. 51.

derogar un aumento del gravamen sobre los vinos espumosos, pues la contracción de la demanda fué proporcionalmente más intensa que el crecimiento del precio, a tal punto que no sólo anuló la mayor recaudación esperada, sino que, peor aun, fué menor que antes.

René Roy [18] cita también algunos ejemplos de esta naturaleza, con respecto a los efectos observados en Inglaterra y Francia, ante variaciones en las tarifas postales. El caso de Inglaterra, que en 1840, a iniciativa de Rowland Hill, se efectúa una rebaja uniforme de las tarifas y se obtiene un déficit de un millón de libras, cuando lo previsto eran 300.000.

Igualmente en Francia las rebajas de las tarifas postales efectuadas en 1878 y en 1906 dieron lugar a una disminución de la recaudación total.

Estos resultados son lógicos de preverse si reparamos en la inelasticidad de la demanda de estos servicios.

A resultados muy interesantes se llega si trabajamos sobre el ingreso total.

Llamándolo **R** tendremos que:

$$R = PD$$

y diferenciando logarítmicamente nos queda [19]:

$$\frac{dR}{R} = \frac{DP}{P} + \frac{dD}{D}$$

Teniendo presente la definición de elasticidad, damos a esta última expresión la siguiente forma:

$$\frac{dR}{R} = \frac{dP}{P}(1 - \alpha) \qquad [22]$$

(18) René Roy, op. cit., págs. 28-29.
(19) De R = P D tenemos que:

De esta igualdad deducimos que si el coeficiente de elasticidad es igual a la unidad, tenemos que $(1 - \alpha) = 0$ y el ingreso marginal $dR = 0$, lo que nos ratifica lo ya expresado: cuando $\alpha = 1$, el ingreso total es constante para cualquier valor de **P**.

Para $(1 - \alpha) > 0$, lo que nos dice que el coeficiente de elasticidad es menor que la unidad, el ingreso total varía en el mismo sentido que el precio y por lo tanto, en sentido contrario de las cantidades demandadas; le corresponde en consecuencia una curva de tipo inelástica.

En la ecuación [22] tenemos que $\dfrac{dR}{R}$ y $\dfrac{dP}{P}$ nos ex-

$$\ln R = \ln P + \ln D$$

$$d \ln R = d \ln P + d \ln D$$

de donde:

$$\frac{dR}{R} = \frac{dP}{P} + \frac{dD}{D}$$

presan el crecimiento relativo de **R** y **P** respectivamente, para un incremento dado de **P**, o lo que es lo mismo, la tasa de crecimiento correspondiente del ingreso total y del precio, para ese valor de **P**. Si tenemos para α un valor de 0,70, el ingreso total se verá incrementado en un 0,30 —$(1 - \alpha) = 0{,}30$— de la tasa de crecimiento del precio. Si ésta, $\dfrac{dP}{P}$, es igual a 0,08, la tasa de crecimiento del ingreso total, $\dfrac{dR}{R}$, es igual a 0,024 para ese valor de **P**.

Si tuviésemos una baja en el precio, $\dfrac{dP}{P}$ sería negativo al serlo **dP**; luego, el incremento **dR** será negativo también. Recordemos que es $(1 - \alpha) > 0$.

A conclusiones opuestas llegamos cuando es $(1 - \alpha) < 0$. En este supuesto tenemos para α un valor superior a uno; luego, el ingreso total varía en sentido contrario del precio y en consecuencia, en el mismo sentido de las cantidades demandadas. Para este valor de α tenemos una curva de demanda elástica.

Si consideramos un caso concreto, como lo hicimos en el supuesto anterior, y damos a α un valor de 2,60 por ejemplo, tenemos que $(1 - \alpha) = -1{,}60$; luego, el ingreso total tendrá una tasa de crecimiento igual a $\dfrac{dP}{P} \,.\, (-1{,}60)$ para el valor de **P** considerado.

Ahora bien, si tenemos para **P** un incremento positivo, el ingreso total **R** disminuirá, al adquirir $\dfrac{dR}{R}$ un valor negativo. Si el incremento **dP** es negativo, la tasa de crecimiento $\dfrac{dR}{R}$ será positiva para ese valor de **P** —resultado de multiplicar $\dfrac{dP}{P}$, negativo, por menos 1,60— con lo que **R** crecerá.

De la ecuación [22] y recordando que $R = P\,D$, llegamos a:

$$dR = dP \,.\, (1 - \alpha)\, D$$

que nos permite obtener directamente el valor del crecimiento absoluto **R** [20].

Hemos adoptado como hipótesis de trabajo un coeficiente constante de elasticidad. Sus resultados son muy satisfactorios siempre que no nos apartemos demasiado del precio corriente del mercado. Recordemos al respecto la propiedad **d** de la función de demanda, donde afirmamos la existencia de cantidades y precios límites, que son fini-

Fig. 1

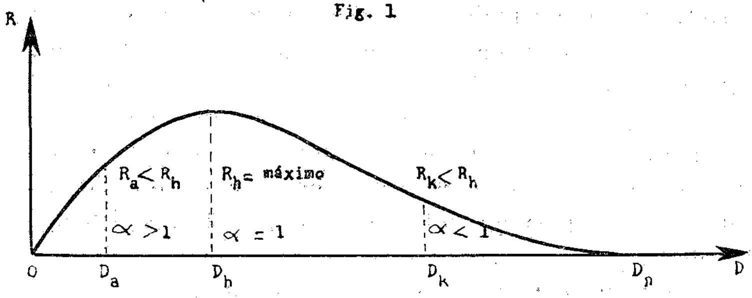

FIGURA 1

tos, para los cuales corresponden, respectivamente, precios y cantidades nulas. Para estos extremos, el ingreso total es nulo.

Por otra parte, la propiedad **b**, nos dice, que la "demanda es función continua del precio"; luego, el ingreso total es también una función continua que se anula para un valor de **D** igual a cero y para un valor límite de **D** que lo llamaremos D_n.

Si trabajando dentro de los límites de cotinuidad de esta función ella se anula para dos valores extremos de **D**, su derivada se anulará también para un valor de **D** comprendido entre cero y D_n (ver fig. 1). Este valor de **D** que

(20) Cuando trabajamos en el campo finito, debemos reemplazar los símbolos dR y dP por ΔR y ΔP respectivamente.

nos hace nula la derivada, es el nivel de consumo para el cual tenemos el máximo ingreso total.

De la ecuación [22] obtenemos:

$$dR = 0$$

de donde:

$$\alpha = 1$$

Para el punto en que **dR** es igual a cero vemos que le corresponde a la demanda un coeficiente de elasticidad igual a uno; a su vez este punto divide a la curva del ingreso en dos partes, correspondiente la primera a una demanda elástica y la segunda a una inelástica, dado que el ingreso total es creciente hasta llegar a este punto máximo, a partir del cual comienza a decrecer, por tener ya una tasa de crecimiento de la demanda inferior a la tasa de decrecimiento del precio.

Surge de aquí, con toda evidencia, la importancia que tiene para el productor monopolista, como ya lo destacamos, el conocimiento del coeficiente de elasticidad; y por consiguiente, saber sobre cual de las dos partes de la curva del ingreso total se encuentra, conociendo la cantidad que de dicha mercancía absorbe el mercado.

Para el gobernante su importancia no sólo radica en sus objetivos fiscales de obtener la máxima recaudación impositiva de la mercancía gravada, sino, en mayor grado aun, como instrumento de alta política económica, persiguiendo la redistribución de la riqueza.

Desde luego, es de interés puramente individual el conocimiento de la elasticidad de la demanda de una mercancía por parte del empresario monopolista y su manejo ha de chocar, con seguridad, con el interés social del primero.

Observamos que para éste no basta el conocimiento de la curva de demanda, y por consiguiente de su elasticidad y del consumo al cual obtiene el máximo ingreso total, sino también, pues le es fundamental, debe tener conocimiento de la curva del costo para así buscar no el ingreso máximo, sino, el máximo beneficio. Este vendrá dado por el consumo al cual la derivada de la curva del beneficio —ingresos menos costos totales— sea igual a cero.

Es evidente que a esta curva le caben análogos razonamientos que a la del ingreso. Ella también es una función continua si lo es la función de demanda, pero los valores extremos para los cuales se anula son menos amplios. Estamos en el supuesto de que existe, por lo menos, un intervalo infinitesimal en el total de la cantidad producida para la cual le corresponde un precio de venta superior al precio de mosto. Suponemos también la existencia de un precio único, pues no olvidemos que el monopolista puede fijar precios múltiples, diferenciando los bienes o servicios producidos.

Con estas consideraciones introducimos un elemento concreto, cuantitativo, en los estudios de las curvas de demanda y el análisis de las variaciones del ingreso total. Estamos ya en condiciones de apreciar, con bastante aceptabilidad, en cuanto ha de variar la cantidad demandada frente a una alteración en el precio, valorar el crecimiento absoluto del ingreso y por lo tanto, las tasas de crecimientos de éste y de la demanda que corresponden a una tasa dada, positiva o negativa, de crecimiento del precio.

9) **Determinación analítica de la función de demanda del vino en nuestro país**: De entre los diferentes métodos considerados más arriba, escogemos el dado por Schultz, el método de la "regresión temporal" a elasticidad constante, para la obtención de la función de demanda del vino en la República Argentina, y de los coeficientes

y los valores que nos han de servir de ayuda para su mejor interpretación.

Consideraremos la demanda real o consumo y el precio anual de los vinos nacionales para el período 1932/42.

Años	T	D Consumo vinos nacionales (en millones de ls.)	P (*) Precio por mayor (en m$n por c/100 ls.)
1932	0	410,4	36,0
33	1	446,2	28,9
34	2	549,3	21,9
35	3	617,1	23,5
36	4	661,9	22,6
37	5	722,5	25,4
38	6	702,7	25,0
39	7	723,2	27,0
40	8	724,6	27,9
41	9	756,8	28,9
42	10	749,8	35,7

(*) Vino tinto sobre vagón Mendoza "casco usado" hasta 1941; en adelante "sin casco". — *Fuente*: Memorias de la Junta Reguladora de Vinos.

La función considerada por Schultz era:

$$D = B\,P^{\alpha}\,e^{\beta T}$$

y tomando logaritmos, a fin de darle una relación lineal, tenemos [21]:

$$\log. D = \log. B + \alpha \log. P + \beta\, T \log. e$$

(21) Para mayor comodidad en el cálculo trabajamos aquí con logaritmos decimales.

igualdad que las expresamos en la siguiente forma:

$$d = b + \alpha p + \beta' T$$

con lo que nos queda libre el camino para la obtención de sus respectivas constantes por el método de la correlación múltiple.

Así llegamos a:

$$d = 3{,}401.734 - 0{,}514.758\ p + 0{,}027.171\ T$$

Tomando antilogaritmos nos queda:

$$D = 2.521{,}91\ P^{-0{,}514.758}\ 10^{0{,}027.171\ T}$$

Que en definitiva resulta, con la base **e** para el último factor del segundo miembro

$$D = 2.521{,}91\ P^{-0{,}515}\ e^{0{,}063\ T}$$

El valor del coeficiente de correlación $R_{D\,,\,PT}$ es de 0,97; ello no permite sostener la existencia de una estrecha relación funcional entre la demanda y sus dos variables independientes.

Para el error standard de estimación tenemos el siguiente valor, expresado en logaritmos, $S_d = S_{\log.\ D} = 0{,}020$ que evidentemente, dado el alto grado de correlación obtenido, es bastante inferior a la desviación standard $\sigma_d = 0{,}089$ también expresada en logaritmos decimales.

El valor de 0,020 obtenido para el error standard significa en la hipótesis de una distribución normal o próxima a ella, que existe una probabilidad de 0,68 de que los logaritmos de los valores reales estén comprendidos entre el logaritmo de los respectivos valores teóricos y $\pm$ 1 $S_{\log.\ D}$:

De este valor de $S_{\log.\ D}$ podemos pasar, teniendo presente las propiedades de los logaritmos, a S_D lo que nos permite interpretarlo en función de los valores reales.

$$S_D = \text{anti.log. } S_{\log.\ D} = 1{,}046$$

Y teniendo en cuenta lo expresado más arriba para $S_{\log\ D}$ tenemos que de cada 100 valores reales de la función existe la probabilidad de que 68 estén comprendidos entre el correspondiente valor teórico multiplicado por 1,046 para el límite superior y dividido por ese mismo valor para el límite inferior.

A fin de darle una forma de más fácil interpretación, lo expresaremos en porcentajes de los valores teóricos o ajustados.

Tomando antilogaritmos de $\pm\ S_{\log\ D}$ tenemos respectivamente, los valores de 1,046 y 0,956 para S_D. Esto significa que los valores reales tienen una probabilidad del 68 por 100 de no ser inferior al 95,6 por 100, ni superior al 104,6 por 100 del valor teórico. Es decir que, para un año cualquiera, se tiene la probabilidad de 68 por 100 de que la demanda efectiva de vino en ese año no sea superior ni inferior a 104,6 y 95,6 por 100, respectivamente, de la demanda teórica que le corresponda para dicho año, obtenida de la ecuación de regresión respectiva .

Para los valores de $\pm 2\, S_{\log\ D}$ y $\pm 3\, S_{\log\ D}$ la probabilidad es de 95 y 99,7 por 100 respectivamente, de que el logaritmo de la demanda efectiva de vino para un año dado no sea superior ni inferior $\pm 2\, S_{\log\ D}$ y $\pm 3\, S_{\log\ D}$ del logaritmo de la demanda teórica o estimada de dicho año.

Expresadas estas magnitudes en porcentajes de los valores teóricos, tenemos

$$\text{ant.-log } (\pm 2\, S_{\log\ D}) = 0{,}913 \text{ a } 1{,}095$$
$$\text{ant.-log } (\pm 3\, S_{\log\ D}) = 0{,}873 \text{ a } 1{,}146$$

Estas apreciaciones las podemos comprobar prácticamente en el cuadro siguiente donde de once valores, ocho están

Años	D Consumo real	D' Consumo estimado	T.: 68 % - R.: 73 %		T.: 95 % - R.: 91 %		T.: 99,7% -R.: 100%	
			0,956 D'	1,046 D'	0,913 D'	1,095 D'	0,873 D'	1,146 D'
1932	410,4	398,7	381,1	417,0	364,0	436,5	348,0	456,9
33	446,2	475,2	454,3	497,1	433,9	520,4	414,9	544,6
34	549,3	583,5	557,9	610,4	532,8	639,0	509,4	668,7
35	617,1	599,1	572,7	626,6	546,9	656,0	523,0	686,5
36	661,9	650,7	622,1	680,6	594,1	712,5	568,0	745,7
37	722,5	652,3	623,6	682,3	595,5	714,3	569,4	747,5
38	702,7	700,1	669,3	732,3	639,2	766,6	611,2	802,3
39	723,2	716,3	684,8	749,3	654,0	784,4	625,4	820,9
40	724,6	749,8	716,8	784,3	684,6	821,1	654,6	859,3
41	756,8	783,9	749,4	820,0	715,7	858,4	684,3	898,3
42	749,8	748,5	715,6	782,9	683,4	819,6	653,4	857,8

comprendidos dentro de una vez el error standard, es decir el 73 %; diez se encuentran dentro de dos veces el error standard — $(\pm S_D)^2$ = ant. - log $(\pm 2S_{\log D})$ — que equivale a un 91 % y todos están dentro de tres veces el error standard, es decir el 100 %.

En cuanto al coeficiente de elasticidad, éste es constante para cualquier valor de la función de demanda:

$$\alpha = -0{,}515$$

En consecuencia, ante una variación del uno por ciento del precio en un año determinado, las cantidades demandadas variarán en sentido contrario y en una proporción equivalente a 0,515 de ese uno por ciento para dicho año.

$$\text{Si} \qquad \frac{dP}{P} = 0{,}01 \qquad y \qquad \alpha = -0{,}515$$

$$\frac{dD}{D} = -0{,}515 \times 0{,}01 = -0{,}00515$$

El ingreso total será menor a medida que los precios bajen y mayor para precios crecientes.

En el supuesto considerado de un aumento del uno por ciento en el precio, le corresponde al ingreso una tasa positiva de crecimiento equivalente a 0,485 por ciento del ingreso primitivo.

$$\frac{dR}{R} = 0{,}01\ (1 - 0{,}515) = 0{,}00485$$

La tasa anual de desplazamiento de la demanda es:

$$\beta = 0{,}063$$

lo que nos permite afirmar que si el precio en un año dado se mantuviera constante, la demanda de vino, en ese año, crecerá en una proporción equivalente al 6,30 por 100.

Esta función de demanda es por lo tanto inelástica, con un fuerte desplazameinto ascendente a través del tiempo, como consecuencia de su alta tasa anual de crecimiento.

La flexibilidad del precio está dada, por definición, por la recíproca del valor del coeficiente de elasticidad; pero si procedemos a obtener la función inversa de la demanda, despejando la variable precio, nos da para esta nueva función, un coeficiente de elasticidad —que viene a ser el valor del coeficiente de flexibilidad del precio— diferente del que surge del obtenido por el procedimiento de la recíproca.

La razón de esta diferencia es debida a la inexistencia de una ley rigurosa de variación entre el precio, la demanda y el tiempo; luego, las ecuaciones de regresión no son reversibles. Es el único caso en que lo son, es cuando el coeficiente de correlación múltiple es igual a la unidad y por lo tanto, el error standard de estimación es igual a cero; en tal caso, los valores teóricos de la función coincidirán exactamente con los valores reales.

Para la ecuación:

$$P = f(D, T) = B D^{\eta} e^{\delta T}$$

el valor del coeficiente de flexibilidad del precio es:

$$\eta = -1{,}469$$

lo que está de acuerdo con la teoría, que nos dice que a una demanda inelástica le corresponde un precio flexible.

Pero si bien es cierto que la demanda, como las demás fuerzas que actúan en el sistema económico, es causa y a su vez efecto en la compleja relación de interdependencia de los fenómenos económicos, consideramos a la oferta, en nuestro caso particular, como determinante de mayor importancia.

Por lo tanto, determinaremos el precio en función de la oferta —producción del último año más las existencias de los años anteriores— y el tiempo.

Analíticamente adquiere esta función la siguiente forma:

$$P = B\,Q^{\eta}\, e^{\delta T}$$

de donde:

$$P = 2.826{,}53\ Q^{-0{,}704}\ e^{0{,}046}$$

para los datos del cuadro siguiente, en el que incluimos, en la última columna, los valores ajustados de la función.

Años	T	Q Oferta (Stock + Prod. en millones de ls.)	P Precio por mayor (en m$n c/100 ls.)	P' Precio Estimado
1932	0	566,4	36,0	32,5
33	1	890,5	28,9	24,8
34	2	1.065,4	21,9	22,9
35	3	886,5	23,5	27,3
36	4	898,7	22,6	28,3
37	5	1.101,9	25,4	25,7
38	6	1.381,5	25,0	22,9
39	7	1.231,0	27,0	26,0
40	8	1.141,2	27,9	28,7
41	9	1.183,2	28,9	29,4
42	10	1.092,3	35,7	32,5

Fuente: Memorias de la Junta Reguladora de Vinos.

El valor del coeficiente de flexibilidad del precio es:

$$\eta = -0{,}704$$

resultado inesperado dada la inelasticidad de la demanda.

En cuanto a la justificación de este coeficiente, debemos observar que partimos para el análisis de estas series, del año 1932, época en que nuestra economía se encontraba en el punto más bajo de la Gran Depresión. Dos años después, en diciembre de 1934, se sanciona la ley 12.137 creando la Junta Reguladora de Vinos para que atacase a fondo, con las armas que la misma ley ponía en sus manos, el grave problema del exceso de producción y adaptase ésta al consumo.

La Junta limita la producción mediante planes de emergencia. Una de sus más inmediatas consecuencias se refleja en los precios, que de otra manera hubieran sufrido una caída brusca, dada la inelasticidad de la demanda, con la consiguiente quiebra de empresas, más que de las marginales, de las que no se encontraran económicamente preparadas para hacer frente a una depresión de varios años.

La acción unilateral de la Junta, por cuanto actuó únicamente sobre la oferta sin que se le hayan acordado facultades legales para hacerlo sobre el consumo, se manifiesta a través de su tasa anual de crecimiento del precio que toma un valor de 0,046.

Comparada esta tasa con la obtenida para la demanda —$\beta = 0{,}063$— que estaba librada a sus propias fuerzas, pues vimos que no fué objeto de ninguna medida tendiente a incrementarla— observamos una diferencia de 1,70 %.

El coeficiente de correlación obtenido es $R_{P,QT} = 0{,}73$. Si bien expresa una alta correlación, no se aproxima a la obtenida para la demanda.

Para el error standard de estimación, expresado en logaritmos, tenemos:

$$S_{\log P} = S_p = 0,047$$

resultado esperado, dado el menor grado de correlación existente.

Expresado en valores reales, tenemos para el error standard:

$$S_P = 0,898 \quad a \quad 1,113$$

de los precios ajustados.

Para $\pm 2\,S_{\log P}$ y $\pm 3\,S_{\log P}$ tenemos, respectivamente:

$$(\pm S_P)^2 = \text{ant.-log}\ (\pm 2\,S_{\log P}) = 0,807 \ a \ 1,240$$

$$(\pm S_P)^3 = \text{ant.-log}\ (\pm 3\,S_{\log P}) = 0,724 \ a \ 1,380$$

A estos valores les caben las mismas interpretaciones dadas al error standard obtenido para la función de demanda ajustatriz, modificándose únicamente las variables a las cuales se han de aplicar.

Si comparamos el valor del coeficiente de elasticidad de la demanda del período considerado con el que surge de las mismas series para el período 1920 - 31, verificamos en él una marcada estabilidad a pesar de haber sido extraído de dos épocas tan diferentes en sus respectivas evoluciones económicas.

Las series, para el período 1920 - 31, figuran en el cuadro siguiente. En la última columna consignamos los valores que surgen de la función de demanda ajustatriz.

Años	T	D Consumo vinos nacionales (en millones de ls.)	P (*) Precio por mayor (en m$n. por c/100 ls.)	D Consumo ajustado
1920	0	405,5	49,01	445,4
21	1	463,0	36,08	509,9
22	2	554,3	28,63	565,6
23	3	561,2	29,77	560,1
24	4	613,3	33,09	539,3
25	5	568,5	35,29	528,4
26	6	612,1	32,96	547,4
27	7	512,2	44,42	486,1
28	8	586,4	32,34	559,1
29	9	630,9	24,28	634,8
30	10	554,3	28,59	596,6
31	11	517,7	30,25	586,5

(*) Promedio ponderado de los precios de San Juan y Mendoza.
Fuente: Revista Económica del Banco de la Nación Argentina. — Año 1933 - 34.

La función de demanda ajustada es:

$$D = f(P, T) = 2.284{,}06\ P^{-0{,}420}\ e^{0{,}0066\ T}$$

El coeficiente constante de elasticidad es:

$$\alpha = -0{,}420$$

La tasa anual de crecimiento de la demanda es:

$$\beta = 0{,}0066$$

Es decir, que la demanda, manteniéndose constante el precio, sufriría un desplazamiento anual positivo de 0,66 %. Resultado esperado dado el débil crecimiento que se observa en los valores reales del cuadro anterior.

Para el coeficiente de correlación tenemos:

$$R_{D,PP} = 0,75$$

El error standard de estimación es:

$$S_{\log D} = 0,035$$

que expresado en valores reales, se transforma en:

$$S_D = \text{ant.-log } S_{\log D} = 0,922 \text{ a } 1,084$$

10) **Conclusión**: Nuestro estudio de la demanda en función del precio y del tiempo y del precio en función de la oferta y del tiempo, con el auxilio de los coeficientes y demás valores deducidos, nos permiten llegar a las siguientes conclusiones, por otra parte ya señaladas a través del desarrollo del presente trabajo:

a) a la demanda del vino le corresponde una función inelástica;
b) a pesar de esta inelasticidad de la demanda, el precio, en función de la oferta y el tiempo, es inflexible;
c) el precio en función de la demanda y el tiempo es flexible, como era dable esperar;
d) la demanda como el precio tienen tasas anuales positivas de crecimiento;
e) estas relaciones funcionales están sostenidas por un alto grado de correlación.

Camilo Dagum
Ayudante Técnico del Instituto de Estadística