



ARTÍCULOS

## Elasticidad de Sustitución, Distribución Funcional del Ingreso y el Teorema de Stolper-Samuelson

Juan Carlos De Pablo

Revista de Economía y Estadística, Tercera Época, Vol. 16, No. 1-2-3-4 (1972): 1º, 2º, 3º y 4º Trimestre, pp. 101-112.

<http://revistas.unc.edu.ar/index.php/REyE/article/view/3686>



La Revista de Economía y Estadística, se edita desde el año 1939. Es una publicación semestral del Instituto de Economía y Finanzas (IEF), Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Córdoba, Av. Valparaíso s/n, Ciudad Universitaria. X5000HRV, Córdoba, Argentina.

Teléfono: 00 - 54 - 351 - 4437300 interno 253.

Contacto: [rev\\_eco\\_estad@eco.unc.edu.ar](mailto:rev_eco_estad@eco.unc.edu.ar)

Dirección web <http://revistas.unc.edu.ar/index.php/REyE/index>

### Cómo citar este documento:

De Pablo, J. (1972). Elasticidad de Sustitución, Distribución Funcional del ingreso y el Teorema de Stolper-Samuelson. *Revista de Economía y Estadística*, Tercera Época, Vol. 16, No. 1-2-3-4: 1º, 2º, 3º y 4º Trimestre, pp. 101-112.

Disponible en: <http://revistas.unc.edu.ar/index.php/REyE/article/view/3686>

El Portal de Revistas de la Universidad Nacional de Córdoba es un espacio destinado a la difusión de las investigaciones realizadas por los miembros de la Universidad y a los contenidos académicos y culturales desarrollados en las revistas electrónicas de la Universidad Nacional de Córdoba. Considerando que la Ciencia es un recurso público, es que la Universidad ofrece a toda la comunidad, el acceso libre de su producción científica, académica y cultural.

<http://revistas.unc.edu.ar/index.php/index>

## ELASTICIDAD DE SUSTITUCION, DISTRIBUCION FUNCIONAL DEL INGRESO Y EL TEOREMA DE STOLPER-SAMUELSON

JUAN CARLOS DE PABLO \*

En 1941 Stolper y Samuelson demostraron que bajo ciertas condiciones la imposición de una tarifa en un país con abundancia relativa de capital (trabajo) haría aumentar (disminuir) el salario real. Si bien el argumento se desarrolla en términos de la *tasa* de salarios, los autores explican (en la nota al pie de la página 64) que dado que las cantidades de los factores son iguales con y sin tarifa, los salarios totales son proporcionales a dicha tasa.

Las condiciones del teorema son las que posteriormente se hicieron usuales en los modelos reales de comercio internacional e influyen cantidades dadas de factores, pleno empleo de los mismos, competencia perfecta en los mercados de productos y factores, rendimientos constantes a escala, diferencias en la intensidad del uso de los factores, ausencia de reversión de factores.

Es interesante hacer notar que en la exposición original no se hace mención alguna de la elasticidad de sustitución entre factores en las funciones de producción. Esto es fácilmente explicable pues si bien el concepto ya había sido definido por Hicks en 1932, sus implicancias sobre la distribución funcional del ingreso en cada industria en relación al uso relativo de los factores recién se hizo patente con la función de producción de elasticidad de sustitución constante (CES) analizada por Arrow, Chenery, Minhas y Solow en 1961.

---

\* Economista Jefe, Fundación Investigaciones Económicas Latinoamericanas (FIEL). Las opiniones vertidas son personales. Agradezco a Martín Lagos sus valiosos comentarios.

Es bien sabido (una prueba geométrica se presenta en el Apéndice) que un aumento en la relación tasa de salarios-tasa de interés aumentará, reducirá o dejará constante la participación del trabajo en el producto total de una industria si y sólo si la elasticidad de sustitución entre factores en esa industria es inferior, superior o igual a la unidad. Esto quiere decir que dada la forma de las funciones de producción un aumento en la relación tasa de salarios-tasa de interés implica un aumento en la relación capital-trabajo en *ambas* industrias y puede por consiguiente implicar una disminución en la participación del trabajo en el producto total de *ambas* industrias. Caben entonces las siguientes preguntas: ¿cuál es la vinculación entre movimientos de la relación tasa de salarios-tasa de interés y movimientos en la participación de los trabajadores en el ingreso total de la economía? ¿Es necesariamente cierto que para cualquier valor de la elasticidad de sustitución un aumento en la primera implica un aumento en la segunda? En otros términos, ¿es el teorema de Stolper-Samuelson válido para cualquier valor de la elasticidad de sustitución?

El presente trabajo tiene dos partes. En la primera se prueba que las preguntas anteriores se pueden contestar afirmativamente, es decir, que un aumento en la relación tasa de salarios-tasa de interés aumenta la participación de los trabajadores en el producto total cualquiera sea el valor de la elasticidad de sustitución entre factores. En la segunda se investiga el rol de la elasticidad de sustitución en la distribución factorial del ingreso en un contexto de crecimiento.

## I

En esta parte del trabajo se prueba que conservando el resto de los supuestos, un aumento en la relación tasa de salarios-tasa de interés incrementa la participación de los salarios en el ingreso nacional cualquiera sea el valor de la elasticidad de sustitución entre factores en las funciones de producción.

Es menester tener bien en claro que dado que las cantidades de los factores están dadas es equivalente plantear el teorema de

Stolper-Samuelson en términos de tasas, remuneraciones absolutas o participaciones relativas.

La demostración de la proposición es directa. Por definición la participación de los trabajadores en el ingreso nacional es igual a

$$(1) \quad \frac{wL}{wL + rK}$$

donde  $w$  es la tasa de salarios,  $L$  la dotación de trabajo en la economía,  $r$  la tasa de interés y  $K$  la dotación de capital en la economía. Si dividimos el numerador y el denominador por la tasa de interés (1) se vuelve

$$(2) \quad \frac{\frac{w}{r}L}{\frac{w}{r}L + K}$$

Es evidente que en (2) un aumento en  $(w/r)$  incrementa la participación de los salarios en el ingreso.

La demostración anterior es independiente de la elasticidad de sustitución. Para poder interpretar esto es necesario profundizar un poco más el modelo. La relación (2) se puede expresar así

$$(3) \quad \frac{\frac{w}{r}L}{\frac{w}{r}L + K} = \frac{\frac{w}{r}L_A}{\frac{w}{r}L_A + K_A} \frac{\frac{w}{r}L_A + K_A}{\frac{w}{r}L + K} +$$

$$+ \frac{\frac{w}{r}L_B}{\frac{w}{r}L_B + K_B} \frac{\frac{w}{r}L_B + K_B}{\frac{w}{r}L + K}$$

donde el subíndice A, B indica que el factor correspondiente está empleado en la producción del bien A, B respectivamente. La relación (3) dice que la participación de los asalariados en el ingreso nacional viene dado por la suma del producto de la participación de los asalariados en la producción de cada bien multiplicada por la importancia de la producción de cada bien en la economía.

¿Cómo es posible que la proporción del ingreso que reciben los trabajadores suba y la proporción en *cada* industria baje? Simplemente alterando convenientemente los niveles de producción de cada uno de los bienes y recordando que en el modelo la intensidad en el uso de los factores en la producción de los bienes es distinta. Para ver si tal alteración se da necesariamente en la forma conveniente en nuestro caso es que se presenta la figura 1.

En la figura 1 el bien A es intensivo en trabajo.<sup>1</sup> Nótese que al aumentar la relación tasa de salarios-tasa de interés (al pasar de la relación 1 a la relación 2) por un lado aumentó la relación capital-trabajo en ambos bienes, lo que por definición redujo la participación de los asalariados en el valor de la producción de cada industria, pero por el otro lado aumentó el nivel de producción del bien intensivo en trabajo y se redujo el nivel de producción del otro bien.<sup>2</sup> Este segundo efecto superó al primero y por consiguiente el ingreso de los asalariados como porcentaje del ingreso total se incrementó.

Esta apreciación se confirma cuando se analiza lo que sucede en los extremos de la Caja. Supongamos que la relación tasa de salarios-tasa de interés sea "muy baja" de tal modo que solamente se produce el bien B (intensivo en capital). En este caso la distribución funcional del ingreso viene dada por la relación marginal de sustitución que corresponde en el bien B a la relación capital-trabajo de la economía. Nótese que dado el supuesto de elasticidad

<sup>1</sup> La reversión de factores, si bien un problema de las funciones de producción, nunca afecta las conclusiones en una economía cerrada. Ver sobre este punto mi trabajo anterior.

<sup>2</sup> Como es evidente si un bien es intensivo en trabajo para cada relación de precios de los factores la participación de los asalariados en el producto total de esa industria es mayor que en la otra.

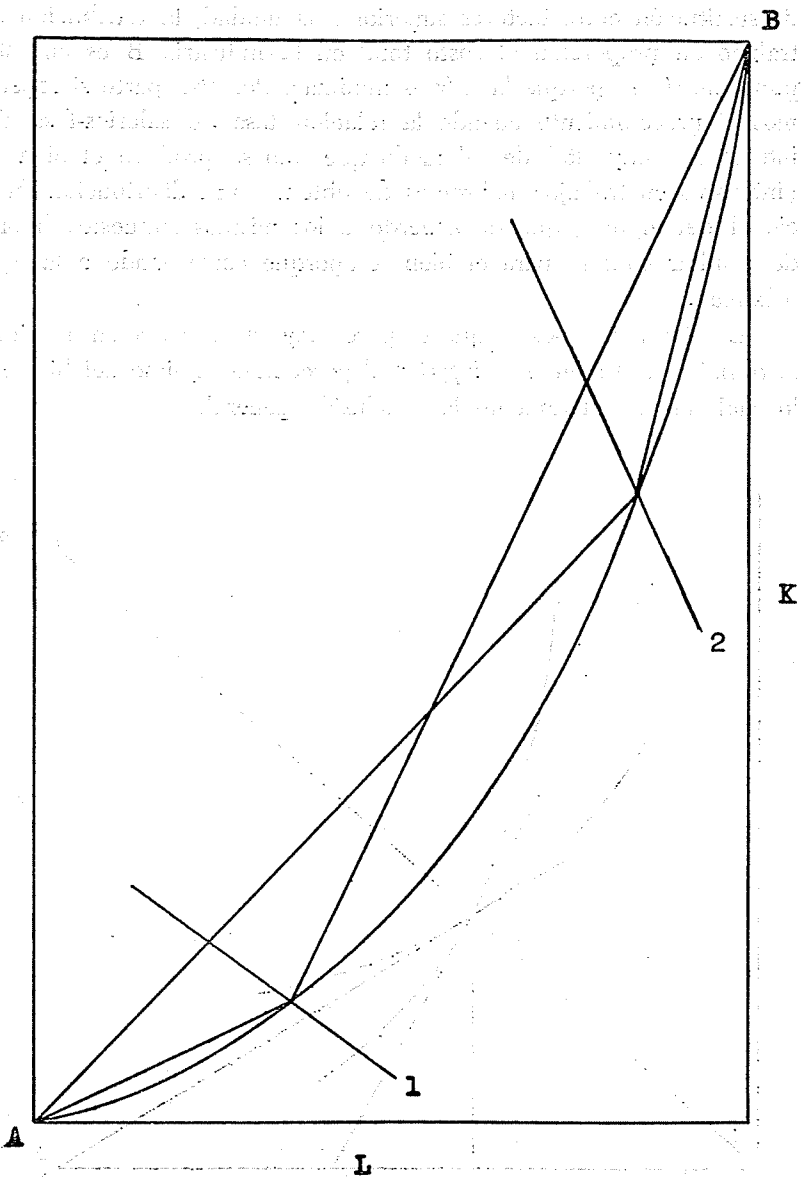


Figura. 1

de sustitución entre factores superior a la unidad, la retribución al trabajo en proporción al costo total en la industria B es en este punto *máxima* (porque la  $w/r$  es *mínima*). Por otra parte si repetimos el procedimiento cuando la relación tasa de salarios-tasa de interés es "muy alta" de tal modo que sólo se produce el bien A (intensivo en trabajo) habremos de obtener otra distribución funcional del ingreso, que de acuerdo a los mismos supuestos habrá de resultar *mínima* para el bien A (porque corresponde a la  $w/r$  *máxima*).

La figura 2 muestra que el porcentaje de retribución *máxima* al trabajo en el bien B es *inferior* al porcentaje *mínimo* del bien A, lo cual refirma claramente la conclusión general.

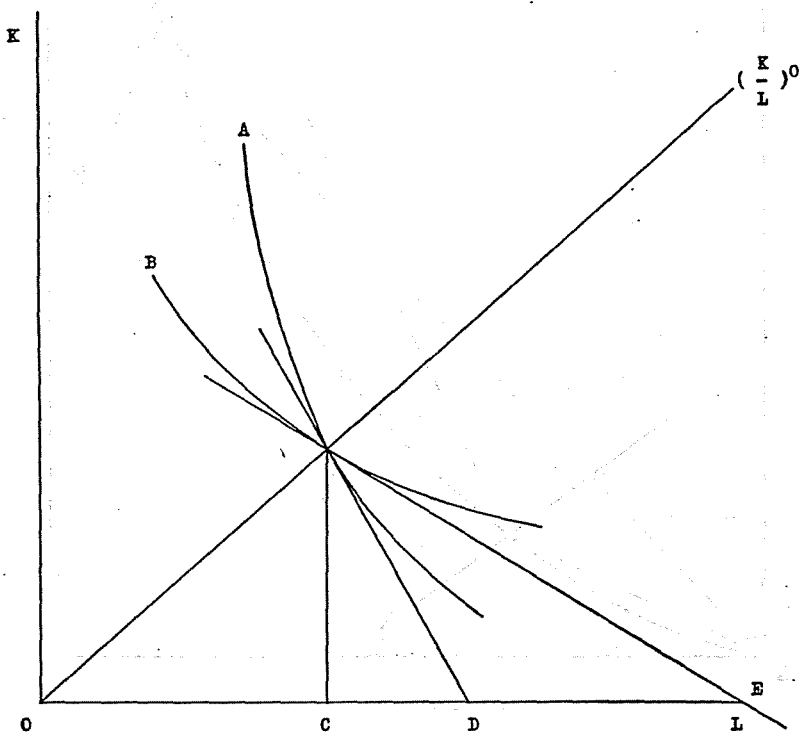


Figura 2

En la figura 2  $(K/L)^\circ$  es la relación capital-trabajo de la economía. Como es evidente,  $OC/OD$  es mayor que  $OC/OE$ .

Una explicación intuitiva del teorema es la siguiente: dado que a pesar del cambio en los precios relativos de los factores el *pleno empleo* se mantiene si los obreros ganan ahora más que antes lo habrán de hacer en algún sector de la economía.

## II

En la primera parte de este trabajo se probó que un aumento en la relación tasa de salarios-tasa de interés incrementa la participación de los asalariados en el ingreso total cualquiera sea el valor de la elasticidad de sustitución entre factores.

En la literatura económica la explicación de la constancia de las variaciones en el tiempo de la distribución funcional del ingreso ha generado y sigue generando una enorme discusión. Se ha sugerido (ver entre los que parten de esto para sugerir una teoría alternativa a Kennedy) que si la elasticidad de sustitución entre los factores es unitaria, la distribución del ingreso entre los factores sería constante ante cambios en la relación capital-trabajo *de la economía*.

En esta sección habremos de sostener que esto tiene *como explicación empírica* una validez muy relativa, para lo cual discutiremos el siguiente ejemplo: supongamos que los bienes A y B se producen cada uno con funciones de producción Cobb-Douglas con distintas participaciones del trabajo. Si la relación capital-trabajo de la economía va cambiando a través del tiempo uno espera en general que la relación entre los niveles de producción de los bienes también cambie y por consiguiente la distribución factorial del ingreso *de la economía* en su conjunto se va a modificar.

Esto nos lleva a la consideración de la relación entre las funciones de producción de los bienes y la función de producción agregada. En general basta con suponer elasticidad de sustitución entre factores igual a la unidad sólo cuando se trata de modelos de un solo bien o cuando los coeficientes son iguales en todos los bienes, casos de poco valor empírico. Como lo mostró Houtbakker la fun-



ción de producción agregada también es del tipo Cobb-Douglas cuando las funciones individuales son de coeficientes fijos y si las relaciones capital-trabajo tienen la distribución de Pareto.

#### APENDICE: LA ELASTICIDAD DE SUSTITUCION Y LA DISTRIBUCION DE RETRIBUCIONES A LOS FACTORES

En este apéndice se prueba geoméricamente que un aumento en la relación tasa de interés-tasa de salarios aumentará, reducirá o dejará constante la participación del capital en el producto de una industria si y sólo si la elasticidad de sustitución entre factores en esa industria es inferior, superior o igual a la unidad.

La prueba se realiza siguiendo a Jones. En la figura 3 se analiza el caso en el cual la elasticidad de sustitución entre factores es igual a la unidad (es decir, cuando la función de producción es del tipo Cobb-Douglas).

En la figura 3 se presenta un determinado nivel de producción (señalado por la isocuanta) y dos relaciones capital-trabajo (OE y OF) que corresponden a dos relaciones de precios de los factores (HB y GD respectivamente).

Por definición la elasticidad de sustitución es —en términos absolutos— el aumento (disminución) porcentual en la relación trabajo-capital dividido por la disminución (aumento) porcentual en la relación tasa de salarios-tasa de interés. En la figura 3 el aumento porcentual en la relación trabajo-capital viene dado por  $KJ/IJ$  (medido desde OE y OF) mientras que la disminución porcentual en la relación tasa de salarios-tasa de interés también viene dada por  $FJ/IJ$  (pero medida desde GB' y GD). Por consiguiente en dicha figura la elasticidad de sustitución entre factores es igual a la unidad.

La demostración de la constancia de las retribuciones relativas de los factores se puede probar para cualquier factor, por ejemplo, trabajo. A los precios iniciales HB el valor del producto es, en términos de trabajo, igual a OB, correspondiendo OA como retribución al factor trabajo y AB al capital (o sea AL, cantidad de capital, por  $AB/AL$ , los precios relativos de los factores). Algo similar ocu-

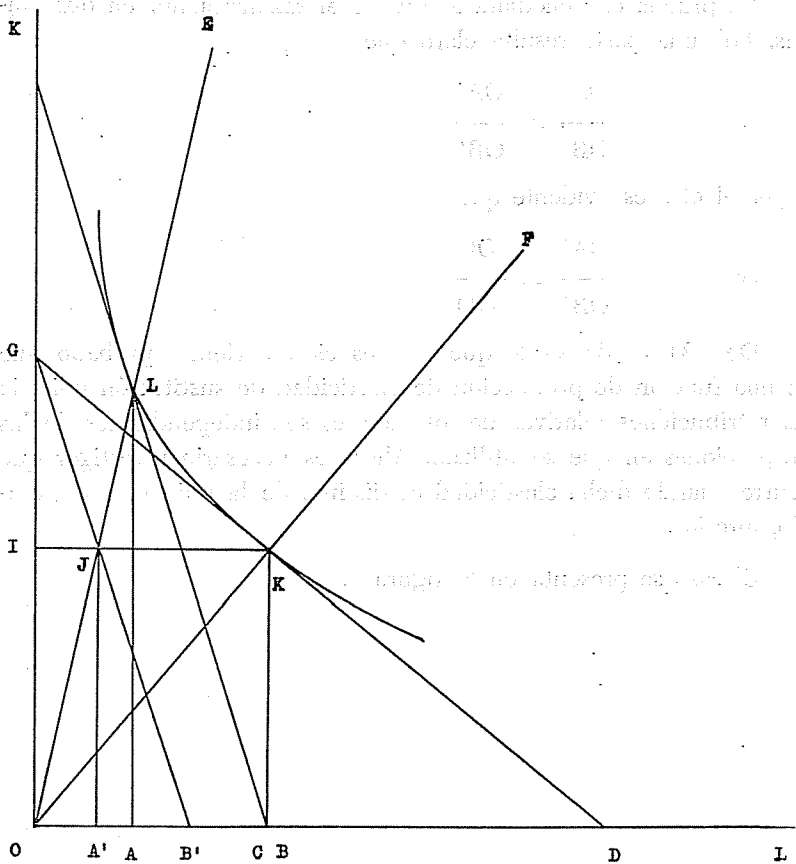


Figura 3

re para el caso en que los precios relativos de los factores son iguales a GD.

Resta probar que en este caso la retribución al trabajo sobre el valor total del producto ha quedado constante. En símbolos:

$$(4) \quad \frac{OA}{OB} = \frac{OC}{OD}$$

La prueba es inmediata al dividir el razonamiento en dos etapas. Por una parte resulta claro que

$$(5) \quad \frac{OA}{OB} = \frac{OA'}{OB'}$$

y por el otro es evidente que

$$(6) \quad \frac{OA'}{OB'} = \frac{OC}{OD}$$

De (2) y (3) surge que (1) es cierto. Hemos probado que en una función de producción de elasticidad de sustitución unitaria las retribuciones relativas de los factores son independientes de las proporciones en que se utilizan. Ahora es necesario investigar qué ocurre cuando dicha elasticidad es distinta de la unidad, por ejemplo, inferior.

El caso se presenta en la figura 4.

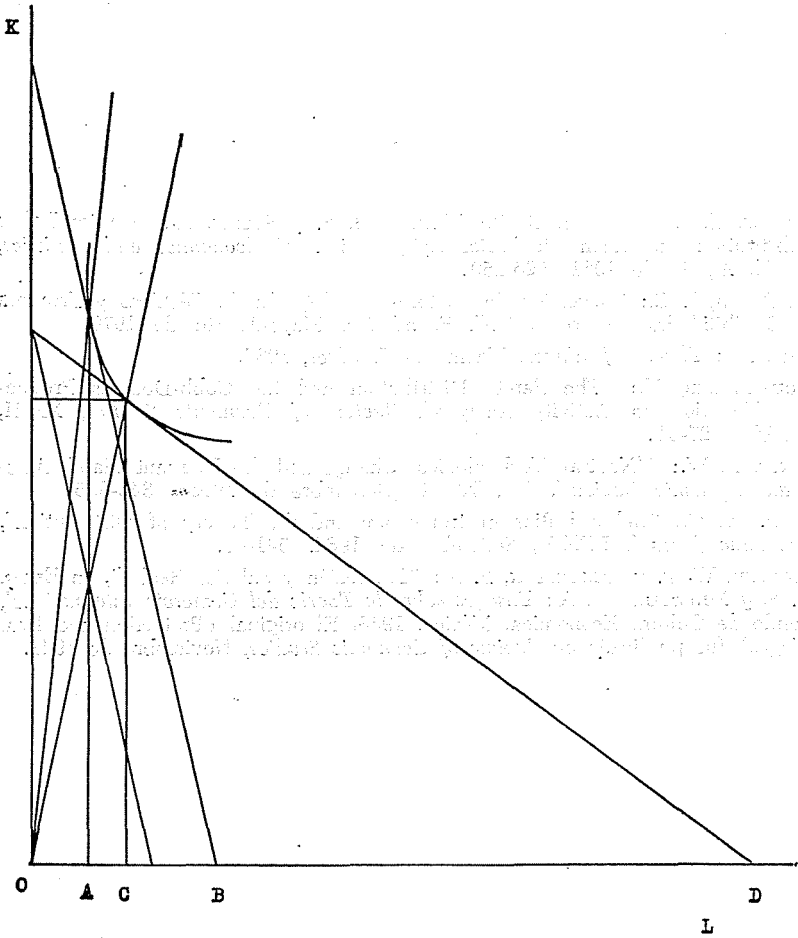


Figura 4

La figura 4 muestra con claridad que

$$(7) \quad \frac{OA}{OB} > \frac{OC}{OD}$$

Queda a cargo del lector la investigación del caso restante.

## BIBLIOGRAFÍA

ARROW, K. J.; CHENERY, H. B.; MINHAS, B. S. y SOLOW, R.: "Capital-Labor Substitution and Economic Efficiency", *Review of Economics and Statistics*, XLIII, Agosto de 1961, 225-250.

DE PABLO, J. C.: "Reversión de Factores, Readopción de Técnicas y Frontera de Posibilidades de Producción", *Económica*, Mayo-Agosto de 1970.

HICKS, J.: *Theory of Wages*, Macmillan, Londres, 1932.

HOUTHAKKER, H.: "The Pareto Distribution and the Cobb-Douglas Production Function in Activity Analysis", *Review of Economic Studies*, XXIII, 1966/56, 27-31.

JONES, R. W.: "'Neutral' Technological Change and the Isoquant Map", *American Economic Review*, LV, Nº 4 (Setiembre de 1965), 848-855.

KENNEDY, C.: "Induced Bias in Innovation and the Theory of Distribution", *Economic Journal*, LXXIV, Setiembre de 1964, 541-47.

STOLPER, W. P. y SAMUELSON, P. A.: "Protección y Salarios Reales", en ELLIS, H. S. y METZLER, LL. A.: *Ensayos sobre la Teoría del Comercio Internacional*, Fondo de Cultura Económica, México, 1953. El original (Protection and Real Wages) fue publicado en *Review of Economic Studies*, Noviembre de 1941.