REVISTA DE ECONOMÍA Y ESTADÍSTICA
INSTITUTO DE ECONOMÍA Y FINANZAS
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA
ISSN 0034-8066

ARTÍCULOS

Distribución del rezago y dinámica económica

Camilo Dagum

Revista de Economía y Estadística, Tercera Época, Vol. 11, No. 1-2 (1967): 1º y 2º Trimestre, pp. 101-110.

http://revistas.unc.edu.ar/index.php/REyE/article/view/3620

DISTRIBUCION DEL REZAGO Y DINAMICA ECONOMICA(*)

CAMILO DAGUM

1. MODELOS DINÁMICOS

Los modelos dinámicos ocupan un lugar de privilegio en el moderno análisis económico y econométrico. Ellos permiten tender un verdadero puente de unión entre teoría y realidad económica desde que teorizan para el espacio de cuatro dimensiones. Con la dinámica económica se completan las formas de enfoque en la construcción de la ciencia económica iniciada con la estática y continuada con la estática comparativa. Su introducción implica a la vez la incorporación y aplicación de la teoría de la estabilidad de los modelos dinámicos que permite avanzar en el conocimiento del comportamiento esperado de las variables del modelo, cuando fuerzas exógenas las han apartado de su nivel de equilibrio. Es decir que resulta factible la conclusión sobre si el comportamiento dinámico es convergente, divergente u oscilante y, para cada una de estas alternativas, si es con o sin fluctuaciones cíclicas.

La característica fundamental para la existencia de un modelo dinámico es la presencia de variables con rezagos. Ragnar Frisch introduce explícitamente esta idea en su definición de dinámica económica. Así expresa (Refs. 10 y 17) que un modelo es dinámico si el comportamiento de las variables en el tiempo está determinado por ecuaciones funcionales en las cuales dichas variables están involucradas en forma esencial en diferentes momentos del tiempo.

(*) Agradezco muy especialmente a los señores Profesores François PERROUX y Maurice ALLAIS por sus valiosos comentarios que contribuyeron a mejorar el presente trabajo.

El fundamento racional y empírico de la introducción de las variables con rezagos se debe a que toda causa económica produce sus efectos durante un período de tiempo. Es la lógica reacción académica contra la idea de la causalidad que agota sus efectos instantáneamente. Así, en el conocido ejemplo del multiplicador, un aumento autónomo del gasto en el período t, incrementa el ingreso de todos los períodos sucesivos, teóricamente hasta el infinito; un incremento en el ingreso actúa sobre los niveles futuros de la inversión inducida; un cambio en los precios produce sus efectos sobre los niveles siguientes de las cantidades producidas y de los precios de los otros bienes, etc.

Las causas que dan nacimiento a las variables con rezago pueden agruparse en las siguientes tres categorías:

1) Psicológicas
2) Tecnológicas
3) Institucionales

Entre las causas psicológicas debemos mencionar los hábitos y los gustos de los consumidores, en relación con la función de demanda y la función consumo; la resistencia al cambio, con respecto a las dos funciones antes citadas y a las funciones de producción, inversión, etc. Estas fuerzas conservadoras van filtrando el impacto de una sucesión de períodos en lugar de producir sus efectos totales en forma "instantánea".

Entre las causas tecnológicas debemos considerar las exigencias de una espera razonable para llevar al mercado una mayor producción estimulada por un mayor precio; el tiempo que transcurre entre el incremento del ingreso, la decisión de inversión, la producción del equipo de capital en el supuesto de falta de existencias (stocks), la instalación de dicho equipo y su entrada en el proceso productivo, con respecto a la inversión inducida; la información insuficiente debida a una deficiente red de comunicaciones; la distancia que separa a los centros productores de los centros de consumo y sus consiguientes necesidades de medios de transportes, etc.

Por último, entre las causas institucionales se deben incluir el sistema impositivo, el sistema financiero, el sistema de seguridad social, la morfología del mercado, en particular la existencia de mercados imperfectos para algunos bienes, todo lo cual actúa para filtrar el impacto de una causa económica en una sucesión de períodos.

Las causas psicológicas, tecnológicas e institucionales, como las que se han enumerado, producen rigideces en el comportamiento de los sujetos de la actividad económica como productores, consumidores, inversores, ahorristas, etc. Este conjunto de causas que generan distribuciones del rezago, pueden ser reagrupadas en otras dos que sintetizan mejor el análisis con vista a su tratamiento econométrico. Ellas son:

1) distribución del rezago originado en rigideces de tipo institucional, tecnológico y de comportamiento;

2) distribución del rezago originado en una incertidumbre sobre el futuro.

Veamos en símbolos la distinción conceptual entre ambos grupos: Sea X_t una variable cualquiera observada en el período t. Con X^*_t simbolizamos el valor normal esperado en el mismo período. Los valores de X_t no se ajustan instantáneamente a los valores de X^*_t, ante cambios en las variables causas. Ello toma tiempo. El comportamiento dinámico de X_t que conduce al valor X^*_t cuando las causas operantes son debidas a rigideces del tipo institucional, de comportamiento o tecnológico (primer caso), resulta explicado por una ecuación diferencial de la forma

$$(1) \qquad \frac{dX}{dt} = \delta(t)\,(X^* - X_t) \quad ; \quad 0 \leqslant \delta(t) < +\infty$$

donde $\delta(t)$ es una función de la variable t que asume valores no negativos.

Para el caso particular

$$(2) \qquad \delta(t) = \delta = \text{constante}$$

se tiene la solución siguiente

$$(3) \qquad X(t) = (X_0^* - X^*)e^{-\delta t} + X^*$$

donde con X_0^* simbolizamos el nivel de equilibrio inicial.

Desde el punto de vista de las aplicaciones resulta aconsejable plantear directamente la ecuación (1) en diferencias finitas. O sea

$$X_t - X_{t-1} = \delta'(t)\ (X^* - X_{t-1}) \quad ; \quad 0 \leqslant \delta'(t) \leqslant 1$$

que en la hipótesis (2) resulta

$$(4) \qquad X_t - X_{t-1} = \delta'(X^* - X_{t-1}) \quad ; \quad 0 \leqslant \delta' \leqslant 1$$

cuya solución es

$$(5) \qquad X_t = \delta' [X_t^* + (1-\delta')\, X^*_{t-1} + (1-\delta')^2 X^*_{t-2} + \ldots]$$

Cuando las causas operantes son debidas a incertidumbres sobre el futuro, la ecuación correspondiente a (4) es de la forma

$$(6) \qquad X_t^* - X^*_{t-1} = \delta'(X_t - X^*_{t-1}) \quad ; \quad 0 \leqslant \delta' \leqslant 1$$

donde δ' nos define el coeficiente de las expectativas.

Resolviendo la ecuación (6) tenemos el comportamiento dinámico de los valores normales esperados, bajo condiciones de incertidumbre. En símbolos:

$$(7) \qquad X_t^* = \delta' [X_t + (1-\delta')\, X_{t-1} + (1-\delta')^2 X_{t-2} + \ldots]$$

Las soluciones (3) y (5) que expresan el comportamiento dinámico de X_t en función de los valores normales esperados, originados en rigideces de tipo institucional, de comportamiento tecnológico, corresponden, respectivamente al análisis continuo y al análisis por períodos (análisis discreto) de un tipo sencillo de ley de distribución del rezago que resulta de la hipótesis (2). Se trata de la ley exponencial y de la ley geométrica, respectivamente.

Resulta de interés realizar el análisis para los casos particulares correspondientes a los dos valores extremos de δ'.

Con referencia a la ecuación (6), resulta:

1) para $\delta' = 0$, es

$$X_1^* = X^*_{t-1}$$

luego no existe incertidumbre con respecto al futuro. El valor normal esperado es constante en el tiempo:

2) para $\delta' = 1$, es

$$X_t^* = X_t$$

es decir, que la respuesta de los sujetos de la actividad económica es instantánea. No hay lugar para la introducción de una distribución del rezago, desde que el valor real se ajusta instantáneamente al valor normal esperado.

El parámetro δ' puede interpretarse como la proporción que explica los cambios de tipo permanente en la variable real; $1 - \delta'$ recoge entonces los cambios no permanentes, los que podemos denominar como cambios coyunturales.

2. Los Primeros Enfoques

Corresponden a Irving Fisher, con su monografía "Our unstable dollar and the so-called business cycle", publicada en 1925 (Ref. 7), el primer planteamiento formal de un modelo con rezagos distribuidos y su utilización en un análisis empírico. Estas ideas son retomadas por el mismo autor en un trabajo publicado en 1937 (Ref. 8).

Con posterioridad a I. Fisher trabajan con este argumento central del análisis económico dinámico F. F. Alt, en 1942 (Ref. 5) y J. Tinbergen en 1949 (Ref. 20). Estos dos autores no hacen ningún supuesto sobre una forma tipo de distribución del rezago, aunque es sugerido por Alt.

Con los trabajos de Maurice Allais (Ref. 1, 2 y 3) comienza un período de fecundo análisis de los modelos con rezagos distribuidos y de su uso operativo en la investigación económica. Para esa época, e independientemente de M. Allais, P. Cagan (Ref. 6) realiza un enfoque semejante en el análisis de fenómenos monetarios, comenzados en su tesis doctoral en 1954. Las investigaciones de M. Allais en esta dirección son realmente remarcables, llegando a una reformulación de la teoría cuantitativa de la moneda (Ref. 4) en la que se destacan tanto su elaboración teórica como la fidelidad y riqueza con que explica los más variados procesos inflacionarios. Con ella contribuye no sólo a enriquecer el contenido de la teoría económica sino que, más aún, abre nuevas y fecundas oportunidades de estudio y análisis cuantitativo para la Historia Monetaria, como parte de la Historia Económica.

Otro trabajo que también influyó en forma importante en el desarrollo futuro de los modelos con rezagos distribuidos es el de L. M. Koyck (Ref. 12), quien concentra su atención en la hipótesis de distribución del rezago siguiendo la ley geométrica.

A partir de los trabajos de M. Allais, P. Cagan y L. M. Koyck se inicia un período de elaboración sistemática de los modelos con distribución del rezago. Se destacan por sus contribuciones los nombres de A. W. Phillips (Ref. 16), M. Nerlove (Ref. 15), L. R. Klein (Ref. 11), E. Malinvaud (Refs. 13 y 14), R. Solow (Ref. 18), H. Theil y M. Stern (Ref. 19) y M. Friedman (Ref. 9).

3. Hipótesis sobre los modelos con distribución del rezago

Dada la variable exógena X_t cuyo valor actual y los precedentes determinan el nivel actual de la variable endógena Y_t, se tiene simbólicamente representada la distribución del rezago por la expresión:

$$Y_t = \alpha_0 X_t + \alpha_1 + X_{t-1} + \ldots + \delta + u_t \tag{8}$$

En esta forma general no se ha hecho ningún supuesto sobre la ley a que puedan obedecer los parámetros α_i ($i = 0, 1, \ldots$). Con u_t simbolizamos la componente estocástica.

Mediante sencillas operaciones algebraicas, se puede expresar la (8) bajo la forma

$$Y_t = \alpha \sum_{\tau=0}^{\infty} \beta_\tau X_{t-\tau} + \delta + u_t \tag{9}$$

siendo

$$\sum \beta_\tau = 1 \tag{9.1}$$

$$\sum \alpha_i = \alpha$$

Bajo la forma continua resulta

$$Y(t) = \delta + \alpha \int_0^{\infty} f(\tau)\, X(t-\tau)\, d_\tau + u_t \tag{10}$$

siendo

$$\int_0^{\infty} f(\tau)\, d\tau = 1 \tag{10.1}$$

Las expresiones (9) y (10) constituyen el punto de partida para la introducción de supuestos adecuados que conducirán a la formulación de una familia muy general de leyes de distribución del rezago. En efecto, si se repara que los coeficientes de la variable X_t deben presentar valores del mismo signo, lo que en general es consistente con el comportamiento real de los sujetos de la actividad económica, corresponde agregar a las especificaciones (9.1) y (10.1), respectivamente, las siguientes:

(9.2) $\beta_\tau \geqslant 0 \quad ; \quad \tau = 0,1, 2, \ldots$

(10.2) $f(\tau) \geqslant 0 \quad ; \quad \tau \geqslant 0$

Las especificaciones precedentes permiten interpretar β_τ y $f(\tau)$ como funciones de densidad de probabilidad para los casos discreto y continuo, respectivamente. Luego, todo modelo de función de probabilidad resulta teóricamente utilizable para una simplificación de las expresiones (9) ó (10) y la eventual estimación de sus parámetros. La selección del modelo probabilístico se fundamentará en razones de representatividad del mismo para explicar el comportamiento de las variables con rezagos distribuidos.

Dos tipos sencillos han sido utilizados a tal efecto. Uno para el caso discreto (9) y otro para el caso continuo (10). Se trata de la ley geométrica de razón $0 < \lambda < 1$ que comienza a cumplirse a partir de un β_τ determinado.

En la hipótesis de la ley geométrica aplicada desde el primer coeficiente de X_t en (9), se tiene

(11) $$Y_t = \alpha (1 - \lambda) \sum_{\tau=0}^{\infty} \lambda^\tau X_{t-\tau} + \delta + u_t$$

de donde se deduce

(12) $$Y_t = \alpha(1 - \lambda) X_t + \lambda Y_{t-1} + \delta (1 - \lambda) + u_t - \lambda u_{t-1}$$

Para el caso continuo en (10), se tiene

(13) $$Y(t) = \delta + \alpha\lambda \int_0^{\infty} e^{-\lambda\tau} X(t - \tau)\, d\tau + u_t$$

de donde se deduce

$$(14) \qquad DY = \lambda(\alpha X + \delta) - \lambda Y + (\lambda u + Du)$$

Con D simbolizamos el operador de derivada. En la hipótesis de independencia en el tiempo de la variable aleatoria, se tiene

$$(15) \qquad DY = \lambda(\alpha X + \delta) - \lambda Y + \lambda u$$

Despejando simbólicamente la variable endógena en (15), resulta

$$(16) \qquad Y = \frac{\lambda}{\lambda + D}(\alpha X + \delta) + \lambda u$$

Las simplificaciones introducidas son de una ventaja formidable desde el punto de vista de la aplicación de los métodos de estimación de parámetros. El requisito fundamental es el de que la ley de distribución del rezago sea representativa. Es decir, que se verifique una concordancia, estadísticamente aceptable, entre teoría y realidad.

La hipótesis de la ley geométrica es generalizada por R. M. Solow (Ref. 18), quien introduce la distribución de Pascal:

$$(17) \qquad \beta_\tau = \binom{r + \tau = 1}{\tau}(1 - \lambda)^r \;.\; \lambda^\tau \quad ; \quad r = 1, 2, 3, \ldots$$

la que cumple con las condiciones (9.1) y (9.2)

Llevando el valor de β_τ en (17) a (9), se deduce

$$(18) \qquad Y_t - \binom{r}{1}\lambda Y_{t-1} + \binom{r}{2}\lambda^2 Y_{t-2} - \ldots + (-1)^r \lambda^r Y_{t-r} =$$

$$= \alpha(1-\lambda)^r X_t + \sum_{k=0}^{r}\binom{r}{k}(-\lambda)^k u_{t-k} + \delta \sum_{k=0}^{r}\binom{r}{k}(-\lambda)^k$$

Para el caso particular $r = 1$, se tiene la forma geométrica utilizada por Allais y Koyck.

Para $r = 2$ se tiene

$$(19) \qquad Y_t = 2\lambda Y_{t-1} - \lambda^2 Y_{t-2} + \alpha (1-\lambda)^2 X_t + \\ + \delta (1 - 2\lambda + \lambda^2) + u_t - 2\lambda u_{t-1} + \lambda^2 u_{t-2}$$

M. Nerlove (Ref. 15) realizó una valiosa sistematización de los modelos con distribución del rezago para el caso multiecuacional. Dejamos para otra oportunidad esta extensión del análisis dinámico como así también la consideración de los diferentes enfoques posibles en la estimación de los parámetros.

BIBLIOGRAFIA

1. ALLAIS, Maurice: Illustration de la Théorie des Cycles Economiques par des Modèles Monétaires non Lineaires. Comunicación al Congreso Europeo de la Sociedad Econométrica, Innsbrück. 1953.
2. ALLAIS, Maurice: Explication des Cycles Economiques par un Modèle non Lineaire a Régulation Retardée. Comunicación al Congreso Europeo de la Sociedad Econométrica Upsala, 1954. Publicado en Metroeconómica, Vol. 8, Abril 1956, Fasc. 1.
3. ALLAIS, Maurice: Explication des Cycles Economiques par un Modèle non Lineaire a Régulation Retardée. Comunicación al Coloquio Internacional de París sobre la Dinámica, 1955. Publicada en Les Modèles Dynamiques en Econométrie, Centre National de la Recherche Scientifique, Vol. LXII, París, 1956.
4. ALLAIS, Maurice: Reformulation de la Théorie Quantitative de la Monnaie. La formulation héréditaire, relativiste et logistique de la demande de monnaie. Bulletin SEDEIS, Nº 928, Supplément, 1965.
5. ALT, F.: Distributed Lags. Econométrica, Vol. 10, 1942.
6. CAGAN, Phillip: The Monetary Dynamics of Hyperinflation. Publicado en la edición de M. Friedman, Studies in the Quantity Theory of Money, University of Chicago Press.
7. FISHER, Irving: Our Unstable Dollar and the So-called Business Cycle. Journal of the American Statistical Association, Vol 20, 1925.
8. FISHER, Irving: Note on a Short-cut Method for Calculating Distributed Lags. Bulletin de l'Institut International de Statistique, Vol. 29, 1937.
9. FRIEDMAN, Milton: A Theory of the Consumption Function. National Bureau of Economic Research, New York, 1957.
10. FRISCH, Ragnar: On the Notion of Equilibrium and Disequilibrium. Review of Economic Studies, 1935-36.
11. KLEIN, Lawrence R.: The Estimation of Distributed Lags. Econométrica, Vol. 26, 1958.
12. KOYCK, L. M.: Distributed Lags and Investment Analysis. North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1954.

13. MALINVAUD, Edmond: The Estimation of Distributed Lags: A Comment. Econométrica, Vol. 29, 1961.
14. MALINVAUD, Edmond: Méthodes Statistiques de l'Econométrie. Dunod, París, 1963.
15. NERLOVE, Marc: Distributed Lags and Demand Analysis for Agricultural and Other Commodities. Agricultural Handbook Nº 141. U. S. Department of Agriculture, 1958.
16. PHILLIPS, A. W.: Some Notes on the Estimation of Time-forms of Reactions in interdependent System. Económica, 1956.
17. SAMUELSON, Paul A.: Fundamentos del Análisis Económico. Edición traducida por El Ateneo, Buenos Aires, 1957.
18. SOLOW, Robert: On a Family of Lag Distributions. Econométrica, Vol. 28, 1960.
19. THEIL H. and M. STERN: A simple Unimodal Lag Distribution. Metroeconómica, Vol 12, 1960.
20. TINBERGEN, Jan: Long-term Foreign Elasticities. Metroeconómica, Vol. 1, 1949.