



ARTÍCULOS

## Relaciones básicas en el proceso de crecimiento económico

Alieto Aldo Guadagni

Revista de Economía y Estadística, Tercera Época, Vol. 8, No. 2 (1964): 2º Trimestre, pp. 57-68.

<http://revistas.unc.edu.ar/index.php/REyE/article/view/3572>



La Revista de Economía y Estadística, se edita desde el año 1939. Es una publicación semestral del Instituto de Economía y Finanzas (IEF), Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Córdoba, Av. Valparaíso s/n, Ciudad Universitaria. X5000HRV, Córdoba, Argentina.

Teléfono: 00 - 54 - 351 - 4437300 interno 253.

Contacto: [rev\\_eco\\_estad@eco.unc.edu.ar](mailto:rev_eco_estad@eco.unc.edu.ar)

Dirección web <http://revistas.unc.edu.ar/index.php/REyE/index>

Cómo citar este documento:

Guadagni, A. (1964). Relaciones básicas en el proceso de crecimiento económico. *Revista de Economía y Estadística*, Tercera Época, Vol. 8, No. 2: 2º Trimestre, pp. 57-68.

Disponible en: <http://revistas.unc.edu.ar/index.php/REyE/article/view/3572>

El Portal de Revistas de la Universidad Nacional de Córdoba es un espacio destinado a la difusión de las investigaciones realizadas por los miembros de la Universidad y a los contenidos académicos y culturales desarrollados en las revistas electrónicas de la Universidad Nacional de Córdoba. Considerando que la Ciencia es un recurso público, es que la Universidad ofrece a toda la comunidad, el acceso libre de su producción científica, académica y cultural.

<http://revistas.unc.edu.ar/index.php/index>

## RELACIONES BASICAS EN EL PROCESO DE CRECIMIENTO ECONOMICO

1. La literatura económica de las últimas décadas se destaca por su marcado énfasis en los problemas relacionados con el desarrollo económico. En cierto sentido esto implica el renacimiento de una de las viejas preocupaciones básicas de la Escuela Clásica, que permaneció completamente descuidada durante todo el período de vigencia del pensamiento neo-clásico.

Una de las formas favoritas de expresión de esta renovada preocupación es la creciente utilización del lenguaje matemático, especialmente la construcción de modelos de crecimiento económico. Los nombres de Harrod, Domar, N. Kaldor, R. Solow y J. Meade, entre otros, sirven así para indicar un camino de creciente refinamiento analítico.

El propósito de esta nota es derivar ciertas relaciones entre las variables básicas que son comúnmente utilizadas en los modelos de crecimiento, con el objeto de visualizar más claramente cuál es su papel en el proceso de desarrollo económico.

2. A continuación se detallan las variables estrictamente económicas más relevantes en el proceso de crecimiento; todas estas variables tienen la conveniente propiedad de ser cuantificables. Dado lo elemental de esta nota se las presenta en forma agregada; está claro que un análisis más riguroso exigiría su desagregación.

<i>Variable</i>	<i>Símbolo</i>	<i>Descripción</i>
Producto total	Y	Índice del producto total anual, expresado en valores monetarios constantes.
Población	P	Número total de habitantes.
Fuerza laboral	L	Población económicamente activa.
Stock de Capital	K	Índice del stock físico de capital (plantas, equipos e inventarios), expresado en valores monetarios constantes.
Ahorros	S	Ahorros anuales.
Inversión	I	Inversión anual.
Producto per cápita	y	Índice del producto por hombre-año, igual a $Y/P$

3. Consideremos primero el caso en el cual no se registra cambio tecnológico. El producto total ( $Y$ ) está determinado por el tipo de tecnología imperante en la economía y por los insumos de capital ( $K$ ) y trabajo ( $L$ ). Esta dependencia funcional es generalmente de la forma indicada en la Figura 1.

El producto obtenido mediante la utilización de insumos  $K_0$  (capital) y  $L_0$  (fuerza laboral) es indicado con el número  $Y_0$ , en la curva de isoproducto que pasa a través de la intersección de  $K_0$  y  $L_0$  en el punto A. Si un número suficiente de curvas de isoproducto, tales como  $Y_0$ ,  $Y'$  y  $Y_1$ , son especificadas, sería posible determinar el producto correspondiente a cualquier combinación de insumos.

En la Figura 1,  $K_1$  y  $L_1$  son insumos correspondientes al año 1; la tasa de crecimiento del producto entre el año 0 y el año 1 es igual a la expresión  $(Y_1 - Y_0) / Y_0$ . Llamemos a esta expresión  $G$ .

Observemos que el aumento en el producto ( $Y_1 - Y_0$ ) puede ser desglosado en dos partes:

RELACIONES BÁSICAS EN EL PROCESO DE CRECIMIENTO ECONÓMICO

- I) Aumento del producto debido al aumento de insumos de la fuerza laboral; dejando el stock de capital constante; este aumento está dado por la magnitud  $(Y' - Y_0)$ .
- II) Aumento del producto debido al aumento de los servicios del stock de capital, dejando la fuerza laboral constante; este aumento está dado por la magnitud  $(Y_1 - Y')$ .

Definamos:

$$G_L = \frac{Y' - Y_0}{Y_0}; \text{ crecimiento del producto debido al aumento de la fuerza laboral.}$$

$$G_K = \frac{Y_1 - Y'}{Y_0}; \text{ crecimiento del producto debido al aumento del stock de capital.}$$

$$G = G_L + G_K$$

$G_L$  puede ser también expresado de la siguiente manera, que es más conveniente para el presente análisis.

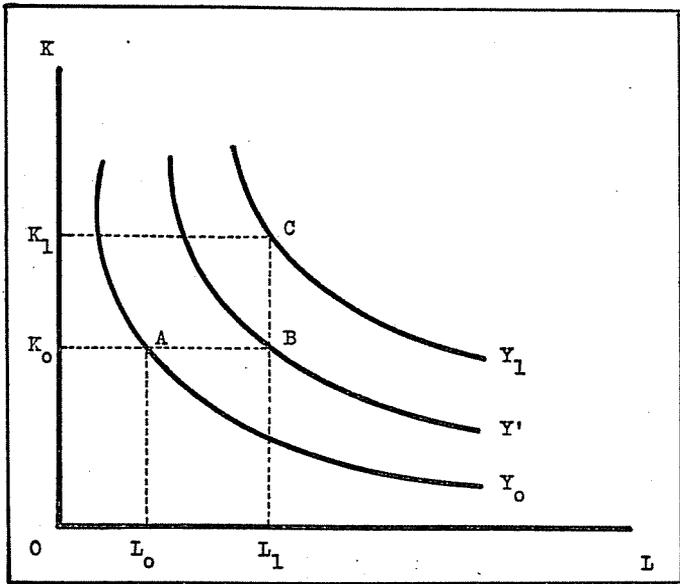


Figura 1

$$G_L := \frac{Y' - Y_0}{Y_0} = \frac{Y' - Y_0}{L_1 - L_0} \cdot \frac{L_0}{Y_0} \cdot \frac{L_1 - L_0}{L_0}$$

$\frac{L_1 - L_0}{L_0}$  es la tasa de crecimiento de la fuerza laboral, llamémosla  $n$ .

$\frac{Y' - Y_0}{L_1 - L_0}$  es la cantidad de producto ( $Y' - Y_0$ ) correspondiente a un incremento ( $L_1 - L_0$ ) de la fuerza laboral; esta expresión es aproximadamente igual al producto marginal físico del trabajo.

Si introducimos el supuesto simplificador de que el mercado laboral es esencialmente competitivo, tenemos que la tasa de salario real ( $w$ ) es igual al producto marginal físico del trabajo.

La condición de equilibrio en el mercado laboral competitivo es entonces,

$$w = (Y' - Y_0) / (L_1 - L_0)$$

Reemplazando esta condición de equilibrio en la expresión transformada de  $G_L$  e insertando la definición de  $n$ , obtenemos esta nueva expresión:

$$G_L := \frac{w L_0}{Y_0} \cdot n$$

Nótese que  $w L_0$  es igual al total de los salarios recibidos por la fuerza laboral; si dividimos esta cantidad por el producto total ( $Y_0$ ) tenemos la participación relativa de los asalariados en la distribución del producto. Definamos esta participación mediante la expresión

$$r_L := \frac{w L_0}{Y_0}$$

Ahora podemos escribir que,

$$G_L := r_L \cdot n$$

Pasemos a considerar a continuación el factor capital. Formemos esta expresión transformada para  $G_K$ ,

$$G_K = \frac{Y_1 - Y'}{Y_0} = \frac{Y_1 - Y'}{K_1 - K_0} \cdot \frac{K_1 - K_0}{Y_0}$$

Siguiendo el mismo razonamiento que el indicado cuando se analizó  $L$ , tenemos que la razón  $(Y_1 - Y') / (K_1 - K_0)$  es aproximadamente igual al producto marginal físico del capital. Denominemos con el símbolo  $O$  a la razón marginal capital-producto, que es la inversa del producto marginal físico del capital. (\*)

El stock de capital es aumentado mediante el acto de invertir, por lo tanto el aumento  $(K_1 - K_0)$  es igual a la inversión del año 0,  $(I_0)$ . Por simplicidad se ignora el problema de la depreciación.

Insertando  $O$  e  $I_0$  en la expresión transformada para  $G_K$ , tenemos que,

$$G_K = (1 / O) \cdot (I_0 / Y_0)$$

Dado que inversión es igual a ahorro ( $I_0 = S_0$ ), tenemos que la expresión  $S_0 / Y_0$  es el coeficiente de ahorro. Llamémoslo  $s$ .

Después de todas estas manipulaciones de la definición de la tasa de crecimiento del producto, tenemos que la misma puede ser indicada de esta conveniente manera:

---

(\*) El lector advertirá que la variable  $O$ , denominada razón marginal capital-producto, es distinta del coeficiente (marginal o medio) capital-producto comúnmente utilizado en la literatura del desarrollo económico y en las publicaciones de la CEPAL. Ver por ejemplo, BENJAMIN HIGGINS, *Economic Development*, New York, pág. 209, quien usa la expresión "coeficiente incremental de capital-producto" para referirse a los aumentos en el stock de capital relacionados con incrementos en el producto total. La diferencia estriba en el hecho de que en este último caso se permite la variación del resto de los factores productivos, cosa que no ocurre con la variable  $O$ , ya que es la inversa de la derivada parcial del producto total con respecto al factor capital.

$$G = G_L + G_R = r_L \cdot n + s/O$$

Donde  $r_L$  es la participación relativa de los asalariados en el producto total,  $n$  es la tasa de crecimiento de la fuerza laboral,  $s$  es el coeficiente de ahorro, y  $O$  es la razón marginal capital-producto.

Analicemos ahora el crecimiento del producto per cápita ( $y$ ). Entre el año 0 y el año 1, el incremento de  $y$  es igual a

$$\frac{Y_1}{P_1} - \frac{Y_0}{P_0}$$

Pero esta expresión puede ser también escrita de la siguiente manera:

$$y_1 - y_0 = \frac{Y_1}{P_1} - \frac{Y_0}{P_0} = \left( \frac{Y_1}{P_0} - \frac{Y_0}{P_0} \right) - \left( \frac{Y_1}{P_0} - \frac{Y_1}{P_1} \right)$$

Veamos que

$$\left( \frac{Y_1}{P_0} - \frac{Y_0}{P_0} \right) = \frac{Y_0}{P_0} \cdot \left( \frac{Y_1 - Y_0}{Y_0} \right) = y_0 \cdot G$$

$$\left( \frac{Y_1}{P_0} - \frac{Y_1}{P_1} \right) = \frac{Y_1}{P_1} \left( \frac{P_1 - P_0}{P_0} \right) = y_1 \cdot n$$

$n$ , la tasa de crecimiento de la fuerza laboral se supone igual a la tasa de crecimiento de la población total. Reemplazando las dos últimas expresiones en  $(y_1 - y_0)$  tenemos que,

$$y_1 - y_0 = y_0 \cdot G - y_1 \cdot n$$

La tasa de crecimiento del producto per cápita ( $g$ ), es aproximadamente igual (dado que  $y_1/y_0 = 1$  aproximadamente) a la expresión:

$$g = \frac{y_1 - y_0}{y_0} = G - n$$

## RELACIONES BÁSICAS EN EL PROCESO DE CRECIMIENTO ECONÓMICO

Es decir que la tasa de crecimiento del producto per cápita es igual a la tasa de crecimiento del producto total menos la tasa de crecimiento de la población. Si combinamos esta fórmula con la última expresión obtenida para  $G$ , tenemos que:

$$g = s/O - (1 - r_L) \cdot n$$

Teniendo en cuenta que  $r_L$  es mayor que cero y menor que la unidad, esta fórmula nos dice que el incremento poblacional tiende a aumentar el producto total pero disminuye el producto per cápita.

Habiendo analizado el caso del crecimiento económico sin cambio tecnológico, pasemos ahora a considerar la situación más cercana al mundo real donde tenemos crecimiento con progreso tecnológico.

4. El progreso tecnológico puede tener lugar a través de un mejoramiento en la eficiencia productiva de las maquinarias y equipos, o a través de un perfeccionamiento de las tareas a cargo del elemento humano. Un tercer caso, mucho más genérico, está dado por el incremento en la eficiencia del proceso productivo. En la investigación empírica es sumamente difícil desglosar el progreso tecnológico entre partes que puedan ser atribuidas a las tres fuentes mencionadas.

En esta nota trataremos los mejoramientos tecnológicos como si fuesen el resultado de un aumento en la eficiencia de la fuerza laboral o un mejoramiento en la eficiencia general del proceso productivo.

### a) *Crecimiento de eficiencia del proceso productivo*

El resultado de un aumento en la eficiencia del proceso productivo es un aumento anual del producto, pese a que la

cantidad de insumos utilizados permanece constante (\*\*). Siguiendo la notación detallada en el punto 3, esto significa que el crecimiento del producto total es igual a la suma de tres efectos:

$$G = G_L + G_K + G_E$$

Donde  $G_E$  es el crecimiento del producto total causado por un aumento en la eficiencia general del proceso productivo, mientras la cantidad de insumos permanece constante.

La tasa de crecimiento  $G_E$  es denominada "*tasa de progreso tecnológico no-incorporado*", dado que este efecto no está incorporado en mejoramientos de calidad de ninguno de los insumos. Esta tasa de progreso tecnológico es generalmente medida directamente a través del análisis econométrico de series temporales de producción.

b) *Mejoramientos en la calidad de la fuerza laboral*

El aumento en los niveles de calificación de la fuerza laboral, incrementa la eficiencia del esfuerzo humano aplicado a la producción de bienes y servicios.

Por ejemplo, un incremento en las aptitudes laborales entre el año 0 y el año 1 que aumente la eficiencia del trabajo en un 2%, implica que 100 hombres con los nuevos niveles de calificación pueden producir la misma cantidad de producto que 102 hombres con los anteriores niveles, suponiendo claro está que el resto de los factores no se modifica.

---

(\*\*) Este caso ha recibido el nombre de "cambio tecnológico de tipo neutral". El cambio se refleja simplemente en un aumento del producto asignado a cada curva de isoproducto, de tal manera que la tasa marginal de sustitución entre los diversos insumos no se modifica. Una explicación teórica de este problema, junto con su aplicación práctica al caso de los Estados Unidos en el periodo 1900-49 puede verse en: ROBERT M. SOLOW: *Technical Change and the Aggregate Production Function*, REVIEW OF ECONOMICS AND STATISTICS, November 1957, pp. 312-20.

## RELACIONES BÁSICAS EN EL PROCESO DE CRECIMIENTO ECÓNOMICO

Una manera de tomar en cuenta este efecto en la determinación del producto es medir los insumos de la fuerza laboral en unidades de niveles fijos de capacitación, en lugar de utilizar en forma cruda cifras de hombre-hora que no reflejan adecuadamente diferencias en calidad de la fuerza laboral. Siguiendo el ejemplo presentado, tendríamos que 100 hombres con la nueva preparación representarían no 100 unidades de trabajo, sino 102. En este caso la unidad de medida, es un hombre con el antiguo nivel de calificación.

Tenemos entonces que el impacto del mejoramiento cualitativo de la fuerza laboral en la tasa de crecimiento del producto no puede ser distinguido del impacto originado por el simple crecimiento del número de hombres dedicados a la producción. Indiquemos con el símbolo  $Q$  la tasa de crecimiento de la eficiencia de la fuerza laboral debido a un mejoramiento cualitativo (en el ejemplo arriba presentado,  $Q$  era igual al 2%).

Aplicando las ecuaciones básicas del crecimiento económico, detalladas en 3, resulta que la tasa de crecimiento de la fuerza laboral, medida en términos de hombres con niveles de calificación constantes, es igual a  $(n + Q)$  donde  $n$  es igual a la tasa de crecimiento laboral en términos numéricos globales, sin ajustar por diferencias cualitativas.

Cuando los dos tipos de progreso tecnológico son considerados, obtenemos las siguientes ecuaciones:

$$G' = G_E + \frac{s}{O} + r_L (n + Q)$$

$$g' = G_E + \frac{s}{O} + Qr_L - (1 - r_L) n$$

Donde,

$G_E$ , tasa de crecimiento del producto debido a mejoramientos tecnológicos del proceso productivo en general.

$Q$ , tasa de crecimiento cualitativo de la fuerza laboral.

5. Con el objeto de ilustrar algunos de los conceptos presentados en esta nota, pasemos a considerar a continuación una aplicación empírica de los mismos. Veamos el caso de la economía argentina en el período comprendido entre los años 1950 y 1961.

T A B L A I

	(Y)	(I)	(P)
	<i>Producto bruto Interno real a precios de mercado (en millones de pesos del año 1960)</i>	<i>Inversión bruta interna (en millones de pesos de 1960)</i>	<i>Población total (cifras en miles)</i>
1950	759.071	130.245	17.422
1	766.663	153.073	17.855
2	724.290	144.719	18.231
3	768.634	135.797	18.575
4	805.095	147.767	18.939
5	864.221	151.866	19.304
1956	883.929	163.808	19.684
7	926.303	171.832	20.066
8	975.574	185.150	20.447
9	950.244	175.043	20.773
1960	985.428	232.092	20.900
1	1043.569	244.640	21.247

Fuentes: (Y) y (I), Consejo Nacional de Desarrollo de la República Argentina, abril de 1964.

(P), Dirección Nacional de Estadística y Censos de la República Argentina.

Considerando dos sub-períodos, 1950-55 y 1956-61, obtenemos los siguientes valores para nuestras variables básicas:

	1950-55	1956-61
G, tasa de crecimiento de (Y)	3,1 %	3,3 %
n, " " " " (P)	2,04%	1,5 %
g, " " " " (Y) / (P)	1,06%	1,8 %
s, coeficiente promedio de inversión del período	18,5 %	20,4 %
r <sub>L</sub> , participación relativa de los asalariados en la distribución de (Y)	48,6 %	42,6 %

## RELACIONES BÁSICAS EN EL PROCESO DE CRECIMIENTO ECONÓMICO

Con estas cifras básicas, provistas por las series estadísticas del país, estamos en condiciones de derivar una estimación de la magnitud de las siguientes expresiones:

O, razón marginal capital-producto

1/O, producto marginal físico del capital.

G<sub>L</sub>, tasa de crecimiento del producto *debido* al incremento de la fuerza laboral.

G<sub>K</sub>, tasa de crecimiento del producto *debido* al aumento del stock de capital.

Con este objeto utilizaremos la fórmula previamente derivada en 3:

$$G = G_K + G_L = s/O + r_L n$$

La aplicación de esta fórmula arroja los siguiente resultados:

	1950-55	1956-61
G <sub>K</sub>	2,11%	2,67%
G <sub>L</sub>	0,99%	0,63%
G	3,10%	3,30%
O	8,80	7,70
Producto marginal físico del capital	11,4	13,0

Se puede observar un mejoramiento en la productividad marginal del capital en el período 1956-61 comparado con el quinquenio anterior. Una explicación de este hecho, que no surge de los datos agregados presentados en Tabla I, es la disminución relativa en el período 1956-61 de la inversión fija en construcciones y el aumento de las inversiones en maquinarias y equipos. En general se supone que el rubro maquinarias y equipos tiene un coeficiente capital-producto inferior que el correspondiente a construcciones.

A fin de analizar cuál ha sido el impacto del crecimiento demográfico en el ingreso per cápita aplicaremos la segunda fórmula derivada en sección 3:

$$g' = s/O - (1 - r_L) \cdot n$$

$$1950-55 \quad 1,06 = 2,11 - 1,05$$

$$1956-61 \quad 1,80 = 2,67 - 0,87$$

La interpretación de estos resultados es la siguiente: En el período 1956-61, si la población hubiese permanecido constante la tasa de crecimiento total del producto (G) hubiese sido 2,67% en lugar de la realmente registrada, 3,3%. Pero el ingreso per cápita hubiese aumentado en un 2,67% en lugar de 1,8%. En otros términos, el crecimiento demográfico ( $n = 1,5\%$ ) aportó solamente 0,63% ( $G_L$ ) al crecimiento del producto, deprimiendo en consecuencia el ingreso per cápita en un 0,87%.

ALIETO ALDO GUADAGNI

Miembro del Centro de Investigaciones  
Económicas del Instituto Torcuato di Tella  
(Buenos Aires)