REVISTA DE ECONOMÍA Y ESTADÍSTICA
INSTITUTO DE ECONOMÍA Y FINANZAS
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA
ISSN 0034-8066

OPEN ACCESS

ARTÍCULOS

La teoría matemática no utilitaria del valor y sus aplicaciones

Félix León

Revista de Economía y Estadística, Segunda Época, Vol. 1, No. 1 (1948): 1º Trimestre, pp. 91-122.

http://revistas.unc.edu.ar/index.php/REyE/article/view/3235

LA TEORIA MATEMATICA "NO UTILITARIA" DEL VALOR Y SUS APLICACIONES

POR EL

Dr. Félix León

El problema fundamental de la teoría del valor puede enunciarse con toda precisión en los siguientes términos. Dado un consumidor individual (es decir una familia) que dispone, por unidad de tiempo, de una suma fija de dinero para gastar en bienes de consumo que se le ofrecen en el mercado a precios también fijos. ¿De qué manero distribuye la cantidad total de que dispone entre los diferentes bienes? Además, ¿en qué sentido se altera la distribución entre los diferentes rubros cuando la disponibilidad del individuo varía o cuando se modifican los precios de mercado?

La teoría tradicional marginalista asienta la teoría de la elección del consumidor y por lo tanto la resolución del problema central del valor, en la "utilidad" y el importante principio de la "utilidad marginal decreciente". Como es bien conocido, los teóricos marginalistas han reconocido desde Menger la imposibilidad de medir directamente la utilidad. La utilidad es una cuantía pero no es una cuantía mensurable. La escuela marginalista partía de la existencia de una cierta función de utilidad que aparece implícitamente admitida cuando se supone al consumidor con "determinadas necesidades". Admitida la función de utilidad y el principio de la utilidad marginal decreciente, la configuración de equilibrio del consumidor se da cuando "las utilidades marginales son proporcionales a sus respectivos precios". (1)

Corresponde observar, que una teoría de la elección del consumidor asentada sobre el supuesto poco preciso de la existencia de una determinada función de utilidad no puede ser en modo alguno satisfactoria. Por otra parte, en las conclusiones fundamentales del esquema marginalista figuran involucrados elementos arbitrarios (la utilidad marginal ya que si la utilidad es arbitraria también lo será la marginal) y es forzoso reconocer que tal solución no puede reputarse como científicamente rigurosa. Muchos economistas y aún matemáticos de prestigio criticaron estos aspectos poco satisfactorios de la teoría marginalista.

Pareto, fué el primero en abandonar la función de utilidad y fijar su atención en el hecho empírico de la elección. En el "Manual", publicado precisamente para responder a las críticas que sus teorías del "Cours" habían suscitado, presenta una teoría de la elección prescindiendo de la función de utilidad (2). Parte del supuesto de la "escala de preferencias" del consumidor y utiliza el artificio de las curvas de indiferencia que habían sido introducidas en el análisis económico por Edgeworth.

Sin embargo, no obstante haber apreciado cabalmente la importancia y alcance de su concepción, Pareto no llegó a elaborar un esquema teórico completo de la teoría del valor. Esta tarea fué llevada a cabo por el economisto y estadístico ruso E. Slutsky (3). La última versión, perfeciconada y presen-

---

(1) MARSHALL: "Principios". El Comentador Bibliográfico. Barcelona, 1931. Tomo I, cap. III.

(2) V. PARETO: "Manuel D'Economie Politique". Marcel Giard. París, 1927. Cap. III y XV; y apéndice matemático, pág. 539.

(3) E. SLUTSKY: "Sulla Teoría del Bilancio del Consumatore". Giornale degli Economisti, julio 1915.

tada de manera más elegante y accesible, es debida a los economistas ingleses Hicks y Allen. (4)

Esta nueva exposición de la teoría del valor y especialmente las investigaciones de Hicks y Allen, no han sido aún discutidas en nuestra literatura económica. Sin embargo, aparte de haber conferido a la teoría del valor una estructuración más rigurosa, importan sin duda, obvios refinamientos y aún efectivos progresos en muchos aspectos teóricos descuidados o pasados por alto por la escuela marginalista. El método de las curvas de indeferencia ha permitido reinterpretar aspectos muy improtantes de la "economía del bienestar" y un nuevo enfoque de la teoría del comercio internacional. Los avances logrados en el estudio de los efectos de las variaciones de precios y de los ingresos monetarios de los consumidores, sobre el consumo, han puesto de manifiesto la escasa aceptabilidad de las bases teóricas en que se asientan temas tan importantes como el de los números índices; especialmente en lo que se refiere a los números índices del costo de la vida.

En este artículo presentamos en forma sintética la teoría "no utilitaria" del valor y estudiamos después algunas de sus aplicaciones más importantes. Con ello sólo pretendemos contribuir a la difusión de una teoría ampliamente discutida y utilizada por los economistas de habla inglesa. Al mismo tiempo esperamos mostrar ciertas ventajas que, como mé-

---

(4) J. R. RICKS and R. G. D. ALLEN: "A Reconsideration of the Theory of Value". Economica, febrero y mayo de 1934. — J. R. HICKS: "Value and Capital". Oxford Clarendon Press, 1939 (traducido por el Fondo de Cultura Económica, México, 1945).

La teoría, que aún sigue perfeccionándose, ha sido extendida por P. A. SAMUELSON, "The Stability of Equilibrium: Comparative Statics and Dynamics". Econometrica, 1941. Vol. 9, págs. 97-120. "The Stability of Equilibrium: Linear and non Linear Systems", Econometrica, 1942. Vol. 10, págs. 1-25. Entre las aportes más recientes se puede citar J. L. MOSAK: "General Equilibrium Theory in International Trade", The Pincipia Press, Bloomington, Indaina, 1944. Parte I.

todo de exposición, ofrecen las matemáticas, tan poco utilizadas por los economistas latino-americanos.

1.—LA ELECCION DEL CONSUMIDOR Y LAS CURVAS DE INDIFERENCIA.

La teoría pura de la elección del consumidor reposa sobre el supuesto fundamental de la existencia, para todo individuo, de una **escala de preferencias determinada.** Esto significa que si un conjunto de bienes y servicios $X_1, X_2, \ldots X_n$, se presentan a la elección del consumidor y supuestas formadas las dos colecciones $(x_1, x_2, \ldots x_n)$ $(x'_1, x'_2, \ldots x'_n)$, él puede preferir una a la otra o bien clasificarlas como indiferentes; es decir al mismo nivel de preferencia. Se infiere de aquí, a su vez, que el conjunto de todas las colecciones que es posible formar con esos n bienes de consumo, pueden ordenarse en forma creciente siguiendo las preferencias del consumidor.

El supuesto de que todo individuo actúa de acuerdo a una escala de preferencias determinada no necesita, para los fines de la economía pura, de una justificación psicológica; pues esto se deriva directamente de los hechos de la vida ordinaria. Algunos ejemplos simples y la propia introspección, bastarán para aclarar este enunciado y algunos otros supuestos accesorios que fundamentan la elección del consumidor.

Imaginemos que se presentan a un individuo cualquiera estas dos alternativas:

(1)	3	platos	de	comida	y	1 copa	de	vino
(2)	2	„	„	„	„	2 copas	de	vino

Es evidente, si puede decidir con entera libertad, que dicho individuo manifestará su preferencia por una u otra combinación, o en todo caso, catalogarlas a un mismo nivel de preferencia; vale decir que para él sería indiferente quedarse con una u otra. Además, resulta también evidente que, presentadas las mismas alternativas a otro individuo podrá éste manifestar idénticas o distintas preferencias que el primero. Así, siempre será posible obtener empíricamente, una parte de las preferencias del consumidor con respecto a una determinada colección de artículos, anotando simplemente lo que el individuo hace. Y este método es estrictamente científico. (5)

Supongamos ahora, que por el mismo método hemos obtenido la siguiente tabla de combinaciones igualmente preferidas por un cierto individuo, entre aguardiente y cigarrillos:

Copas de aguardiente	8	7	6	5	4	3	2
Cigarrillos	22	23	24	25	27	30	35

Si se ofreciese al mismo estas nuevas colecciones de dichos artículos:

Copas de aguardiente	12	11	10	9	8	7	6
Cigarrillos	31	34	36	38	40	45	50

de seguro que la preferirá a la primera, por el hecho simple de que contiene mayores cantidades que aquélla. Pues, dentro de ciertos límites, el individuo aumenta su satisfacción a medida que aumenta su provisión de bienes de consumo. Pero, no es en general necesario, que las nuevas combinaciones contengan mayores cantidades de todos los artículos que la integran para que resulte más preferida por el individuo. Bastará, que ésta se adapte mejor a los gustos del mismo. Así, por ejemplo, dicha nueva colección puede contener más de algunos de ellos y menos de los otros; pero, lo que gana más que le com-

(5) Ver L. ROBBINS: "Naturaleza y significado de la ciencia económica". Fondo de Cultura Económica, México, 1944.

pensa de la pérdida, por lo cual resulta, para él, preferida. Son estas, observaciones que los hechos de la vida diaria y la propia introspección ponen de manifiesto.

La escala de preferencias de un individuo para el caso de dos artículos X_1 y X_2, puede expresarse con toda claridad y precisión mediante el artificio de las curvas de indiferencia.

En un sistema de dos ejes perpendiculares se indican sobre el eje horizontal las distintas adquisiciones de uno de los artículos y sobre el vertical las del otro.

En este caso, indicaremos sobre el eje horizontal las distintas cantidades del artículo X_1 y sobre el eje vertical las distintas cantidades del otro artículo X_2.

Así, si OM (fig. 1) representa la adquisición de X_1 y ON la correspondiente de X_2, el punto P representa una posible combinación. Ahora bien, partiendo de una combinación cualquiera, por ejemplo, la representada por P, pode-

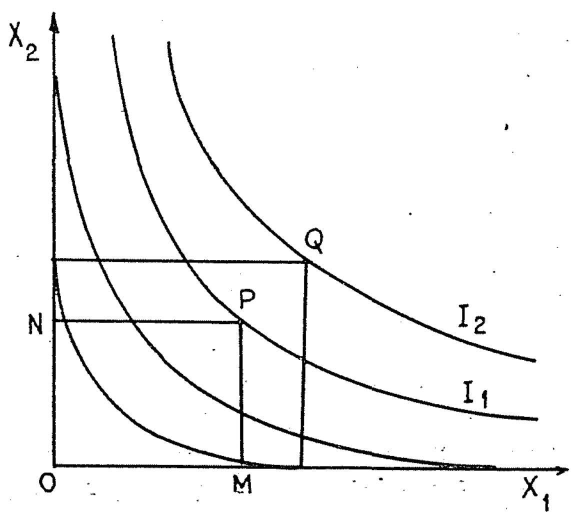

FIGURA 1

mos considerar todas las otras combinaciones **igualmente preferidas** por el consumidor, es decir que para él son indiferentes. Tendremos así, un conjunto de puntos que se ubicarán en una cierta curva la que pasará, desde luego, por P. La cursa I_1 se dice que es una **curva de indiferencia**, precisamente porque pasa por todos los puntos que representan combinaciones indiferentes para el individuo.

La curva de indiferencia I_1 debe tener en general la forma indicada en el gráfico, es decir, inclinada de izquierda a derecha para reflejar el hecho de que una disminución de X_1, deberá ser compensada por un cierto aumento de X_2, a los efectos de mantener el mismo nivel de preferencia. Además, convexa hacia el origen para indicar que cada vez se requerián mayores cantidades de X_2, para compensar las sucesivas disminuciones de X_1. En otros términos, para sucesivas disminuciones, digamos constantes de X_1, se requerirán incrementos cada vez mayores de X_2, a los efectos de mantener el mismo nivel de preferencia.

Esta última propiedad de la curva de indiferencia está vinculada al importante problema de la sustitución de uno de los artículos por el otro, que precisaremos más adelante.

Para trazar la curva de indiferencia I_1 se ha partido de una cierta combinación representada en el plano por el punto P. Si ahora se arranca de otra combinación representad por el punto Q, por ejemplo, que no esté sobre la curva I_1 (es decir que Q representa una combinación de distinto grado de preferencia que P), de acuerdo al mismo razonamiento anterior se puede trazar una segunda curva de indiferencia I_2 que pase por Q y que contenga todos los puntos que representan combinaciones del mismo grado de preferencia que Q. Este proceso puede repetirse hasta que se hayan considerado todas las posibles colecciones entre los dos artículos X_1 y X_2. Se obtendrá así un sistema de curvas de indiferencia que con mucha propiedad puede mirarse como un **mapa de indiferencia.** Y esto es suficiente para describir la escala de preferencias del individuo con respecto a los dos artículos considerados.

El mapa de indiferencia permite ahora apreciar con mayor claridad las implicancias del supuesto básico en que se apoya la teoría de la elección del consumidor.

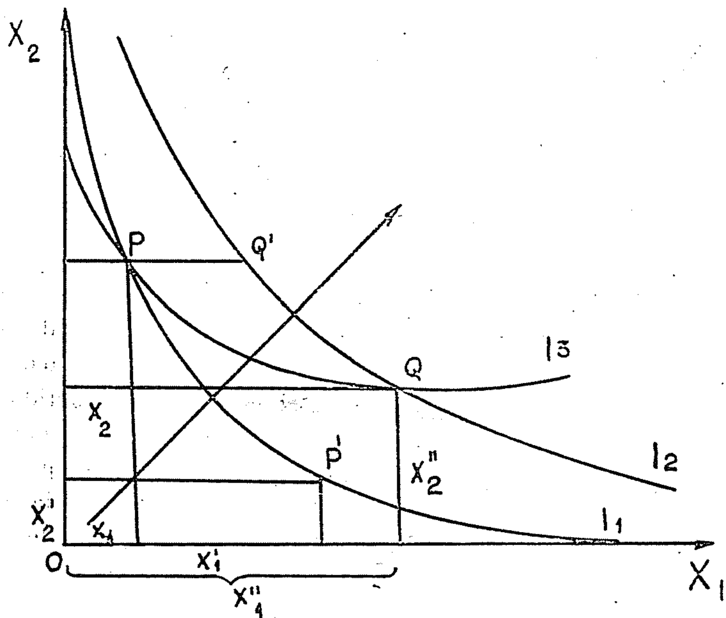

FIGURA 2

Se ha visto que todos los puntos ubicados sobre una misma curva de indiferencia representan colecciones igualmente preferidas por el consumidor. Así, si consideramos los puntos P y P′ sobre la curva I_1 (fig. 2) será siempre —siendo las curvas de indiferencia de forma normal— $x_1 < x'_1$ y $x_2 > x'_2$ (las desigualdades se invierten si P está a la derecha de P′). Esto significa que el incremento positivo $(x'_1 - x_1)$ del artículo X_1, compensa exactamente al consumidor de la pérdida $(x'_2 - x_2)$ del otro artículo X_2. Si ahora consideramos los puntos P y Q sobre curvas distintas, se vé que $x_1 < x''_1$ y $x_2 > x''_2$, pero, el incremento $(x''_1 - x_1)$ más que compensa al consumidor de la pérdida $(x''_2 - x_2)$, con lo que debe aumentar el nivel de preferencia. El punto Q′, pone además de manifiesto que el aumento de uno de los artículos, permaneciendo fija la cantidad del otro, aumenta también el nivel de preferencia.

De las consideraciones que anteceden se saca una conclusión muy importante y es ésta: el nivel de preferencia aumenta a medida que el individuo se mueve en el plano en la dirección N.E., como se indica con la flecha en la figura. Y además, que las curvas de indiferencia no pueden interceptarse unas a otras. En efecto, admitiendo que las curvas I_1 e I_3 se corten en el punto P (fig. 2) se tendría: que la combinación representada por P, por un lado es equivalente a la representada por P′ —por estar ambos sobre una misma curva de indiferencia, la I_1— y por otro, es equivalente a la representada por el punto Q— por estar ambos sobre I_3. De aquí resultaría como consecuencia necesaria que las combinaciones representadas por P′ y Q son equivalentes, lo que es absurdo puesto que Q está en una curva de indiferencia más elevada que P′.

Por último y a los efectos de facilitar el análisis, vamos a suponer que la escala de preferencias del consumidor y por lo tanto las curvas de indiferencia, son continuas. Esto significa en primer lugar, que las adquisiciones del consumidor pueden aumentar o disminuir por cantidades indefinidamente pequeñas y en segundo lugar, que el paso de una combinación a otra del mismo nivel de preferencia se hace en forma continua. La continuidad implica además, que hay una cantidad indefinidamente grande de curvas de indiferencia que prácticamente cubren el plano en la parte delimitada por los semi-ejes X_1 X_2.

El análisis precedente puede precisarse mejor en términos analíticos.

Un sistema de curvas con las propiedades descriptas, puede expresarse analíticamente mediante una ecuación de la forma

$$f(x_1, x_2) = a,$$

donde f es una función continua de las variables positivas x_1, x_2 (que representan las distintas cantidades adquiridas de los dos artículos) y a es un parámetro también positivo. Si a toma un valor particular a_1, se obtiene una curva determinada del sistema $f(x_1, x_2) = a_1$ que indica que cualesquiera sean los valores de x_1 y x_2 el nivel de preferencia es el mismo para el consumidor. Si consideramos otro valor de a, $a_2 > a_1$, la ecuación $f(x_1, x_2) = a_2$, corresponderá a otra curva de indiferencia que por estar más elevada que la primera, pasará por todos aquellos puntos que representen combinaciones más preferidas por el consumidor. El parámetro a, entonces, está vinculado al nivel de preferencia que corresponde a las distintas combinaciones que puedan hacerse con los dos artículos que entran en juego. Pero es importante advertir que sólo actúa **indicando** el orden de preferencia y no **midiendo** las preferencias del consumidor. En otros términos, si bien es cierto que las preferencias del consumidor son correlativas de la utilidad que para él se deriva de la posesión de una determinada colección de bienes, el parámetro a indicaría —si se quiere— diversos órdenes de utilidad y no "cuantum" de utilidad. La diferencia entre dos valores dados de a no mide, necesariamente, la diferencia de utilidad.

Las dos propiedades fundamentales de las curvas de indiferencia en términos analíticos son:

1) A lo largo de toda curva debe verificarse que

$$dx_2 / dx_1 < 0.$$

Esta condición refleja el hecho ya vista de que toda disminución de X_1 debe ser compensada por el correspondiente aumento de X_2, a los efectos de mantener el mismo nivel de preferencia.

2) Con pocas excepciones debe verificarse que

$$d^2x_2 / dx^2_1 > 0;$$

es decir, que la pendiente negativa de toda curva de indiferencia crece (su valor absoluto decrece) a medida que x_1 crece. Esta propiedad dice que para incrementos constantes de X_1, corresponden disminuciones cada vez mayores de X_2, para que se mantenga el mismo nivel de preferencia. Y está expresado geométricamente por la condición de que toda curva de indiferencia debe ser convexa hacia el origen en todos sus puntos. (*)

(*) Un ejemplo simple de una función del tipo descripto en el texto, lo constituye la expresión:

(1) $(x_1 + h)(x_2 + k) = a$ donde $\begin{array}{l} 0 \leq x_2 \leq a/h - k \\ 0 \leq x_1 \leq a/k - h \end{array}$;

restricción que limita las curvas al primer cuadrante. En esta expresión h y k representan valores numéricos que dependen del sentido de las preferencias del consumidor. La interpretación es la siguiente: permaneciendo fijo h y k, al variar a en forma continua da lugar al sistema de curvas que integran el mapa de indiferencia del consumidor y que indican los diferentes "ordenes" de preferencia de dicho consumidor con respecto a las distintas combinaciones que puedan hacerse con los dos artículos bajo consideración. Las variaciones de a entonces, nada tienen que ver con el sentido de las preferencias o gustos del consumidor; vale decir, no afectan a la forma de las curvas. Este hecho estará representado por una modificación de los valores de h y k. En efecto, en ese caso se tendrá un nuevo sistema de curvas

La pendiente de una curva de indiferencia (considerada en valor absoluto) ha sido denominada por Hicks y Allen "razón marginal de sustitución", pues indica la cantidad de X_2 que compensa exactamente al consumidor la pérdida de una unidad marginal de X_1, si se considera el cambio de X_1 por X_2; o la disminución de X_2, que anula, digamos, la satisfacción que el individuo gana con la adición de una unidad marginal de X_1, cuando se considera el cambio de X_2 por X_1. (6). La segunda propiedad de las curvas de indiferencia ha sido enunciada a su vez como el "principio de la razón marginal decreciente de sustitución", que indica que a medida que se sustituye X_2 por X_1, a lo largo de una misma curva de indiferencia, la razón marginal de sustitución decrece. (7)

El método que ha permitido representar geométricamente y analíticamente la escala de preferencias de un consumidor con respecto a dos artículos, puede extenderse al caso de tres artícudos X_1, X_2, X_3. La interpretación geométrica exige en este caso tres ejes respectivamente perpendiculares. Se puede indicar sobre los dos primeros las cantidades de

---

que deben describir, como es lógico, un complejo de gustos o preferencias distinto al anteriormente considerado.

Siendo la expresión (1) una función implícita de ambas variables, se puede despejar x_2 en términos de x_1; resulta $x_2 = f_1(x_1)$ y $dx_2/dx_1 = - a/(x_1 + h)^2 < 0$. Esta relación aclara lo dicho en el texto principal. Se ve que la pendiente (considerada en valor absoluto) decrece a medida que x_1 crece; y crece cuando x_1 decrece. Además $d^2x_2/dx^2_1 > 0$; lo que dice que toda curva del sistema es convexa hacia el origen en un cierto punto. En realidad, todas las curvas son convexas hacia el origen en todos sus puntos.

(6) Ver HICKS y ALLEN: "A Reconsideration....", Economica, pág. 55. "Value and Capital", pág. 20.

(7) En "A Reconsideration.....", los autores enunciaron el principio de la razón marginal creciente de sustitución, dado que consideraron el cambio de X_1 por X_2. En "Value and Capital", HICKS habla de razón marginal decreciente de sustitución, pues considera el cambio en el sentido contrario. El propósito perseguido es mantener la terminología lo más apegada posible a la utilizada por MARSHALL.

X_1 y X_2 y levantar en el espacio tridimensional una altura correspondiente a la porción de X_3. Cada combinación queda así representada por un punto en el espacio. El conjunto de todos los puntos que representen combinaciones igualmente preferidas por el consumidor engendrarán una cierta **superficie de indiferencia.** Y en definitiva, las preferencias del consumidor con respecto a los tres artículos considerados, quedarán reflejadas con toda precisión por un sistema de superficies de indiferencia. Cada una y el conjunto de dichas superficies presentarán, en el caso normal, características análogas a las señaladas para las curvas de indiferencia. La representación analítica también se infiere con facilidad. En efecto, un sistema de superficies con las propiedades aludidas pueden expresarse mediante la ecuación

$$f(x_1, x_2, x_3) = a$$

donde f es una función continua de las variables positivas x_1, x_2, x_3 y a es un parámetro también positivo. El significado de esta ecuación es similar al ya explicado para el caso de dos artículos.

Sin embargo, puede advertirse que aún en el caso simple de tres artículos, la construcción geométrica es laboriosa y la discusión del problema no se presenta tan accesible y clara como cuando sólo entran en juego dos artículos. Para más de tres artículos la representación geométrica común ya no es posible y aunque lo fuera de seguro que no resultaría ya un método conveniente de análisis. Esto no constituye sin embargo, un obstáculo serio, puesto que, como se desprende de las elaboraciones precedentes, la generalización del problema es obvia. En efecto, la escala de preferencias de un consumidor con respecto a un conjunto definido de n artículos $x_1, x_2, \ldots, x_n$, está perfectamente caracterizada por una ecuación de la forma:

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = a ;$$

cuyo significado aparece a esta altura perfectamente claro prescindiendo de toda intuición geométrica.

Según se vió, a es siempre un parámetro variable que indica los diversos órdenes de preferencias (o si se quiere de utilidad). Pero, si bien a es constante a lo largo de una misma curva de indiferencia, varía cuando se pasa de una curva a otra. Luego si ponemos la variable u en vez de a obtenemos la función

$$u = f(x_1, x_2, \ldots, x_n),$$

que es la **función de las preferencias del consumidor** o "función índice" de utilidad. Esta función sólo pretende describir los diversos órdenes de preferencia que corresponde a las distintas combinaciones que puedan hacerse con los n artículos considerados. Así, si u_1 y u_2 son dos valores del índice, será $u_1 = u_2$ si las combinaciones de que se trata son igualmente preferidas por el consumidor; mientras que, será $u_1 > u_2$ si la primera es más preferida que la segunda y viceversa. La situación, como puede inferirse, no cambia si se toma como índice los valores ku_1 y ku_2, siendo k una constante positiva cualquiera. Y en general, si u es un índice apropiado para describir las preferencias del consumidor, es evidente que $F(u)$ será también un índice apropiado, con tal que la función F varíe en el mismo sentido que u. Así, F es una función arbitraria supeditada a la única condición que $F' = dF/du > 0$.

La forma "normal" del mapa de indiferencia del consumidor impone ciertos requisitos a cumplir por la función índice de utilidad. Se debe admitir que u es continua y que admite derivadas de primer y segundo orden también continuas. Por conveniencia la escribiremos en la forma siguiente:

$$u = u(x_1, x_2, \ldots, x_n).$$

De esta manera, las variaciones de u producidas por las variaciones de las x_s, están representadas por las derivadas parciales de primero y segundo orden. Sea

$$u_s = \frac{\partial u}{\partial x_s} \qquad u_{st} = \frac{\partial u}{\partial x_s \, \partial x_t} \qquad (s \text{ y } t = 1, 2, \ldots, n)$$

u_s, indica la variación de u para una variación infinitesimal de x_s, cuando permanecen constantes las demás cantidades. Puede denominarse el "índice de la utilidad marginal de x_s" que corresponde a la función u. Del mismo modo, u_{st}, representa el coeficiente de variación de u_s con respecto a x_t; e indica la variación de la utilidad marginal de x_s producida por la variación infinitesimal de otro artículo x_t, cuando permanecen constantes las demás variables. Admitiremos además, que el nivel de preferencia de una combinación cualquiera de las n mercancías, depende solamente de las cantidades que entren en dicha combinación y no del orden en que son adquiridas o consumidas (S). Esto se expresa matemáticamente por la condición de que

$$u_{st} = u_{ts}.$$

Si se utiliza en vez de u la función F (u), el índice de la utilidad marginal de x_s correspondiente a la función F se-

(S) La función de utilidad o el índice de utilidad pueden existir aun cuando el orden de consumo no resulte indiferente. Para este tema puede consultarse: PARETO, op. cit., pág. 541 y sigts. Un planteamiento y una discusión muy clara de este problema como así una brillante exposición sobre las curvas de indiferencia, se encuentra en H. SCHULTZ, "The theory and measurement of demand", Chicago 1938, Cap. I y II. Para una discusión matemática de la utilidad puede consultarse G. E. EVANS, "Mathematical introduction to economics", N. York 1930. Además puede verse sobre este tema y sobre la materia que se trata en este trabajo, R. G. D. ALLEN, "Mathematical analysis for economist", London 1938, págs. 289-91 y 313-14. "A reconsideration.....", op. cit. (parte matemática a cargo de ALLEN).

rá $F_s = F'(u) \cdot u_s$. Y puesto que la función F es arbitraria excepto que $F'(u) > 0$ se sigue que **la utilidad marginal queda determinada en cuanto al signo pero arbitraria en magnitud.** Esto expresa matemáticamente la imposibilidad de medir directamente la utilidad. Similarmente, el coeficiente de variación de F_s (índice de la utilidad marginal de x_s) con respecto a x_t es, de acuerdo a la regla de derivación del producto,

$$F_{st} = F' \cdot u_{st} + F'' \cdot u_s \cdot u_t \,.$$

De donde se desprende, ya que no hay ninguna restricción respecto al signo de F'', que la **derivada de segundo orden de la función de utilidad es arbitraria en magnitud y signo.** Como es bien sabido, el principio de la utilidad marginal decreciente —que es el principio fundamental sobre el que se asienta la teoría tradicional del valor— implica necesariamente que la derivada de segundo orden de la función de utilidad debe ser siempre negativa. El nuevo enfoque, al dejar arbitraria el signo de la derivada de segundo orden no utiliza, evidentemente, dicho principio. En su lugar se ha introducido, como se vió, el principio concreto de ''razón marginal decreciente de sustitución''.

Podemos generalizar también la definición de razón marginal de sustitución y a la vez obtener una expresión de la misma en términos de la utilidad marginal. Si x_s y x_t son dos artículos cualesquiera de un conjunto definido de n mercancías, la razón marginal de sustitución de x_t por x_s puede definirse como la disminución de x_t que anula, digamos, la utilidad que el consumidor gana con la adición de una unidad marginal de x_s, cuando las cantidades de las $n - 2$ mercancías restantes, permanecen fijas.

Si $u(x_1, x_2, \ldots, x_n) =$ constante, expresa analíticamente la condición de que las x_s varíen de modo que el nivel de preferencia de un cierto número de combinaciones que pueden hacerse con los n artículos sea constante, podemos representar la razón marginal de sustitución de x_t por x_s mediante el siguiente símbolo: (*)

$$R_{ts} = -\frac{\partial x_t}{\partial x_s} = \frac{u_s}{u_t}$$

que expresa que la razón marginal de sustitución de x_t por x_s es igual a la razón de las utilidades marginales de x_s y x_t. Si en lugar de u se utiliza el índice F(u) se tiene:

$$R_{ts} = \frac{u_s}{u_t} = \frac{F' . u_s}{F' . u_t} = \frac{u_s}{u_t} .$$

Este resultado pone de manifiesto que la razón marginal de sustitución es independiente de la función de utilidad que se adopte. Consecuentemente, está libre de todo supuesto referente a la conmensurabilidad de la utilidad.

Puede demostrarse finalmente, que el principio de la razón marginal decreciente de sustitución, no implica necesariamente, el supuesto tradicional de la utilidad marginal decreciente (matemáticamente que la derivada de segundo orden de la función de utilidad debe ser siempre negativa). En efecto, el primero requiere que para sustituciones de x_t por x_s a lo largo de una misma curva de indiferencia,

$$dR_{ts} / dx_s < 0.$$

Ahora

$$\frac{d}{dx_s}\left(\frac{u_s}{u_t}\right) = \frac{1}{u^2_t}\left(u_t \frac{du_s}{dx_s} - u_s \frac{du_t}{dx_s}\right)$$

(*) De acuerdo a la conocida regla de derivación de una función implícita de n variables.

De donde se obtiene:

$$u^2_t \cdot u_{ss} - 2\,u_s \cdot u_t \cdot u_{st} + u_{tt} \cdot u^2_s < 0\ ;$$

expresión que puede ser negativa aún para $u_{ss} > 0$ y $u_{tt} > 0$, con tal que u_{st} sea positiva y suficientemente grande.

2 — LA DETERMINACION DEL EQUILIBRIO DEL CONSUMIDOR.

Ahora estamos en condiciones de presentar una respuesta precisa al problema fundamental de la teoría del valor. Aquí, el postulado hedónico se manifiesta en el sentido de que el consumidor, en la medida que se lo permitan sus recursos escasos, tratará de ocupar la posición más elevada posible en su mapa de indiferencia. En otros términos, él tratará de obtener aquella colección de mercancías que maximicen su función de utilidad. Comenzaremos por el caso más simple en que sólo se consideran dos artículos.

Supongamos, entonces, un consumidor que dispone por unidad de tiempo de una suma fija g para gastar en los artículos X_1 y X_2, que se cotizan en el mercado a los precios p_1 y p_2 respectivamente. El problema se reduce a encontrar una respuesta adecuada a esta pregunta: ¿Qué posición adoptará el consumidor en su escala de preferencias compatible con el supuesto de su disponibilidad y precios fijos? La explicación resulta más clara en términos geométricos.

Si el consumidor invirtiese todo su dinero en X_2 adquiriría la cantidad g/p_2 (fig. 3) indicada en el gráfico por la distancia OA; mientras que si invierte todo en el artículo X_1 adquiriría la cantidad g/p_1, igual a OB. Normalmente no adquirirá un solo artículo sino que distribuirá la suma g entre los dos artículos. Así, si $x_1 = OM$ y $x_2 = ON$, son las cantidades adquiridas, se observa que éstas determinan un punto sobre la recta AB, tal como el E. Los diferentes puntos de dicha recta representan entonces todas las posibles adquisiciones del consumidor. Ahora bien, teniendo presente la continuidad del mapa de indiferencia del consumidor, es evidente que la recta AB cortará a muchas de las curvas de indiferencia del sistema y será tangente a una de ellas, por ejemplo en el punto E tal como se muestra en el gráfico. El punto E representa la posición más elevada que puede ocupar el consumidor en su

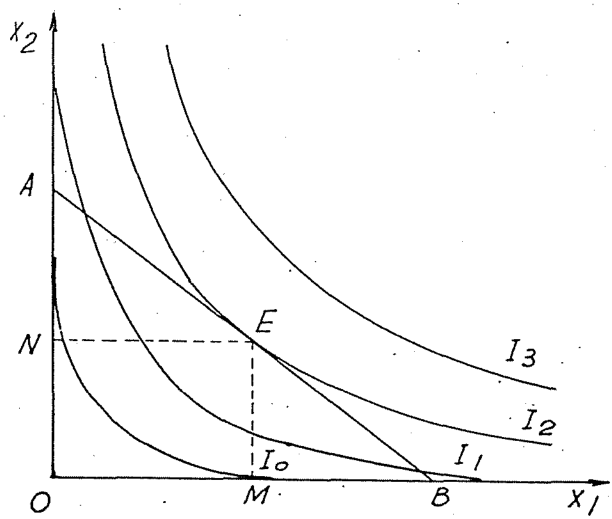

FIGURA 3

mapa de indiferencia, con sus recursos fijos y frente a precios dados por el mercado. Cualquier otro punto de la recta a la izquierda o derecha del punto de tangencia debe, necesariamente, estar sobre una curva de indiferencia menos elevada que aquella en que reside dicho punto. La combinación (x_1, x_2) representada por este punto, constituye la "adquisición de equilibrio" del consumidor; en el sentido que cualquier apartamiento de ella, llevaría al individuo a una posición menos preferida. En otros términos, es lo mejor que puede hacer con sus recursos limitados y frente a precios dados por el mercado.

En el punto de tangencia, la pendiente de la curva de indiferencia es igual a la pendiente de la recta AB que puede denominarse "recta del balance del consumidor" (9). De aquí se infiere que en el punto de equilibrio, la razón marginal de sustitución de X_2 por X_1, es igual a la razón de los precios monetarios de dichos artículos; vale decir que $R_{21} = p_1 / p_2$. Esta relación permite explicar desde un punto de vista extrictamente económico, el equilibrio del consumidor. En efecto, si la razón marginal de sustitución, en el punto en que se detiene el individuo, fuese mayor que la razón de los precios, quiere decir que éste ha avaluado una unidad de X_1 en términos de X_2, en más que lo que sucede en el mercado; luego él podría adquirir una colección más preferida comprando más de X_1 y menos de X_2. En cambio si la razón marginal de sustitución fuese menor que la razón de los precios, el consumidor puede lograr una combinación más preferida adquiriendo menos de X_1 y más de X_2. (*)

(9) Conviene tener presente que para dos artículos la ecuación de la recta AB es $x_1 p_1 + x_2 p_2 = g$ que puede escribirse $x_2 = g/p_2 - (p_1 / p_2)\, x_1$. Donde x_1 y x_2 representan las cantidades adquiridas por el consumidor.

(*) El alcance de esta importante cuestión puede aclararse con el siguiente ejemplo numérico:

X_1	X_2	ΔX_1	ΔX_2	R_{21}
11	24	1	6	6
12	18	1	5	5
13	13	1	4	4
14	9	1	3	3
15	6	—	—	—

Hemos consignado un conjunto de combinaciones de dos artículos dados X_1 y X_2 que suponemos igualmente preferidas por

Para que el equilibrio sea estable es necesario, como se desprende del análisis precedente, que la razón marginal de sustitución disminuya en cualquier sentido que el individuo prosiga el intercambio. En el caso general de n mercancías. la razón marginal de sustitución debe disminuir no sólo entre cada par de mercancías sino también en cualquier otra dirección. Esto se expresa geométricamente por la condición que las superficies de indiferencia deben ser convexas hacia el origen en todos sus puntos. Hay que agregar, además, el supuesto adicional de que todo punto inmediato es apto para representar una posición de equilibrio. [10]

Matemáticamente, la determinación del equilibrio en el caso general se resuelve así. Sea

$$(1) \qquad u = u(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

la función de las preferencias y

$$(2) \qquad x_1 p_1 + x_2 p_2 + \ldots + x_n p_n = g$$

la ecuación del balance del consumidor. El individuo tratará de distribuir la suma g de que dispone de manera de obtener la colección más preferida. Matemáticamente se presenta un problema de máximo relativo. Debemos maximizar la función u, estando las variables ligadas por la ecuación (2).

$$u - k \sum_{s=1}^{n} x_s p_s = \text{máximo}$$

un cierto consumidor. Si el precio de X_1 es $p_1 = 1$ y el precio de X_2 es $p_2 = 2$ y el ingreso monetario del consumidor es \$ 16,25, de acuerdo a los supuestos del texto, el consumidor adquirirá aquella colección en que la razón marginal de sustitución de X_2 por X_1 sea igual a la razón de los precios monetarios $p_2/p_1 = 4$. Vale decir que se decidirá por la combinación (13, 13).

(10) Ver HICKS, ''Valor y Capital'', pág. 20.

Si k es un multiplicador de Lagrange se puede escribir (11) (*)

Resolviendo se obtiene:

$$(3) \qquad u_s = kp_s \quad (s = 1, 2, \ldots, n).$$

De donde

$$k = \frac{\Sigma\, u_s}{\Sigma\, p_s} = \frac{\Sigma\, u_s\, x_s}{\Sigma\, p_s\, x_s}$$

Eliminando k en las n ecuaciones (3) se llega a las bien conocidas condiciones del equilibrio

$$(4) \qquad \frac{u_1}{u_n} = \frac{p_1}{p_n}, \; \frac{u_2}{u_n} = \frac{p_2}{p_n}, \ldots, \frac{u_{n-1}}{u_n} = \frac{p_{n-1}}{p_n}$$

Las ecuaciones (4) dicen que en equilibrio la razón marginal de sustitución entre dos mercancías cualesquiera es igual a la razón de los precios monetarios. Estas $n - 1$ ecuaciones conjuntamente con la (2), permiten determinar las n incógnitas $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Para que u sea máxima y no mínima, debe verificarse además que

$$(5) \qquad d^2u = \sum_{s=1}^{n} \sum_{t=1}^{n} u_{st}\, dx_s\, dx_t < 0\,;$$

que no es sino la expresión matemática de que, en equilibrio,

(11) Ver J. REY PASTOR: "Elementos de la Teoría de Funciones", vol. II, pág. 291, Buenos Aires 1938; J. DE LA VALLEE POUSSIN: "Cours d'Analyse Infinitesimale", 8ª edición, tomo I, pág. 148. Louvain. 1938.

(*) Se demuestra en análisis que, establecer los extremos ligados o máximos relativos de una función de n variables $F(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ en que dichas variables están ligadas por una ecuación de la forma $f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = c$, equivale a encontrar los extremos libres de la función $F \pm kf$, donde k es una constante que hay que determinar.

la razón marginal de sustitución debe decrecer en cualquier dirección que se quiera llevar el intercambio. Y esta es la condición que asegura la estabilidad de dicho equilibrio.

La ecuación (5) es una forma cuadrática sujeta a la condición lineal $du = \Sigma u_s dx_s = 0$. Luego las candiciones de estabilidad son, entonces, que los determinantes

$$\begin{vmatrix} 0 & u_1 & u_2 \\ u_1 & u_{11} & u_{12} \\ u_2 & u_{12} & u_{22} \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 0 & u_1 & u_2 & u_3 \\ u_1 & u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ u_2 & u_{12} & u_{22} & u_{23} \\ u_3 & u_{13} & u_{23} & u_{33} \end{vmatrix} \cdots\cdots$$

$$\cdots\cdots U = \begin{vmatrix} 0 & u_1 & u_2 \cdots\cdots & u_n \\ u_1 & u_{11} & u_{12} \cdots\cdots & u_{1n} \\ u_2 & u_{12} & u_{22} \cdots\cdots & u_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ u_n & u_{1n} & u_{2n} \cdots\cdots & u_{nn} \end{vmatrix}$$

Sean alternativamente positivos y negativos. ([12])

3 — LA LEY DE DEMANDA DE LOS CONSUMIDORES.

Las ecuaciones (2) y (4) ponen claramente de manifiesto que las cantidades de equilibrio $x_1, x_2, \ldots, x_n$, que el individuo adquiere, así como los valores de equilibrio de u y

(12) Ver ALLEN: "Mathematical Analysis for Economist", pág. 485. Para una exposición más amplia sobre las formas cuadráticas, puede consultarse MAXIME BOCHER: "Introduction to Higher Algebra", MacMillan, N. York, 1938.

k, establecidos en el capítulo precedente, dependen de un conjunto de tres factores: 1) la escala de preferencias del consumidor; 2) su disponibilidad monetaria; 3) los precios de mercado.

La escala de preferencias puede suponerse conocida y que permanece estable durante un cierto período de tiempo. Bajo este supuesto, la demanda del consumidor depende de los otros dos factores; es decir, su disponibilidad monetaria y los precios de mercado. Esta hipótesis se ajusta, en general, a la realidad y las investigaciones estadísticas la han verificado en cierta medida. En efecto, si el consumidor concurre al mercado en un tiempo t_r, con una suma distinta o se enfrenta con precios distintos que en otra época anterior t_0, adquirirá, evidentemente, una colección distinta de mercancías. En otros términos, su demanda de cada mercancía está en función de su disponibilidad y de los precios a que éstas se cotizan en el mercado. Esto puede expresarse matemáticamente mediante la ecuación

$$(6) \qquad x_s = x_s (p_1, p_2, \ldots, p_n, g)$$

Interesa conocer desde el punto de vista de las aplicaciones, el sentido de las variaciones en la demanda del consumidor, cuando aumenta o disminuye su disponibilidad o cuando se modifican los precios de mercado [13]. Las relaciones

(13) Es oportuno recordar aquí, que MARSHALL en sus "Principios", no se ocupó de los efectos debidos a los cambios en el ingreso del consumidor. Su construcción reposaba, como se sabe, sobre un supuesto a la vez simple e ingenioso: la constancia de la utilidad marginal del dinero. Este supuesto muy útil sin duda para las aplicaciones que MARSHALL hizo de él, presenta, no obstante, sus inconvenientes. Para un estudio de las rigurosas implicancias del supuesto referente a la constancia de la utilidad marginal del dinero, puede verse P. A. SAMUELSON, "Constancy of the Marginal Utility of Income" (En "Studies in Mathematcial Economics and Econometrics"), editado por O. Lange, T. O. Intema y F. MacIntre, en honor de H. SCHULTZ, Chicago 1942, pág. 75.

matemáticas hasta aquí establecidas, proporcionan un método que resuelve con elegancia y precisión este problema. Para ello se deben reinterpretar en las ecuaciones (2) y (4) el significado de las p_s y de la disponibilidad g. Ahora hay que considerarlos como parámetros variables y no como constantes absolutas. Por este método se puede investigar las variaciones en las x_s producidas por las variaciones de g y de las p_s, derivando las ecuaciones del equilibrio con respecto a esos parámetros.

4 — EFECTOS DE LAS VARIACIONES EN LA DISPONIBILIDAD DEL CONSUMIDOR.

Se ha visto que si la disponibliidad del consumidor es OA (medida en términos de X_2), la adquisición de equilibrio está representada por el punto P (OM de X_1 y ON de X_2), (fig. 4). Si el ingreso del consumidor aumenta, per-

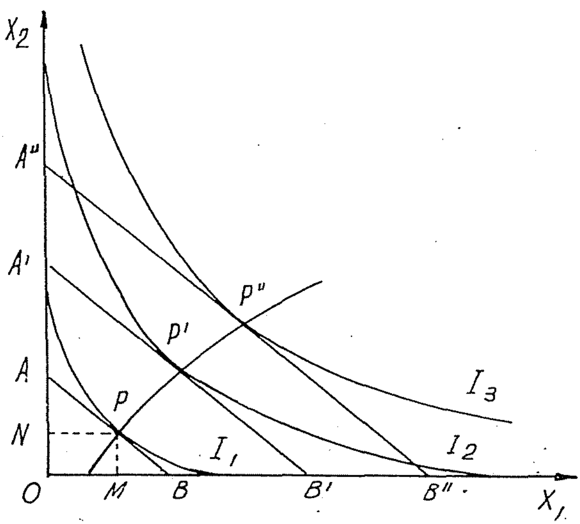

FIGURA 4

maneciendo fijos los precios, la recta AB se desplazará paralelamente a sí misma (pues esto equivale a una variación de su parámetro permaneciendo fija su pendiente). Los nuevos puntos de equilibrio serán P′, P″, etc.; es decir, donde la recta sea tangente a una curva de indiferencia. Dichos puntos, como es fácil advertir, engendran la curva PP″, que ha sido denominada "curva del consumo en función del ingreso". (14)

Es importante destacar que la forma y dirección de esta curva sólo se puede establecer cuando se conozca el mapa de indiferencia del consumidor. Si éste tiene más preferencia por X_1 que por X_2 (permaneciendo fijas las demás condiciones) la curva resultará más inclinada hacia el eje horizontal. Lo contrario sucedería si X_2 fuese más preferido que X_1. Lo que se quiere significar es que los efectos de las variaciones del ingreso (disponibilidad) sobre la demanda no están determinados. Aclararemos esta importante conclusión en términos analíticos.

Derivando parcialmente las ecuaciones (2) y (3) con respecto a g se tiene: (*)

$$p_1 \frac{\partial x_1}{\partial g} + p_2 \frac{\partial x_2}{\partial g} + \dots + p_n \frac{\partial x_n}{\partial g} = 1$$

$$-p_1 \frac{\partial k}{\partial g} + u_{11} \frac{\partial x_1}{\partial g} + u_{12} \frac{\partial x_2}{\partial g} + \dots + u_{1n} \frac{\partial x_n}{\partial g} = 0$$

....

....

(14) HICKS le da este nombre en "Valor y Capital". En "A Reconsideration....." la denominó "curva del gasto".

(*) Conviene tener presente que u_s (derivada parcial de u $(x_1, x_2, \dots; x_n)$ con respecto a x_s), es también función de n variables. Además, de acuerdo a la relación (6) cada variable es a su vez función de varias variables; luego es aplicable aquí la regla de derivación de una función compuesta.

$$-p_n \frac{\partial k}{\partial g} + u_{n1} \frac{\partial x_1}{\partial g} + u_{n2} \frac{\partial x_2}{\partial g} + \ldots + u_{nn} \frac{\partial x_n}{\partial g} = 0$$

Utilizando la relación (3) $p_s = u_s / k$, es fácil comprobar que el determinante de los coeficientes es $-U/k^2$; el que, de acuerdo a las condiciones de estabilidad, debe ser diferente de 0. Ahora, si U_s es el cofactor de u_s en U, la solución con respecto a $\partial x_n / \partial g$ es

$$\frac{\partial x_s}{\partial g} = \frac{kU_s}{U}$$

Esta expresión puede ser positiva o negativa según sea el signo de U_s. ¿Qué interpretación debemos dar a este resultado? Sin duda ésta: que los efectos de las variaciones en la disponibilidad del consumidor sobre la demanda, no están determinados. En otros términos, si el individuo con una suma g_0, bajo ciertos precios, adquiere la colección (x'_1, x'_2) de los artículos X_1, X_2, al pasar a la suma $g_0 + \Delta g_0$, permaneciendo fijos los precios, puede suceder que consuma más de X_1 y menos de X_2; o viceversa. Esto depende de la naturaleza de ambas mercancías. Una mercancía tal que su demanda disminuye al incrementar la disponibilidad del consumidor se dice que es una mercancía "inferior".

5 — EFECTOS DE LAS VARIACIONES DE PRECIOS.

Veamos ahora, los efectos de una variación de precios sobre la demanda. Supongamos que el precio de X_1, p_1, ha bajado mientras que el precio de X_2, p_2, no varía. La nueva posición de la recta AB se infiere fácilmente teniendo en cuenta que la disminución de p_1, implica sólo una disminución de su pendiente (en valor absoluto). Para sucesivas disminuciones de p_1, la recta girará sobre A (fig. 5).

Si P era el punto de equilibrio en las condiciones iniciales, el nuevo punto de equilibrio estará representado por un punto tal como el N donde la recta es tangente a la curva de indiferencia I_2 ; es decir, en la posición indicada por

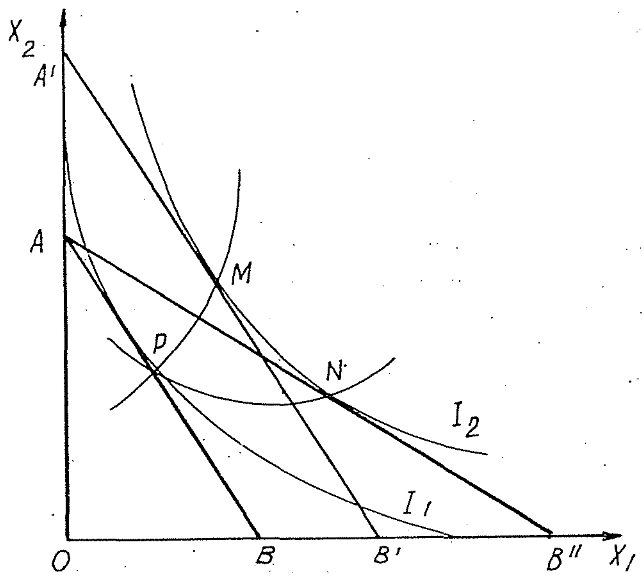

FIGURA. 5

AB''. Además la recta A' B' paralela a la AB determina con I_2 el punto M, de manera que PM es la curva del consumo-ingreso. Similarmente, el punto N determina con P la curva del "consumo en función del precio" o curva del "consumo-precio". La recta AB'' debe tocar a I_2 en un punto más bajo que A' B' (por la convexidad de toda curva de indiferencia) ; y como esto es válido para toda curva superior a I_1; se sigue que la curva del consumo-precio que pasa por P debe estar siempre a la derecha de la curva del consumo-ingreso que pasa por ese mismo punto.

Esta interpretación geométrica tiene un contenido económico importante. Al bajar el precio de X_1, el consumidor se mueve sobre la curva del consumo-precio de P a N. Pues es natural que consuma más de aquella mercancía cuyo precio ha experimentado una baja y menos de aquella que relativamente se ha encarecido. Este movimiento puede considerarse realizado en dos etapas: de P a M sobre la curva del consumo-ingreso y de M a N sobre la curva de indiferencia I_2. En efecto, al bajar el precio de X_1 aumenta el ingreso real del consumidor y el resultado es el mismo que el de un efectivo aumento del ingreso. Por otra parte, al alterar los precios relativos, induce al consumidor a sustituir algo de X_2 por algo de X_1. Este es el orden en que Hicks considera los efectos de una baja de precio sobre el consumo. [15]

Los efectos de una variación de precio pueden considerarse en un orden distinto al indicado anteriormente aunque el resultado final pueda ser el mismo. Al bajar el precio del artículo X_1, por ejemplo, puede ocurrir que la reacción inmediata del consumidor sea la de sustituir algo de X_2 por algo de X_1. Esta operación implicaría un desplazamiento del consumidor sobre la curva de indiferencia I_1 (fig. 5), hasta un cierto punto más bajo que P ; y aún puede ocurrir que esta baja de precio permita al consumidor ocupar una posición ligeramente más ventajosa en su escala de preferencias. Posteriormente, al percatarse que parte de su ingreso queda libre, se decidirá a lograr una colección francamente más preferida que la primera.

Derivando parcialmente ahora con respecto a p_1 es de-

(15) "Valor y Capital", pág. 28.

cir, suponiendo que la disponibilidad g y todos los demás precios permanecen constantes se tiene:

$$p_1 \frac{\partial x_1}{\partial p_t} + p_2 \frac{\partial x_2}{\partial p_t} + \ldots + p_n \frac{\partial x_n}{\partial p_t} = -x_t$$

$$-p_1 \frac{\partial g}{\partial p_t} + u_{11} \frac{\partial x_1}{\partial p_t} + u_{12} \frac{\partial x_2}{\partial p_t} + \ldots + u_{1n} \frac{\partial x_n}{\partial p_t} = 0$$

. . . .

$$-p_t \frac{\partial g}{\partial p_t} + u_{t1} \frac{\partial x_1}{\partial p_t} + u_{t2} \frac{\partial x_2}{\partial p_t} + \ldots + u_{tn} \frac{\partial x_n}{\partial p_t} = k$$

. . . .

$$-p_n \frac{\partial g}{\partial p_t} + u_{n1} \frac{\partial x_1}{\partial p_t} + u_{n2} \frac{\partial x_2}{\partial p_t} + \ldots + u_{nn} \frac{\partial x_n}{\partial p_t} = 0$$

El determinante de los coeficientes en este sistema es el mismo que en el anterior. Si U_{st} es el cofactor de u_{st} en U, se obtiene resolviendo con respecto a $\frac{\partial x_s}{\partial p_t}$

$$\frac{\partial x_s}{\partial p_t} = \frac{k(-x_t U_s + U_{st})}{U} = -x_t \frac{k U_s}{U} + \frac{k U_{st}}{U}$$

Pero como $\frac{k U_s}{U} = \frac{\partial x_s}{\partial g}$ queda:

$$\frac{\partial x_s}{\partial p_t} = -x_t \frac{\partial x_s}{\partial g} + \frac{k U_{st}}{U} \quad (s \text{ y } t = 1, 2, \ldots, n)$$

6 — LA ECUACION FUNDAMENTAL DEL VALOR.

La ecuación a la que se ha arribado en el punto precedente es debida a Slutsky y ha sido denominada "la ecuación fundamental del valor". Para facilitar su interpretación es conveniente presentarla bajo otra forma. El segundo término, como puede comprobarse fácilmente, no cambia si se reemplaza u por la función arbitraria F(u). Luego se puede representar por x_{st} que indica que dicho término es independiente de la función de utilidad que se adopte. Se tiene ahora:

$$(7) \qquad \frac{\partial x_s}{\partial p_t} = - x_t \frac{\partial x_s}{\partial g} + x_{st} ,$$

cuyo significado resulta más claro después de estas consideraciones. Supongamos que al aumentar o disminuir el precio de uno de los artículos, p_t, la disponibilidad del individuo se ajusta de modo que éste puede adquirir la misma colección de artículos que antes. En la realidad, por supuesto, no ocurre así. El individuo, en general, no consumirá las mismas cantidades sino que adquirirá menos cantidad de aquellas mercancías cuyos precios han subido y más de aquellas otras cuyos precios permanecen fijos o han disminuído. En otros términos, sustituye algo de aquella mercancía que se ha encarecido por algo de algunas de las otras. El efecto - sustitución, está representado en la ecuación (7) por el término x_{st}. En efecto, para conocer la variación que debe experimentar g a fin de que las cantidades consumidas sean las mismas (a pesar de la variación de p_t), debemos derivar parcialmente la ecuación (2) con respecto a p_t, considerando a las x_s como constantes. En este caso se obtiene $\partial g/\partial p_t = x_t$. Además, el cambio producido por aquella variación de p_t que resulta compensado por el ajuste en la disponibilidad, se obtiene derivando x_s con respecto a p_t. Teniendo presente que

x_s es función de p_t y de g, y que g está definida en términos de p_t, se tiene:

$$(8) \qquad \frac{d\,x_s}{d\,p_t} = \frac{\partial\,x_s}{\partial\,p_t} + \frac{\partial g}{\partial\,p_t}\,\frac{\partial\,x_s}{\partial g} = \frac{\partial\,x_s}{\partial\,p_t} + x_t\,\frac{\partial\,x_s}{\partial g}$$

Según la ecuación (7), este coeficiente de variación es igual a x_{st}.

Ahora bien, puesto que x_{st} representa el efecto-sustitución producido por aquel cambio en el precio que resulta compensado por el ajuste de la disponibilidad, el primer término de la ecuación (7) debe representar la variación de x_s cuando no se supone una variación compensadora en la disponibilidad. En efecto, de (7) y (8) se deduce que:

$$\frac{\partial\,x_s}{\partial\,p_t} - \frac{d\,x_s}{d\,p_t} = \frac{\partial\,x_s}{\partial\,p_t} - x_{st} = -\,x_t\,\frac{\partial\,x_s}{\partial g}$$

Esta expresión mide, por lo tanto, el efecto de una variación en la disponibilidad, sobre la demanda.

La ecuación fundamental del valor expresa que el efecto de una variación de precio sobre la demanda, puede considerarse descompuesto en dos partes: el "efecto-sustitución" y el "efecto-disponibilidad". Este resultado parece ajustarse a la realidad. Una baja de precio, por ejemplo, aumenta la disponibilidad real del consumidor, lo que permite a éste adquirir una nueva colección de mercancías más preferida que la primera. Por otra parte al alterar los precios relativos, induce al consumidor a sustituir algunas de las mercancías que, relativamente resultan encarecidas, por aquella cuyo precio ha experimentado una baja.

(Continuará)