

## Precisión de las declinaciones medidas con el Círculo Meridiano Repsold (190 mm.) del Observatorio Nacional Argentino

POR

J. M. Martínez Carreras

(Continuación)

### PARTE II

#### V. — EL ERROR ACCIDENTAL DE DIVISION DEL CIRCULO DE PLATINO PALADIO ("A")

En esta Parte II de nuestro estudio vamos a dar los cálculos que nos permiten fijar aproximadamente los e.e. m.m. <sup>(1)</sup> de las declinaciones obtenidas con el círculo meridiano de Repsold de 190 mm.

Analizaremos con este fin los errores de división —tanto accidentales como periódicos— y determinaremos el e.m. de las correcciones por trazos del P.C.F. <sup>(2)</sup>. Finalmente, como conclusión haremos un cálculo del e.m. teórico de observación en las declinaciones de estrellas cenitales, comparándolo con el que se deduce de las observaciones del P. C. F.

1. Errores dependientes del e.m. de lectura de los microscopios. Intervalo de 4'. — Siendo  $m_1 = \pm 0'' 18$  el e.m. de lectura

(1) Errores medios.

(2) Primer Catálogo Fundamental. Resultados del Observatorio Argentino. Vol. 35.

para el promedio de los 4 microscopios, como ha quedado establecido en el N°. 2 (Parte I), el e. m. de la medición micrométrica de un intervalo de 4' (limitado por dos trazos consecutivos) será

$$m_i = \sqrt{2} \cdot m_1$$

o sea para  $m_1 = \pm 0''.18$

$$m_i = \pm 0''.254 \quad (1)$$

**Intervalo de 20'.** — La medición micrométrica de un intervalo de 20' estará afectada por un e. m. igual a

$$m_{\Delta} = \sqrt{5} m_1$$

de donde, para  $m_1 = \pm 0''.18$ ,

$$m_{\Delta} = \pm 0''403 \quad (2)$$

**Intervalo medio de 4'.** — Llamamos *intervalo medio* a 1/5 de la medida micrométrica del intervalo comprendido entre un trazo de 0' y el siguiente de 20'; es, por lo tanto, el promedio de los 5 intervalos de 4' comprendidos entre dichos trazos. Por lo tanto, el e. m. dependiente del e. m. de lectura, que corresponde al intervalo medio estará dado por la fórmula

$$m_j = \frac{m_{\Delta}}{5} = \frac{m}{\sqrt[5]{5}} = \sqrt{\frac{2}{5}}$$

o sea

$$m_j = 0.632 m_1$$

lo que da, si  $m_1 = \pm 0''.18$

$$m_j = \pm 0''.114 \quad (3)$$

**2. Error medio teórico del "run".** — Hay que distinguir entre e. m. teórico del "run" y el e. m. empírico. El primero se deduce del e. m. de lectura y excluye las variaciones accidentales del "run". El segundo es determinado empíricamente.

Calculemos al primero de estos errores, dejando el estudio del segundo para otro lugar.

Llamando  $4' + j$  a la medida micrométrica del intervalo medio,  $20'' + \Delta = 5(4' + j)$  será la medida correspondiente al in-

tervalo total de 20'. Según lo establecido en el N°. 8 (Parte I) el "run" está dado por la fórmula

$$R'' = \frac{\Delta}{20}$$

de donde se deduce

$$R'' = \frac{j}{4}$$

Designando por  $m_r$  al al e. m. teórico del "run" y teniendo en cuenta la (3), obtendremos:

$$m_r = \frac{m_j}{4} = 0.158 m_1$$

de donde para  $m_1 = \pm 0''.18$  (4)

$$m_r = \pm 0''.0284$$

Este valor corresponde a un "run" obtenido con una sola colimación sobre los trazos del círculo graduado.

Para el caso de  $n$  colimaciones la fórmula del e. m. teórico del "run" es

$$m_{r,n} = 0.158 \frac{m_1}{\sqrt{n}} \quad (5)$$

Si  $n = 8$ , como en los casos que tendremos que considerar, será para  $m_1 = \pm 0''.18$

$$m_{r,8} = \pm 0''.010$$

3. **Error medio empírico del "run".** — En el N°. 9 (Parte I) hemos discutido una doble serie de "runs" determinados en los microscopios del pilar oeste y del pilar este respectivamente. De esta discusión resulta que cada "run" promedio de 8 determinaciones está afectado de un e. m.

$$m_r = \pm 0''.012$$

A esto le llamaremos e. m. empírico del "run" y, como se

ve, es ligeramente superior al e. m. teórico ( $m_r = \pm 0''.010$ ) calculado en el número precedente.

Correspondientemente, los ee. mm. del intervalo medio y de un intervalo cualquiera de 4' que se deducen de aquél mediante las fórmulas (4) y (3) dan:

$$m_j = \pm 0''.144 \quad m_i = \pm 0''.322$$

**4. Diferencias entre los "runs" de diferentes observadores.** — La hemos establecido en la tabla I del N° 8 (Parte I). La discrepancia media entre esos grupos de "runs" es  $\pm 0''.031$ . En el N° 8 (Parte I) se establece que el e. m. teórico del "run" es  $\pm 0''.012$ . Corresponden estos errores a 8 colimaciones del trazo; para una colimación el e. m. del "run" calculado equivale a  $\pm 0''.027$  como se establece fácilmente.

La discrepancia media anotada proviene de la ecuación personal de los diferentes observadores.

**5. Error medio empírico de la medida micrométrica de un intervalo de 4' del círculo "A".** — Para este cálculo hemos utilizado el material de observaciones proporcionadas por la serie de "runs" discutidos en el N° 9 (Parte I): la medida micrométrica de los intervalos comprendidos entre trazos consecutivos del círculo graduado. Calculado el valor medio de esta medida micrométrica de los intervalos de 4' para cada intervalo de 20' utilizado para la determinación del "run", se ha podido establecer el e. m. que afecta el valor medio de aquellas medidas del intervalo de 4' en tres diferentes supuestos <sup>(3)</sup>:

a) Que haya de aplicarse a los trazos de división del círculo "A" las correcciones dadas en el P. C. F. (tabla XI, pág. 45 — Resultados vol. 35). En este caso el e. m. de la medida micrométrica del intervalo medio resulta

$$m_s = \pm 0''.372$$

(3) Ver Apéndice, tabla VIII

b) Que no deba aplicarse ninguna corrección, resultando

$$m_s = \pm 0''.338$$

c) Que sólo se corrijan los trazos extremos del intervalo de 20' por las correcciones dadas en el P.C.F. y se aplique a los trazos intermedios una corrección calculada por interpolación lineal entre las correcciones extremas. Se obtiene en este caso:

$$m_s = \pm 0''.318$$

Evidentemente la corrección de trazos más adecuada dará para el intervalo medio el menor error. Esta es, se ve, la corrección por interpolación lineal entre las correcciones extremas.

Resultado menos satisfactorio da el no aplicar ninguna corrección y mucho menos satisfactorio aún es el resultado que se consigue aplicando las correcciones del P.C.F. para los trazos intermedios entre los 0' y 20'.

Para concluir algo sobre las correcciones que el P.C.F. fija para estos últimos trazos de 0' y 20' se necesita estudiar el error periódico de división.

6. **Error medio accidental de división del Círculo "A".** — El e. m. de la medida micrométrica de un intervalo medio  $m_a$ , estudiado el párrafo anterior se compone de tres errores accidentales e independientes: el de división ( $m_a$ ), el e. m. teórico de un intervalo de 4' ( $m_i$ ), y el e. m. empírico del intervalo medio ( $m_j$ ), de tal modo que se tiene

$$m_s^2 = 2 m_a^2 + m_i^2 + m_j^2$$

o sea

$$m_a = \sqrt{\frac{m_s^2 - (m_i^2 + m_j^2)}{2}}$$

Haciendo  $m_i = \pm 0''.254$ , valor correspondiente a  $m_i = \pm 0''.18$  (para el promedio de los 4 microscopios),  $m_j = \pm 0''.144$  (número 5, Parte II), y dando a  $m_s$  los valores hallados en los tres diferentes supuestos del párrafo anterior, tendremos:

- a) trazos corregidos para la tabla XI del P.C.F.,  $m_{\delta} = \pm 0''.372$ ,  
 $m_d' = \pm 0''.162$
- b) trazos sin corregir,  $m_{\delta} = \pm 0''.338$   
 $m_d'' = \pm 0''.118$
- c) trazos corregidos por interpolación,  $m_{\delta} = \pm 0''.318$   
 $m_d''' = \pm 0''.086$

La determinación de estos errores se hace con observaciones de una limitada zona del círculo (entre los 78° y los 86°). Nos ha parecido conveniente corregir los trazos extremos de los intervalos de 20' por los correspondientes valores dados por el P. C. F. (tabla XI), interpolando linealmente las correcciones para los trazos intermedios.

Debe conseguirse así una mayor homogeneidad de los intervalos medios de 4', los que dependen del "run" que se mide sobre los intervalos de 20'. Este "run" ha de estar, por lo tanto, lo menos influenciado posible por el error de división y de allí la conveniencia de que se determine sobre intervalos corregidos. De acuerdo con este criterio, nos parece que debe adoptarse como error accidental el tercio de los calculados, esto es

$$m_d = \pm 0''.086.$$

Es indudable que la determinación rigurosa del error accidental de división ha de ser hecha con referencia a un sistema de errores homogéneo y extendido a todo el círculo graduado, por lo que damos a nuestras cifras sólo un valor provisorio y aproximativo. Sin embargo, las creemos bastante próximas a la realidad y de suficiente exactitud para formar, a través de ellas, criterio sobre las "correcciones" tabuladas en el P. C. F.

**7. Error medio de la corrección de trazos para el círculo "A" (P. C. F., tabla XI).** — Si las aplicaciones de las "correcciones" de la tabla XI, círculo "A" del P.C.F., a las lecturas sobre el círculo graduado no reducen el e. m. de la medida micrométrica

de un intervalo de 4' (número 3), sino por lo contrario, lo aumentan, debe considerarse a dichas "correcciones" como valores no correspondientes a los errores de división, y su aplicación produce el efecto de un "nuevo error" agregado al de división. Dentro del sistema de nuestras determinaciones podemos simular ese "nuevo error" al *error medio de la corrección de trazos*. Designémoslo por  $m_c$ ; se determina sencillamente por la fórmula

$$m_c = \sqrt{m_d^2 - m_d'^2}$$

o, teniendo en cuenta los valores dados en el párrafo anterior

$$m_c = \pm 0'' .137$$

## VI. ERROR PERIODICO

8. **Círculo de platino-paladio ("A").** — Hemos basado este cálculo sobre las correcciones para el círculo "A" contenidas en la tabla XI (pág. 43) del P. C. F. los errores de división correspondientes son estos mismos valores cambiados de signo. Como todo lo que se refiere al círculo graduado en este estudio, los errores de división son el promedio de los correspondientes a 4 trazos diametralmente opuestos.

Hemos considerado sólo 90 errores correspondientes a los grados enteros de dicha tabla. Con ellos hemos calculado los coeficientes de los primeros términos de la serie de Fourier.

Llamando  $E$  al error de división tabulado y  $\varphi$  al argumento, se tiene, según fórmulas bien conocidas

$$2 \frac{\sum E \operatorname{sen} 4 \varphi}{90} = -0'' .10 \quad 2 \frac{\sum E \cdot \cos 4 \varphi}{90} = -0'' .15$$

$$2 \frac{\sum E \cdot \operatorname{sen} 8 \varphi}{90} = -0'' .01 \quad 2 \frac{\sum E \cdot \cos 8 \varphi}{90} = +0'' .02 \quad (9)$$

$$2 \frac{\sum E \cdot \sin 12 \varphi}{90} = + 0''.17 \quad 2 \frac{\sum E \cdot \cos 12 \varphi}{90} = - 0''.08$$

De donde resulta la expresión para el error periódico del círculo "A":

$$E_{\Delta} = - 0''.10 \sin 4 \varphi - 0''.15 \cos 4 \varphi - 0''.01 \sin 8 \varphi \quad (C) \\ + 0''.02 \cos 8 \varphi + 0''.17 \sin 12 \varphi - 0''.08 \cos 12 \varphi$$

Compensados los 90 errores utilizados por los valores del error periódico que dan los primeros 4 términos de la expresión anterior, queda un e. m. accidental igual a  $\pm 0''.21$ . Utilizando todos los términos de la serie en dicha compensación el e. m. accidental baja a  $\pm 0''.15$ . Demuestra esto que la expresión (C) representa con suficiente aproximación al error periódico (ver gráfico, fig. 2).

En el "Erstes Begeedorfer Sternverzeichnis 1925" ya citado, se da el valor del error periódico para el círculo de plata del instrumento meridiano de Ropsold de aquél observatorio, gemelo del de Córdoba, mediante la siguiente expresión:

$$(B) \quad E_{\Delta}^L = - 0''.164 \sin 4 \varphi + 0''.041 \cos 4 \varphi - 0''.145 \sin 12 \varphi \\ + 0''.045 \cos 12 \varphi$$

La compensación del error de división por los valores que da la expresión anterior hace bajar el error medio de  $\pm 0''.21$  a  $\pm 0''.12$ .

En la comparación de las expresiones (C) y (B) se pone de manifiesto la similitud de los círculos graduados de Córdoba y Begeedorf.

9. Debe tenerse en cuenta en la interpretación de estos resultados sobre los errores de división, que el error sistemático, que en este caso es una función periódica representable por una serie de Fourier, es de naturaleza muy distinta del accidental no solamente porque el primero es representable por una función analítica que nos descubren causas físicas simples y perma-



# Compensación del error periódico del Circuito A

Correcciones de la Tabla XI del P.C.F.

Correcciones que compensan al error periódico

Residuos de la compensación

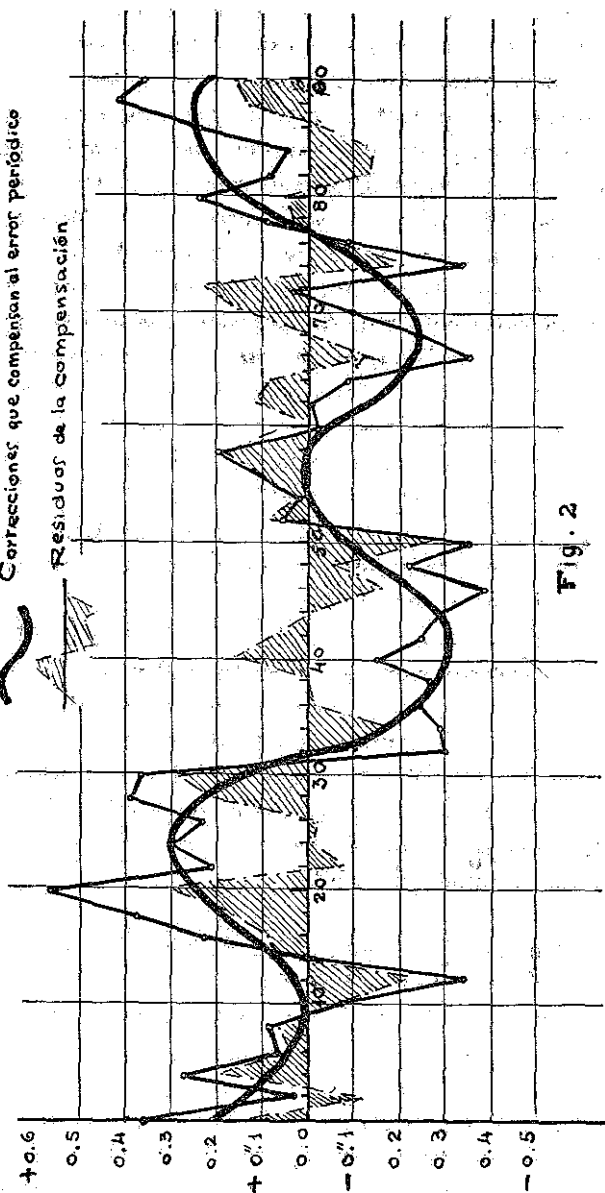


Fig. 2

mentes, mientras el segundo ni es representable por función alguna, ni puede atribuirse a causas físicas simples; se diferencian además estos dos errores por el modo de avaluarlos, y principalmente por la diferente manera de compensarlos.

El error periódico de división, por ejemplo, puede quedar suficientemente compensado con valores que den un residuo medio algo superior al e.m. accidental (que se deduce de la comparación de un cierto número de intervalos de 4' con el intervalo medio correspondiente) con tal que aquel residuo medio disminuya suficientemente con la inclusión gradual de nuevos términos en la serie de Fourier con que se lo representa. El estudio de este error sistemático da una idea de la calidad del círculo graduado en cuanto homogeneidad y distribución de los errores (no acumulación) y en muchos trabajos de Círculo Meridiano puede su eliminación ser suficiente.

En cambio, para eliminar el error accidental es necesaria su determinación individual y con precisión superior a la determinación del error sistemático.

Por esto, a pesar de que el residuo medio  $\pm 0'' .15$  que queda de la compensación del error periódico del círculo "A", lo considero como tal exagerado, puede aún admitirse como buena representación del error periódico del círculo "A" al dado por la expresión (C). Mientras que de ningún modo deberían admitirse las correcciones individuales de la tabla XI del P.C.F. si hubiera que aceptar para dichas correcciones el e.m.  $m_c = \pm 0'' .14$  que hemos calculado en el N° 7.

10. En el P. C. F., página 42; se dice: "el error de cierre en el círculo "A" entre  $0^\circ$  y  $359^\circ 56'$  es más o menos  $1'' .5$ , más pequeño que en el círculo "B" en el mismo sitio, donde es de  $3'' .9$ ". Esto indicaría la existencia de un error sistemático acumulativo (aperiódico en ambos círculos).

Del estudio de los errores del círculo "A" no se refiere la existencia de dicho error acumulativo. No puede sostenerse que tal error se haya compensado en el promedio de los cuatro trazos diametralmente opuestos que es lo que consideramos en el presente s-

tudio, porque ello se opone precisamente a la naturaleza del error aperiódico.

Por otra parte, en un círculo graduado de precisión bien dividido sólo puede admitirse, además de los errores accidentales, un error periódico representable por un reducido número de términos de la serie de Fourier. Por ello resultan inexplicables los "errores de cierre" que se señalan en el pasaje citado del P.C.F.

## VII. EL ERROR MEDIO DE OBSERVACION EN LAS DECLINACIONES DEL P. C. F.

11. En la página 57 del P. C. F., en el párrafo titulado **error probable**, y en la tabla correspondiente, se dan los errores probables para cada 10° de declinación. Se observa en el citado pasaje que ese error se hubiera reducido casi a la mitad del valor dado, si las observaciones hubieran sido hechas en la última parte de la tarde y principio de la noche en que las imágenes son a menudo casi perfectas.

Nos interesa señalar dos casos en este pasaje:

- 1°. que se reconoce que el error probable de la declinación es exagerado;
- 2°. que se procura explicar esto por la mala calidad en las imágenes en ciertas horas de la observación, es decir, cargando casi todo el peso de los errores en declinación en el error de apunte de la estrella.

En cuanto al primer punto, lo confirman en la medida que ello es posible, las conclusiones del presente estudio. Respecto al segundo punto, se verá cómo carece de fundamento la causa invocada, por lo menos, en la proporción supuesta, y en una zona comprendida entre los + 10° y los — 70° de declinación. Pues, como veremos, sería necesario que en esas sesiones óptimas para la observación, el error de apunte se reduzca a cero, lo que es imposible en modo absoluto.

12. Procuraremos establecer aproximadamente, fundados en los resultados que hemos obtenido en los capítulos anteriores, tanto el e.m. de una observación, como el de una posición en declinación.

El e.m. de una observación ( $m_o$ ) en declinación, se compone de los e.e. m.m. de apunte ( $m_a$ ), de lectura ( $m_l$ ), de fijación del nadir ( $m_n$ ) y de un e.m. dependiente de la determinación y variabilidad de las constantes instrumentales que, por ahora, no tomamos en cuenta. Tendremos así

$$m_o = \sqrt{m_a^2 + m_l^2 + m_n^2} \quad (10)$$

Sobre el e.m. de apunte hemos tratado en la Parte I, N° 1. En los cálculos que vamos a hacer, podemos poner  $m_a = \pm 0''.32$ . Sobre el e.m. de lectura nada hemos de agregar a lo dicho hasta ahora manteniendo el valor  $m_l = \pm 0''.18$  que corresponde a nuestras determinaciones personales.

13. **Error medio de la determinación del nadir.** — Para la determinación del nadir se ha seguido en las observaciones del P.C.F. el método del "baño de mercurio". La coincidencia del hilo micrométrico de declinación con su imagen en el mercurio se hace bi-tangencialmente, o sea, acercando el hilo a su imagen por ambos costados (aproximación tangencial). Para cada una de estas aproximaciones tangenciales se leía el círculo graduado. (El punto nadir corresponde aproximadamente al calaje  $280^\circ$  para freno al oeste).

El e.m. dependiente de las aproximaciones entre el hilo de declinación y su imagen lo apreciamos en  $\pm 0.10$ . Siendo como se ha dicho  $m_l = \pm 0''.18$ , como se hacen dos lecturas del círculo graduado su influencia queda reducida a

$$\frac{\pm 0''.18}{\sqrt{2}} = \pm 0''.127$$

De esto resulta que puede tenerse como e.m. de la determinación del nadir

$$m_n = \pm 0''.161.$$

14. **Error medio de una observación en declinación.** — La fórmula (10) nos da el e.m. de una observación. Aplicando los valores que hemos determinado oportunamente, hallamos:

$$m_o = \pm 0'' 40$$

Comparemos este valor con el que se asigna en el P.C.F. para la zona comprendida entre los  $+ 10^\circ$  y los  $- 70^\circ$  de declinación (Resultados, vol. 35, tabla XVIII, pág. 58) deducido, lógicamente, de la comparación de las diferentes observaciones de una misma estrella. El promedio de los errores probables dados allí para la zona indicada es  $p = \pm 0'' 27$ . Fundándose en la ley de errores de Gauss se establece entre el e.m. y el e.p. la rela-

ción  $m = \frac{3}{2} p$ . Se deduce así del e.p.  $= \pm 0'' 27$  un e.m.

$$m_o = \pm 0'' 40$$

igual al valor que nosotros hemos deducido teóricamente.

15. Refiriéndonos de nuevo al 2° de los puntos discutidos en el párrafo 12, observaremos que para reducir el e.m. a una magnitud algo superior a la mitad por reducción del e.m. de apunte de la estrella deberíamos hacer  $m_a = 0$ , pues, manteniendo para los errores de lectura y de nadir los valores anteriormente asignados se deduce un e.m. de observación igual a

$$\sqrt{0.18^2 + 0.16^2} = \pm 0'' 23$$

un poco más de la mitad del error de observación obtenido en el P.C.F. y previsto por nuestros cálculos. No nos parece, pues, aceptable la explicación que se da en el P.C.F., inclinándonos en cambio a creer que la causa del elevado e.m. de observación en las declinaciones del citado "catálogo fundamental" son debidas, principalmente al elevado e.m. de lectura de los microscopios y al no haber reducido el e.m. de apunte de la estrella como hubiera sido posible repitiendo las colimaciones con el hilo móvil del micrómetro.

En el supuesto de que el e. m. de lectura fuera igual a  $\pm 0.10$  el e. m. de nadir se reduce a  $\pm 0''.12$  y si la estrella es apuntada en declinación una sola vez (como se ha procedido en las observaciones para el P.C.F.) manteniendo el e. m. de apunte igual a  $\pm 0''.32$ , el e. m. de observación se reduce a  $\pm 0''.36$ , muy poco como se ve. En cambio, para 4 colimaciones de la estrella, el e. m. de observación se reduce a  $\pm 0''.22$ .

17. **Error medio de una posición.** — En el cálculo teórico del e. m. de una posición en declinación hemos de introducir los errores dependientes de la división del círculo y de la inclinación del telescopio (flexión). Limitándonos a las primeras y recordando lo que hemos establecido en páginas 29 y 30, el e. m. de una posición será

$$m = m_o^2 + m_d^2 + m_c^2$$

Para las condiciones de observación del P.C.F. se calcula:

$$m = \pm 0''.44$$

En las condiciones ideales de  $m_1 = \pm 0''.10$  y de errores de división bien corregidas, con 4 colimaciones de la estrella en cada observación, se obtendrá

$$m = \pm 0''.22$$

## VII. CONCLUSIONES

18. Del examen más o menos minucioso que hemos hecho de las condiciones en que se efectúan las observaciones de las declinaciones estelares con el círculo meridiano Repsold del Observatorio de Córdoba, surgen las siguientes conclusiones que han sido oportunamente fundadas en nuestro trabajo y que resumimos:

I. — El e. m. de lectura de los microscopios es excesivo. La causa parece estar en una imperfecta colimación de los trazos.

La comparación con los resultados del E.B.S. (4) (Hamburgo) confirma esta conclusión.

II.— El “run” es prácticamente invariable para lapsos de tiempo de dos meses por lo menos, concordante con las conclusiones del E.B.S.

Las correcciones a esta constante instrumental no han sido aplicadas de modo correcto.

III.— El estudio del intervalo  $280^{\circ} 0'$  —  $280^{\circ} 20'$  del círculo “A” demuestra que las correcciones a las divisiones entre estos calajes tabulados en el Primer Catálogo de Córdoba (Resultados, vol. 35, pág. 43) son erróneas.

IV.— Del estudio de la medición micrométrica de 15 intervalos de  $20'$  del círculo “A”, se infiere que, por lo menos para un importante sector de este círculo correspondiente, precisamente a las “zonas de Córdoba”, las correcciones a los errores de división tabulados en el P.C.F. son inaceptables. Mientras el e.m. accidental de división resulta igual a  $\pm 0''.086$ , el e.m. de una corrección es  $\pm 0''.137$ . Según esto las “correcciones” del P.C.F. empeoran considerablemente al círculo “A” en el sector estudiado.

Puede presumirse que el estudio de otros sectores de este mismo círculo “A” llevará a la misma conclusión, pues el elevado error de la corrección debe atribuirse al excesivo e.m. de lectura de los microscopios que, por no haberse empleado un método adecuado para disminuirlo, ha influido con todo su peso en el valor obtenido para los errores de división.

Por la misma razón debe esperarse un efecto semejante en las correcciones al círculo “B”.

V.— Del análisis de las correcciones mencionadas y tabuladas en el P.C.F., se deduce, como era de esperar, un error sistemático representable en series d Fourier (error periódico) semejante al del círculo Repsold de Hamburgo (determinado solamente para el círculo de plata, E.B.S.).

(4) Erstes Begedorfer Sternverzeichnis 1925, o Hamburgo.

Se infiere de esto que las declinaciones de Córdoba mejorarían, si en vez de aplicar las correcciones de la tabla XI del P.C.F., se hiciera solamente la compensación del error periódico.

VI. — La afirmación que se hace en el P.C.F. (página 42) de la existencia de un "error de cierre" en ambos círculos, es inexplicable.

VII. — Según nuestro cálculo teórico el e.m. de observación de declinación deducido del e.m. de lectura y de apunte es  $\pm 0''.40$  de promedio de este e.m. entre las declinaciones  $+ 10^\circ$  y  $- 70^\circ$  para las observaciones del P.C.F. es también  $\pm 0''.40$ .

Esta coincidencia de valores resulta una buena verificación empírica de nuestros cálculos.

VIII. — Al referir la posición de una estrella al sistema local de declinaciones hay que tomar en cuenta en el cálculo del e.m. la influencia del error accidental de división (así como el de todo otro error que sea función de la declinación y que no haya sido corregido). En este caso, el cálculo indica que, en las actuales condiciones de observación del círculo Repsold de Córdoba, el e.m. en declinación (para una observación) se eleva a  $\pm 0'' 44$  y, posiblemente, a mayor valor aún.

IX. — Estos valores del e.m. en declinación, no son aceptables en los "sistemas fundamentales" de posiciones estelares.

Además, hay en el P.C.F. una evidente falta de homogeneidad en la determinación de las dos coordenadas, pues mientras el e.m. de la declinación asciende a  $\pm 0''.40$ , el de la A.R. es tan sólo  $\pm 0^s.015$  equivalente a  $\pm 0''.22$  (P.C.F., pág. 29; error probable  $\equiv \pm 0^s.010$ ).

X. — En el P.C.F., página 57, se reconoce que el error en declinación es excesivo, pero el cálculo prueba que no puede aceptarse la explicación dada allí.

XI. — El cálculo indica que si el e.m. de lectura de los microscopios bajara a  $\pm 0'' 10$ , como en el círculo de Hamburgo, y los errores de división fueran bien corregidos, el e.m. de una declinación observada con 4 colimaciones de la estrella, descendería a  $\pm 0''.22$  en concordancia con el e.m. de la A.R.



## ERROR MEDIO EN LA DETERMINACION DEL "RUN" DEDUCIDO DE LOS ERRORES MEDIOS DE LECTURA

T A B L A IV

*Error medio en la medición micrométrica de un intervalo de 4'*

Observ.	4'		8'		12'		16		20'	
	$\mu^{(1)}$	$\mu\sqrt{2}$	$\mu$	$\mu\sqrt{2}$	$\mu$	$\mu\sqrt{2}$	$\mu$	$\mu\sqrt{2}$	$\mu$	$\mu\sqrt{2}$
J. B	0".062	0.088	0.075	0.106	0.049	0".069	0".064	0".090	0".057	0".081
J. B.	.075	.106	.071	.100	.059	.084	.076	.107	.072	.102
M. C	.099	.138	.070	.099	.074	.105	.054	.076	.068	.096
M. C	.096	.138	.074	.105	.065	.092	.051	.072	.093	.132
M. C	.085	.120	.086	.122	.123	.174	.076	.108	.096	.139
E. S	.059	.084	.053	.075	.094	.133	.078	.110	.082	.116
Mc. L	.073	.103	.066	.094	.080	.113	.057	.081	.052	.074
Prom =	$\pm 0".111$		$\pm 0".100$		$\pm 0".110$		$\pm 0".092$		$\pm 0".106$	

(1) Error medio de lectura sobre los trazos de 4', 8' ... 20' correspondiente al promedio de 8 colimaciones y al promedio de los cuatro microscopios.

T A B L A V

*Error medio en la medición micrométrica del intervalo total de 20' utilizado para la determinación del "run". Error medio del "run".*

Observ.	$2 \mu^2$					$\sqrt{[2 \mu^2]}$ 0'—20'	$m_r^{(1)}$
	4'	8'	12'	16'	20'		
J. B.	0".0081	0".0121	0".0049	0".0081	0".0064	0.199	$\frac{\pm 0".239}{20} =$ $\pm 0".012$
J. B.	121	100	64	121	100	.224	
M. C.	196	100	100	64	100	.256	
M. C.	196	100	81	49	169	.244	
M. C.	144	144	289	121	256	310	
E. S.	64	64	169	121	144	.238	
Mc L.	100	81	121	64	49	.204	
Promedio =						$\pm 0".239$	

(1) Error medio del "run" basado en los errores medios de lectura.

## CONSTANCIA DEL "RUN"

TABLA VI

"Runs" que han servido de base para esta determinación (1)

*Microscopios del Oeste**Circulo "A" — Freno O.*

Fecha	Calaje	"Runs"	Promedios	Errores de observ.
1930				
Diciembre	26	84°	— 0'' 006	
	29	87°	+ 0'' 070	
	31	83°	+ 0'' 044	
Enero	2	81°	+ 0'' 078	
	5	78°	+ 0'' 056	+ 0'' 044
	7	88°	+ 0'' 042	$m = \pm 0''.038$
	8	90°	+ 0'' 089	$\mu = \pm 0''.014$
	9	92°	— 0'' 016	
	12	84°	+ 0'' 092	
	13	88°	+ 0'' 020	
	14	95°	+ 0'' 089	+ 0'' 052
	15	94°	+ 0'' 068	$m = \pm 0''.034$
	16	93°	+ 0'' 076	$\mu = \pm 0''.012$
	19	96°	+ 0'' 046	
	20	95°	+ 0'' 029	
	21	95°	— 0'' 003	
	22	92°	+ 0'' 041	
	23	82°	+ 0'' 036	
	26	70°	+ 0'' 026	+ 0'' 056
	27	73°	+ 0'' 066	$m = \pm 0''.038$
	28	76°	+ 0'' 034	$\mu = \pm 0''.014$
	29	77°	+ 0'' 007	
	30	82°	+ 0'' 066	
Febrero	2	81°	+ 0'' 137	
Febrero	3	83°	+ 0'' 043	
	4	85°	+ 0'' 036	
	5	87°	+ 0'' 023	+ 0'' 031
	6	87°	+ 0'' 090	$m = \pm 0''.027$
	9	115°	+ 0'' 022	$\mu = \pm 0''.006$
	10	119°	+ 0'' 002	
	11	121°	+ 0'' 012	
	12	123°	+ 0'' 20	

(1) Determinados por el observador señor Carlos G Torres.

TABLA VII

*Microscopios del Este**Círculo B — Freno O*

<i>Fecha</i>	<i>Calaje</i>	<i>"Runs"</i>	<i>Promedios</i>	<i>Errores de observ.</i>
1931				
Enero	2	119°	— 0" 056	
	5	122°	— 006	
	7	111 <sup>a</sup>	— 040	$m = \pm 0'' .038$
	8	109°	— 031	
	9	107°	+ 006	$\mu = \pm 0'' .014$
	12	114°	+ 058	
	13	113°	— 052	
	14	114°	— 002	
	15	104°	+ 0" 044	
	16	106 <sup>o</sup> ↓	+ 020	
	19	102°	— 004	
	20	101°	+ 028	$m = \pm 0'' .026$
	21	103°	— 021	+ 0" 002
	22	105°	— 036	$\mu = \pm 0'' .009$
	23	117°	+ 008	
	26	129°	— 018	
	27	128°	+ 0" 008	
	28	125 <sup>a</sup>	— 016	
	29	124°	— 084	
	30	120°	+ 024	$m = \pm 0'' .034$
Febrero	2	118°	— 040	— 0" 012
	3	116°	— 025	$\mu = \pm 0'' .012$
	4	114°	— 008	
	5	114°	+ 006	
Febrero	9	83°	+ 0" 034	
	10	80°	— 012	$m = \pm 0'' .047$
	11	78°	— 048	— 0" 004
	12	76°	+ 043	$\mu = \pm 0'' .019$
Junio	1	110°	— 064	
Octubre	20		+ 040	

## ERROR ACCIDENTAL DE DIVISION DEL CIRCULO "A"

TABLA VIII

Errores medios de un intervalo de 4' del círculo "A" en las diferentes suposiciones hechas en el N°. 5 (Parte II) (1)

	<i>Trazos corregidos por las correcciones del P. C. F.</i>	<i>Trazos corregidos por interpolación</i>	<i>Trazos sin corregir</i>
	$\pm 0'' .389$	$\pm 0'' .269$	$\pm 0'' .268$
	.847	.440	.440
	.330	.200	.177
	.372	.408	.339
	.351	.321	.369
	.240	.627	.686
	.498	.460	.460
	.451	.374	.626
	.180	.266	.293
	.297	.255	.263
	.358	.176	.180
	.520	.259	.250
	.477	.383	.385
	.110	.193	.200
	.173	.150	.149
Promedios:	$\pm 0'' .372$	$\pm 0'' .318$	$\pm 0'' .339$

(1) Este cálculo está basado en la determinación de "runs" de la table VI.