

# EURITMIA ARQUITECTONICA

POR

**Angel T. Lo Celso**

Ingeniero Civil - Arquitecto

(Continuación)

## SISTEMAS GEOMETRICOS DE PROPORCIONALIDAD

"Nous connaissons mal le mécanisme harmonique de l'architecture Greque; nous ne pouvons que découvrir ses résultats sans avoir découvert jusqu' a' present ses formules générales".

*Violet-Le-Duc-Dictionnaire de l'architecture.*

Es conocido el sentido místico que los antiguos atribuían a los números; por ejemplo, los impares parece que gustaban más a los Dioses y de allí el nacimiento del famoso triángulo llamado "sagrado".

Pitágoras en su sistema Filosófico, en que funda su armonía de los números como iniciación de las ciencias, hizo representaciones distintas para los diez primeros números, a saber:

- 1: la divinidad
- 2: el principio del mal
- 3: la armonía perfecta
- 5: el matrimonio (suma de un par con un impar)
- 6: la justicia
- 7: las vicisitudes de la vida
- 8: la ley natural que hace igual a los hombres

- 9: la fragilidad de las cosas humanas  
 10: las maravillas del Universo.

Y recordemos también que los antiguos daban a ciertos números un significado especial: por ejemplo el 3 era para los Egipcios, Ebreos y Judíos, un número sagrado. El 7 revestía también un carácter sagrado para los Cristianos (representaba el candelabro de 7 brazos de los judíos), los 7 dones del Espíritu Santo, los 7 pecados capitales y los 7 dolores de la Virgen María.

Veremos más adelante las aplicaciones de ciertos números al estudiar los triángulos de proporcionalidad.

Si se unen rectángulos semejantes, de tal manera que dos de sus lados coincidan, sus diagonales también se corresponden. Esta simple realidad nos aclara el concepto de proporción clásica.

Trazando diagonales paralelas en las figuras originadas por contornos de elementos constructivos, tenemos la proporcionalidad puesta en evidencia y de fácil control.

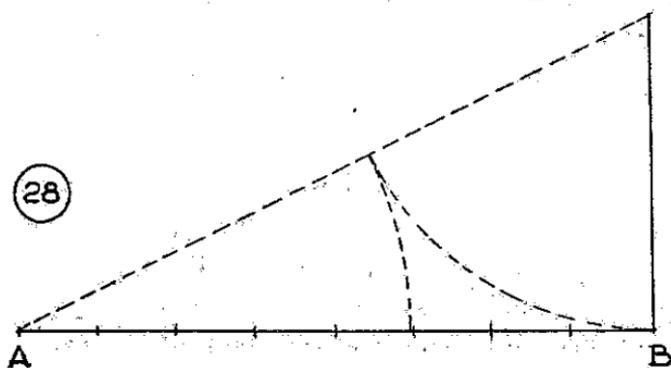
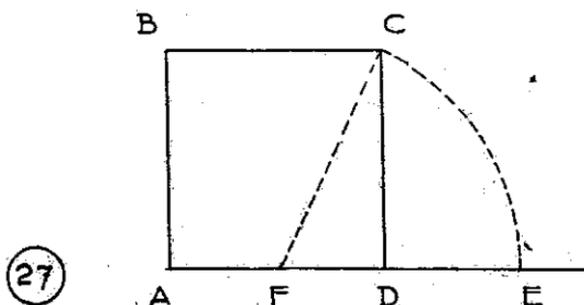
La armonía se origina recién con la repetición de la figura principal de la obra, en sus subdivisiones.

Una consecuencia creada por los Renacentistas de Florencia, es la siguiente: "lo que es el plinto para el piso aislado, eso es la corniza principal para el palacio entero" (Thiersd).

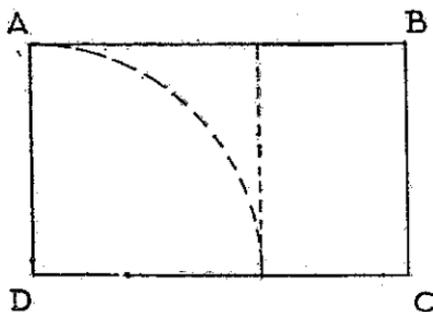
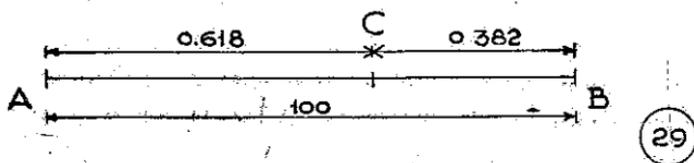
Si construimos un cuadrado ABCD (Fig. 27) y trazamos CF uniendo C con F, mitad de AD y con centro en F describimos el arco de círculo CE, se obtiene el pequeño segmento DE.

Responde esta construcción, a la relación:  $\frac{CD}{DE} = \frac{CD + DE}{CD}$

o sea dividir una longitud en dos partes desiguales y tales que la relación entre la más pequeña y la mayor sean igual a la relación entre esta última y la suma de las dos (la longitud inicial), que no es otra cosa que el problema Euclidiano "dividir una recta en media y extrema razón" (Fig. 28).



DIVISION DE UNA RECTA EN MEDIA Y EXTREMA RAZON



$$\frac{AB}{BC} = \phi$$

(30)



(31)

Kepler la llama "Sectio divina"

Leonardo da Vinci la denomina "Seccio Aurea"

Paccioli la designa: "Proportio divina"

Los grandes liutiers italianos, geniales constructores de violines, tales como los Stradivarius, Amati, Maggini, Guarnerius, etc. parecen haber aplicado este concepto de "sección dorada" para conseguir las proporciones en sus bellos instrumentos.

Ahora bien: si en la igualdad  $\frac{CD}{DE} = \frac{CD + DE}{CD}$  dividimos

los dos elementos del segundo miembro por DE, escribiendo

$$\frac{CD}{DE} = x$$

se tiene:

$$x = \frac{x + 1}{x}$$

de donde:

$$x^2 = x + 1$$

ó:

$$x^2 - x - 1 = 0$$

ecuación de segundo grado con dos raíces, una positiva y otra negativa:

$$X_1 = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} \quad X_2 = -\frac{(\sqrt{5} - 1)}{2}$$

El valor positivo  $\frac{\sqrt{5} + 1}{2} = 1.61803398\dots$  (número incon-

mensurable, que nos permite hallar el lado del pentágono y del decágono inscritos en una circunferencia).

Si una recta cualquiera (Fig. 29) no está dividida en dos partes iguales, el punto que la divide en dos partes tales que la relación entre ellos produzca la mejor satisfacción para nuestros

ojos, será el punto C obtenido por la división en media y extrema razón.

Ese valor AC es el lado de un decágono de radio (a) y que tiene el valor

$$\frac{a}{2} (\sqrt{5} - 1)$$

y si (a) es igual a 1 m, este valor será igual a 0.618 que corresponde al llamado "número de oro".

Mark Baw y Schooling utilizan el símbolo  $\phi$

$$\phi = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} = 1.618 \dots$$

$$\frac{1}{\phi} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} = 0.618 \dots$$

$$\phi^2 = \frac{\sqrt{5} + 3}{2} = 2.618 \dots$$

M. Ghyka en su obra (*Esthetique des proportions dans la nature et dans les arts*) hace un prolijo estudio sobre estos valores, partiendo de una ecuación inicial.

$$\phi^2 = \phi + 1$$

Fechner —el creador de la psicoquímica— hizo en 1876 una serie de experimentos "estáticos-estéticos" requiriendo opiniones a diversas personas sobre cuál era entre varios rectángulos diferentes, el que les producía más agradable efecto a la vista, resultando elegido el rectángulo cuya relación de lados respondía al valor  $\phi$ .

Timerding constata que si en un rectángulo de valor  $\phi$  se rebate el lado menor, se forma un cuadrado y un pequeño rectángulo semejante al rectángulo inicial (Fig. 30).

Una aplicación inmediata del rectángulo  $\phi$  lo tenemos constantemente en el formato de muchos libros (Fig. 31), en tarjetas postales, en las libras de chocolate, etc.

En la fachada del Partenon de Atenas, se tiene una fiel aplicación de la "sección dorada" tomada como módulo.

Posteriormente a los trabajos de Paccioli sobre la "divina proporción" muchos autores han comentado y redescubierto esa misma proporción comparándola a una relación entre dos longitudes. Hallamos muchos ejemplos entre las diferentes partes de la fachada de un edificio; entre las longitudes que separan los nudos consecutivos sobre los tallos de las plantas, etc.

En las Figuras 32 y 33 tenemos dos aplicaciones de altura dividida en media y extrema razón. La primera corresponde a la fachada principal del Partenon de Atenas y la segunda a la columnata del Louvre.

Las plantas de los templos Griegos y Egipcios son rectangulares o bien formadas por la superposición de varios rectángulos. Igualmente sus fachadas pueden encerrarse en rectángulos o combinaciones de éstos.

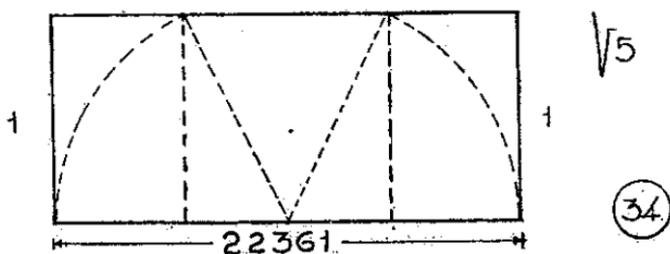
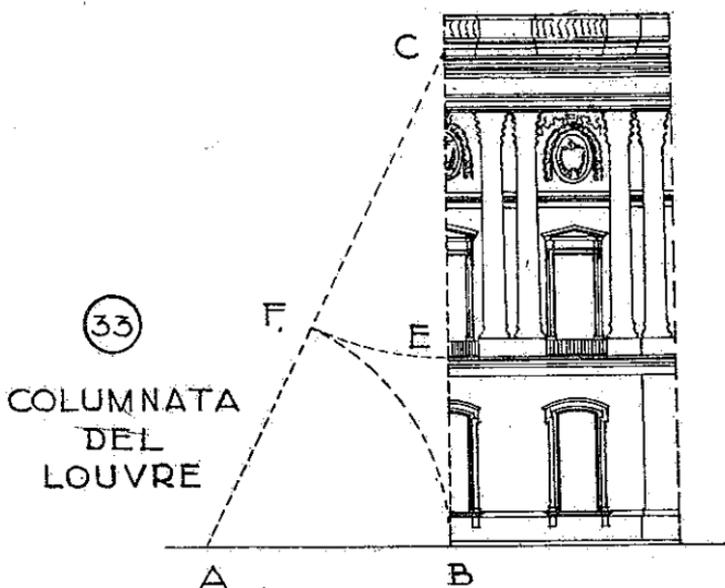
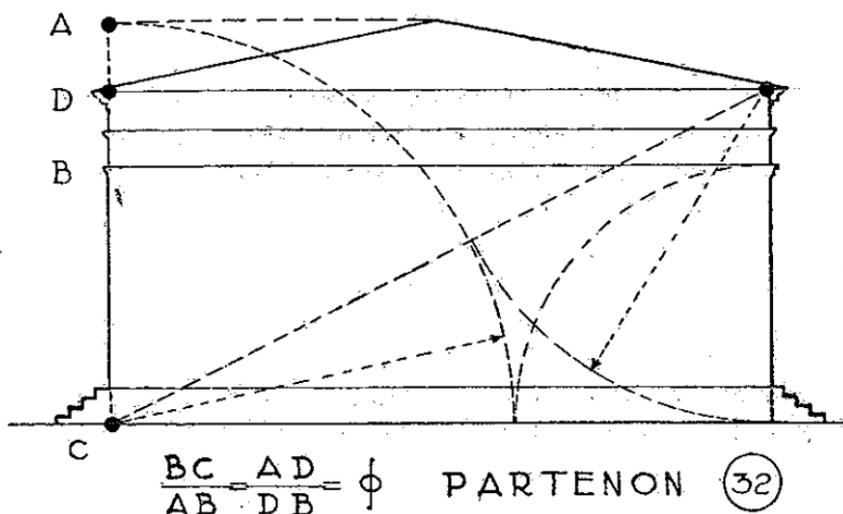
Dos rectángulos de distintas formas, se distinguen por la relación del lado mayor al lado menor.

Hambidge (ver la obra citada de Ghyka) agrupa de un lado los rectángulos para los cuales el módulo ( $n$ ) que corresponde a aquellos cuya relación entre los lados sea igual a  $(n)$  en un número entero o fraccionario y los llama "estáticos" y de otro lado aquellos en que  $(n)$  es un número inconmensurable "Euclidiano", vale decir un número irracional factible de construcción gráfica y los llama "dinámicos". Estas expresiones de ambos rectángulos están diseñadas en las Figs. 46, 47, 48, 49 y 50.

En la figura 27, el rectángulo obtenido con el lado  $AE$  por base responde al valor  $\phi$  y tiene para  $AE$  el valor 1.618;

$$\left( \frac{\sqrt{5} + 1}{2} = 1.618 \right)$$

En las Figs. 34 y 35 tenemos dos maneras de obtener rectángulos  $\sqrt{5}$  con sus bases iguales a 2.2361 en cada uno. ( $\sqrt{5} = 2.2361$ ).



Ambos rectángulos forman parte del mismo tema de modulación armónica.

La Fig. 36, que corresponde a la planta del Partenón, nos muestra la aplicación exacta del rectángulo  $\sqrt{5}$ . Rítmicamente perfecto, el rectángulo que encierra la planta del magnífico templo, está formado por la unión de dos cuadrados y un reducido rectángulo. (Fig. 35).

Las relaciones entre los lados del rectángulo que constituyen variados ritmos, nos permiten obtener temas distintos (2 : 3) (3 : 3) (3 : 4) 4 : 3) 1 : 2) ver Figs. 37, 38, 39, 40 y 41, como también los rectángulos diseñados en las Figs. 42 y 43, obtenidos por el empleo de construcciones auxiliares conocidas.

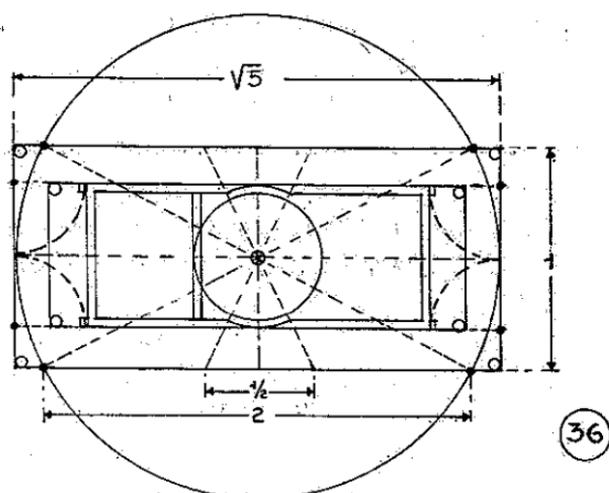
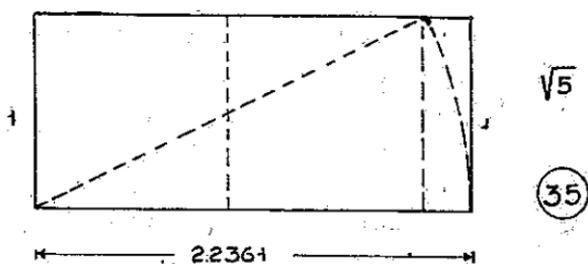
En las Figs. 44 y 45 dos aplicaciones de estos temas, nos muestran un vaso realizado con el tema  $\sqrt{2}$ , y a la sección transversal de la catedral de Laon (Alemania), cuya proporción obedece al tema (1 : 2). El valor 2 corresponde a la mayor altura del muro de la nave central y es equivalente al ancho total exterior del edificio.

Continuamos el resumen de M. Ghyka en la obra citada:

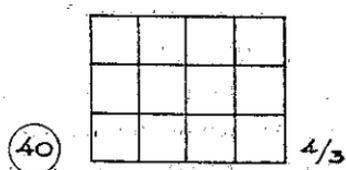
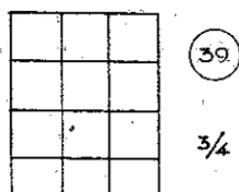
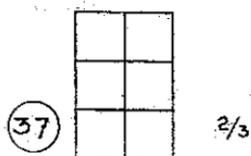
la superficie de un rectángulo dinámico  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{5}$ ,  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ,  $\sqrt{\phi}$ ,  $\phi$ ,  $\phi^2$ , etc. puede descomponerse "armónicamente" en cuadrados y rectángulos por medio de diagonales y de líneas perpendiculares entre ellas, bajadas desde el vértice y por paralelas a los lados trazados por los puntos de intersección obtenidos. Todas las superficies así determinadas, serán funciones del módulo del rectángulo inicial.

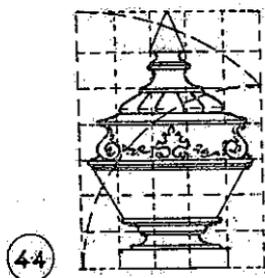
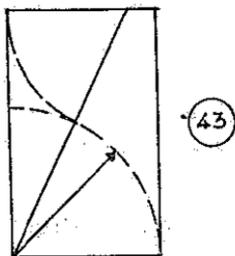
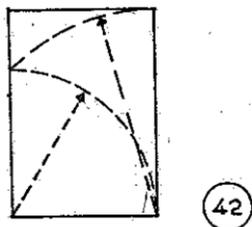
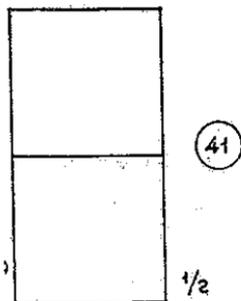
Las figuras obtenidas en los rectángulos  $\sqrt{2}$ ,  $\phi$ ,  $\sqrt{5}$ ,  $\sqrt{3}$ , lo son respectivamente por simples variantes de esta construcción; la descomposición del rectángulo queda entonces "armónica" si en lugar de diagonales propiamente dichas se traza por los vértices rectas perpendiculares entre ellas que se encuentran sobre los lados del rectángulo (ver rectángulo  $\sqrt{5}$ ).

Pueden realizarse descomposiciones armónicas más complicadas, pero el principio es siempre el mismo.

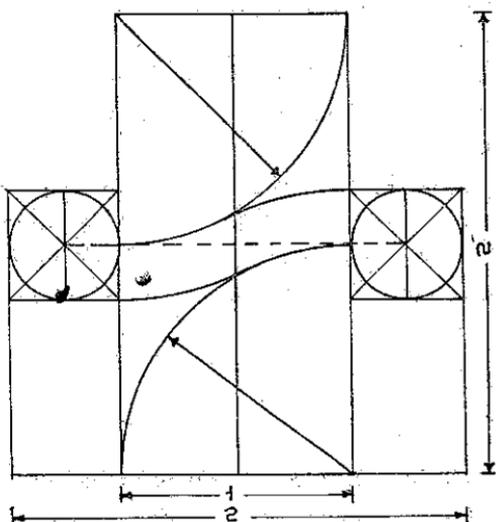
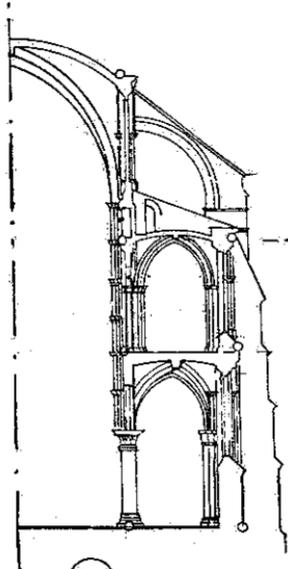


EL RECTANGULO  $\sqrt{5}$  APLICADO EN LA PLANTA DEL PARTENÓN





APLICACION DEL TEMA  $\sqrt{2}$



CATEDRAL DE LAON (ALEMANIA)  
APLICACION DEL TEMA 1:2

El rectángulo parado a semejanza del hombre en posición vertical, constituye la forma básica de todas las aberturas, puertas, ventanas y espacios entre columnas.

Los rectángulos acostados dan origen al sentimiento instintivo de la masa, de la pesadez; en oposición con los verticales que despiertan la sensación de elegancia, distinción y monumentalidad.

Es conocido el valor determinante que tiene para una fachada, la relación de altura con respecto al ancho que tiene una ventana y la relación de ésta con respecto a la superficie libre de la pared sin ornamentación o divisiones.

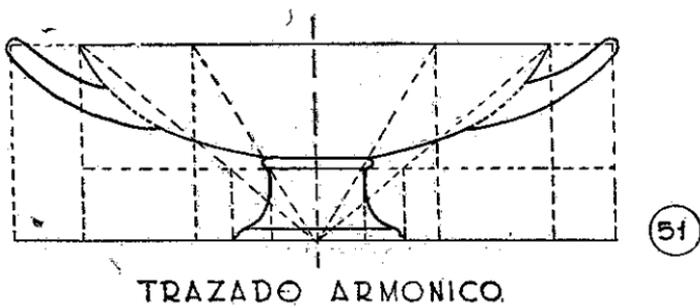
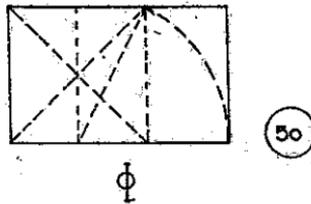
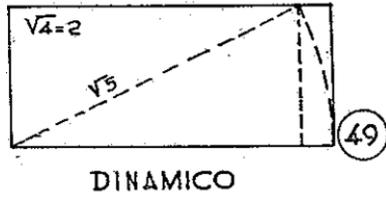
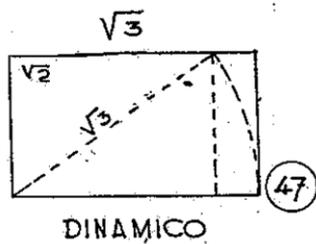
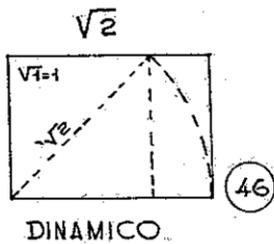
En el arte popular de todos los tiempos se adoptaron las relaciones de rectángulos acostados. Muchos y buenos ejemplos se obtienen en las obras de los arquitectos de la moderna escuela Alemana: Mendelshon, Poelzig, Tauts, etc.

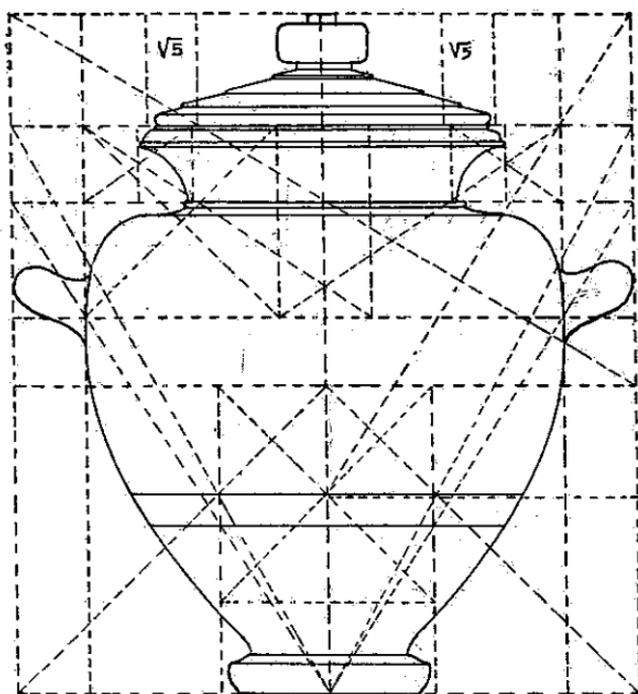
En la Edad Media y en el Renacimiento Alemán, se han realizado notables esfuerzos para suprimir los pilares de ventanas en aberturas de cierto ancho. Igualmente en el Renacimiento Italiano (primera época) se hizo gala libremente de las proporciones, hasta tanto no entraron en la prescripción de la antigüedad clásica.

En el San Lorenzo de Brunellesco, por ejemplo, tenemos el rectángulo acostado en los espacios intercolumnares de la planta alta.

Dice Hoeber: para los arquitectos holandeses Bazel, Landerwick y Berlage, juega un rol importantísimo el cuadrado inscripto y circunscripto a la circunferencia; el rectángulo medido con el corte áureo y la relación del lado del cuadrado a su diagonal. Luego se bordea la silueta de un edificio o grupo de edificios, la planta con sus salientes por medio de figuras análogas de líneas tangentes, conexionadas de esta manera fuertemente con la masa.

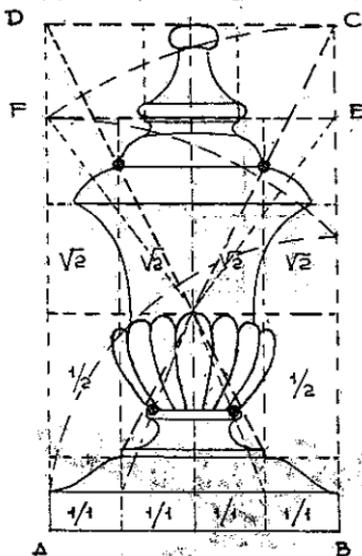
Como interesante aplicación sobre temas  $\phi$  y  $\sqrt{5}$  tenemos en las figuras 51 y 52 (tomados de la precitada obra de Ghyka) el vaso Griego (Kylix) trazado dinámico sobre tema  $\phi$ , en la





(53)

"STAMNOS" VASO GRIEGO ( MUSEO DE BOSTON )  
 TRAZADO ARMÓNICO SEGUN M HAMBIDGE.



(54)

VASO DE LA EPOCA COLONIAL - CORDOBA  
 ANALISIS ARMÓNICO

$$\begin{aligned} ABCD &= \square \sqrt{3} \\ ABFE &= \square \sqrt{2} \end{aligned}$$

figura 53 el vaso Stannos, también Griego y trazado sobre el tema  $\sqrt{5}$ .

En la figura 54 tenemos una espléndida aplicación de estos elementos en un vaso correspondiente a la arquitectura colonial de Córdoba. El contorno general de este elemento arquitectónico se halla envuelto en el rectángulo dinámico  $\sqrt{2}$ .

En la figura 55, se ha realizado el análisis armónico de la portada correspondiente a la casa solariega de la época Colonial de Córdoba (año 1760) ubicada en esta ciudad en calle 25 de Mayo casi esquina Rivadavia, y en el que se observa la adaptación correcta de un cuadrado perfecto para la masa principal y el tema  $\phi$  desarrollado en la puerta de la misma.

También la figura 56 presenta un análisis armónico de la portada de las Teresas de Córdoba (pórtico que conduce al convento) —según relevamiento del Arquitecto Kronfuss— y hemos hallado aplicación exacta del cuadrado y del rectángulo dinámico  $\sqrt{3}$ .

Muchos ejemplos hallamos en ventanas y puertas pertenecientes a palacios de diversas épocas, van algunos a continuación:

Fig. 57: ventana del Palacio Madana (Turín) Arq. F. Juvara, responde al rectángulo de tema 1 : 2.

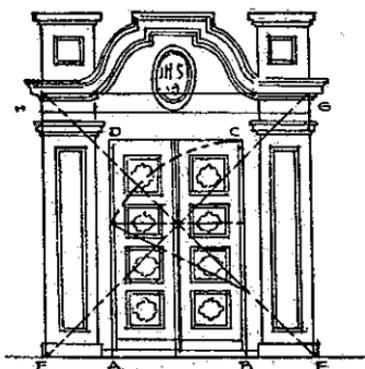
Fig. 58: puerta balcón del Palacio de la Cancillería de Roma (Arq. Bramante); responde al rectángulo de tema 1 : 2.

Fig. 59. ventana del Palacio Pandolfini (Arq. Rafael D'Urbino); responde al trazado 1 : 2.

Fig 60: puerta bajo el pórtico del Capitolio (Arq. Miguel Angel); responde al tema 1 : 2.

Entre los módulos dinámicos observados en el arte Griego de la mejor época y el arte Egipciano, los más frecuentemente aplicados son  $\sqrt{5}$  y  $\phi$ , que como recalca Hambidge son los que aparecen más comúnmente en la naturaleza viviente.

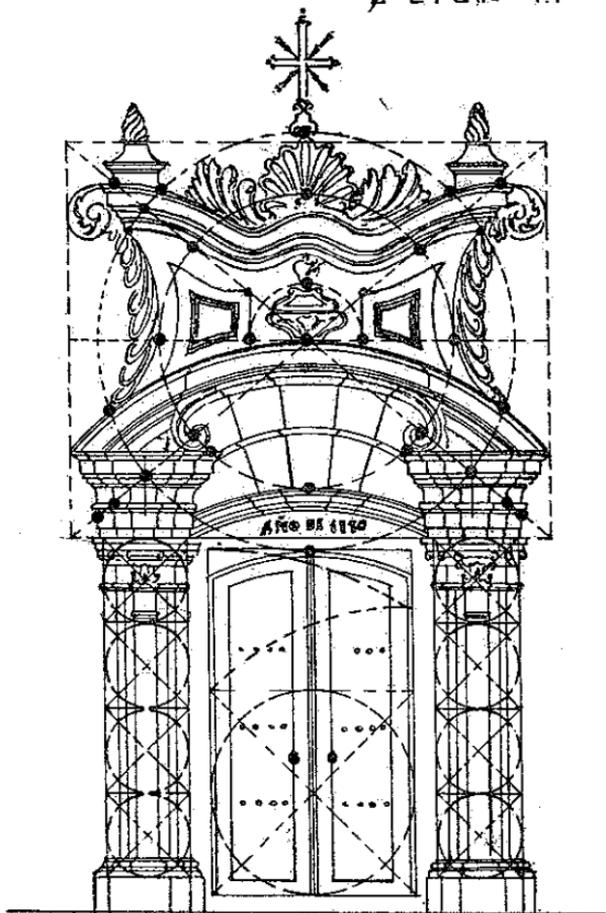
Este resultado del predominio de los esquemas dinámicos en las estatuas y objetos Griegos, medidos por el citado autor y sus colaboradores, no son analizables por el método Vitruviano del módulo estático y llevóle a la conclusión que su empleo (esquemas



55

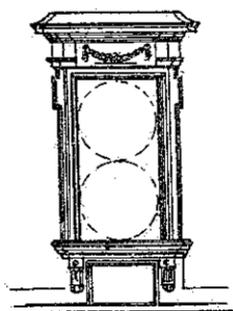
PORTADA DE LA CASA CALLE 25 DE MAYO CORDOBA (E. COLONIAL)

ANALISIS ARMONICO  $\square ABCD = \phi$   
 $\square EFGH = 1:1$

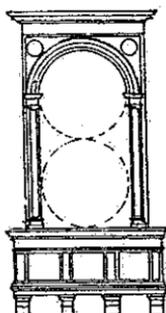


56

PORTADA DEL CONVENTO DE LAS TERESAS-CORDOBA.  
 ANALISIS ARMONICO



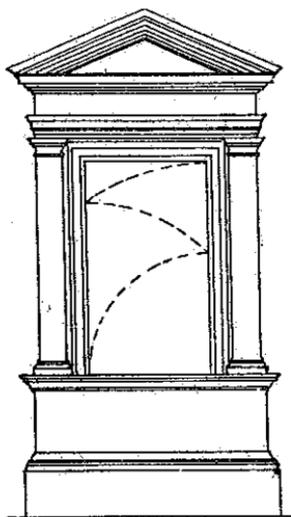
57



58

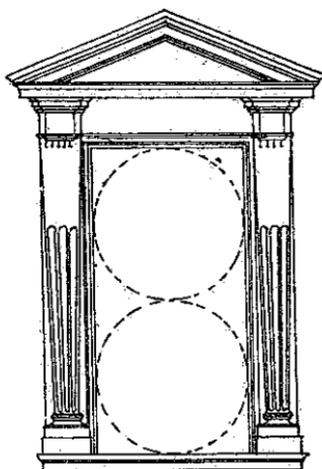
VENTANA DEL PALACIO  
MADAMA - TURIN  
DE F. JUVARA.

PUERTA BALCON DEL PALACIO  
DE LA CANCELLERIA - ROMA  
DE BRAMANTE



59

VENTANA DEL PALACIO  
PANDOLFINI  
DE RAFAEL D' URBINO.



60

PUERTA BAJO EL PORTICO  
DEL CAPITOLIO  
POR MIGUEL ANGEL

dinámicos) es debido al uso creciente de dichos esquemas por los autores de las obras examinadas.

Si esto es aceptable —dice M. Ghyka— tiene éste descubrimiento gran importancia para la historia del arte, constituyendo la clave del problema que Viollet-Duc no pudo resolver: el “mecanismo armónico” de la composición Griega. Pero muy probable es que, esta parte hipotética de la teoría no será jamás rigurosamente comprobada.

Aun abandonando completamente el lado histórico y arqueológico, quedaría siempre de la doctrina de Hambidge (cuyos considerandos son siempre nuevos y fecundos) una preciosa utilidad de análisis y crítica de una parte y de composición armónica por otra parte”.

Este método se emplea en la enseñanza del dibujo y la composición que se dicta en la escuela de Bellas Artes de New York.

Dice d'Arcy Thompson en su obra “Growth and Form” publicada por la Universidad de Cambridge y comentada por M. Ghyka, que el molusco concha, retiene su forma incambiable a pesar de su crecimiento asimétrico, a igualdad de los cuernos de los animales, que solamente crecen por una extremidad.

Esta propiedad de aumento por crecimiento terminal, sin modificación de la forma de la figura total, es característica —entre otras curvas matemáticas— de la espiral logarítmica. Toda figura a la cual la juxtaposición a otra figura dada produce una semejante a la figura inicial, llámalas: “gnomos”. El teorema fundamental sobre los “gnomos” —debido a Aristote— dice: en un triángulo ABC (Fig. 61) se puede construir otro triángulo semejante y su gnomon, con sólo trazar la recta DB, de suerte que forme los ángulos ABD y BCD iguales. El triángulo ABD es semejante al triángulo ABC. Se tiene que BCD será el “gnomon” de ABD.

En la figura 62, el “gnomon” del rectángulo de módulo

$\sqrt{2} = \frac{AB}{AC}$  es otro rectángulo idéntico. Inversamente un rectán-

gulo de módulo  $\sqrt{2}$  puede ser dividido en dos rectángulos iguales que tienen por módulo  $\sqrt{2}$ .

En la figura 63, el módulo del rectángulo

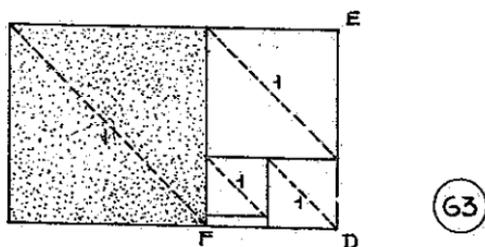
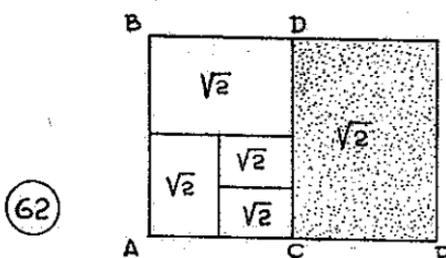
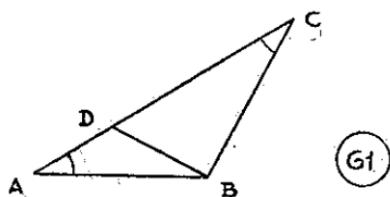
$$\phi = \frac{DE}{DF} = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} = 1.618$$

es un cuadrado perfecto. Un ejemplo del análisis de caracol y su gráfico. (*Dolium Perdix*. Tomado de "Proportional Form" y a su vez reproducido por M. Ghyka), lo tenemos en la figura 64.

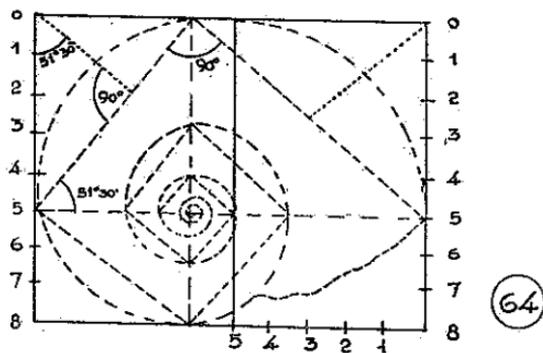
También para los cuerpos inorgánicos, el crecimiento se produce por aglutinación; en los cristales por ej. el crecimiento débese a la juxtaposición de las moléculas una por una, sobre el cuerpo base. Lo contrario sucede con el crecimiento de los cuerpos orgánicos, pues en ellos el mismo se produce por "imbibición". Todas estas observaciones sobre la materia viviente, han originado teorías sobre sistemas de simetría que sirven de base a la cristalografía, que permite obtener leyes sobre la armonía estética como resultado de la recurrencia rítmica de las formas semejantes.

Y entrarían en estos estudios la Mecánica Racional, la Termodinámica (con su segundo principio de la degradación de la energía), la Química, la Física (ecuaciones tensoriales de Einstein, aplicadas al principio de "menor acción" —enunciadas con bastante anterioridad por Leonardo da Vinci)— y recorriendo escabrosos caminos sembrados de los escollos propios de los cálculos de alta jerarquía, se penetra en el estudio de la verdadera geometría estética.

Ya en tiempos remotos la importancia filosófica de la adaptación de "leyes de estructura" hizo presente sus armas en distintos esquemas "estáticos" y "dinámicos". El cuadrado, símbolo de fuerza, inspirado en el atributo del Evangelio con sus cuatro Evangelistas en sus puntas, el círculo corresponde al símbolo de la filosofía, dignificado por la Sagrada Custodia (por



LAS ZONAS PUNTEADAS INDICAN LOS GNOMOS DE LAS FIGURAS CORRESPONDIENTES



CARACOL Y SU GRAFICO

su forma) constituye un elemento decorativo, el triángulo equilátero, representativo de la S. Trinidad (tres en uno) constituye el emblema de la mutualidad propio de la estructura indeformable y finalmente la cruz, que caracteriza la emancipación, símbolo de acción y audacia.

Bien: estas distintas formas de estructuras, fueron acusadas por las distintas razas y épocas pasadas, empleadas como esquemas simples que sirvieron de base para engendrar la composición artística, adaptadas luego con los principios debidos a la estabilidad y a las necesidades prácticas. Indudablemente esas formas de estructuras, constituyeron verdaderas claves para la composición, acentuando con ellas el carácter artístico del destino de la obra, a la par que desarrollaba la potencia expresiva de la misma.

(Continuará).

---