AÑO 13. Nº 7-9. JULIO-SEPTIEMBRE DE 1926

ELEVACION NEUMATICA DEL AGUA

El aprovechamiento o utilización del aire comprimido, como agente de energía, tiene como es sabido, vastísimo campo en la técnica industrial moderna, y hoy entre sus aplicaciones más notables, existe la de utilizarlo en la elevación de agua, cuando se trata en particular de explotar napas acuíferas profundas, ya sea en pozos tubulares o en minas.

Especialmente, este sistema de elevación del agua se ha generalizado en Estados Unidos de Norte América, quizás porque el inventor del mismo, Mr. Pohle fué americano, y lo industrializó de inmediato en ese país.

La aplicación del aire como agente motriz para la elevación, ya sea del agua, o de otro líquido cualquiera, ha sido estudiada, entre nosotros, especialmente por Eysseric, Destouches y por Janin, quienes con sus análisis, trataban de encontrar las leyes que regían la ascensión de una burbuja gaseosa dentro de un líquido, con el objeto de estudiar un dispositivo inventado por M. Alzial, mediante el cual era posible la aspiración del agua por una bomba instalada a más de 10.33 mts. de altura. Con posterioridad a estos estudios, se han ocupado también: Darapsky y Schubert, Josse y H. Lorenz, este último sobre todo, en la investigación de las leyes que rigen la elevación neumática del agua, bajo el punto de vista matemático.

Valiéndome de las conclusiones más acertadas de los trabajos debidos a los investigadores nombrados, y con ayuda de algunas leyes que experimentalmente he deducido, se ha llegado a establecer las fórmulas y conclusiones que comprende este trabajo y que son las necesarias para el cálculo completo de una instalación racional, apta para la elevación neumática del agua.

C. A. Revol

PRIMERA PARTE

Ascensión de una burbuja de aire en el agua

Consideremos un recipiente conteniendo agua hasta el nivel xx y una burbuja B de aire, que introducida por cualquier procedimiento, (fig. 1) se encuentra abandonada en el seno del líquido.

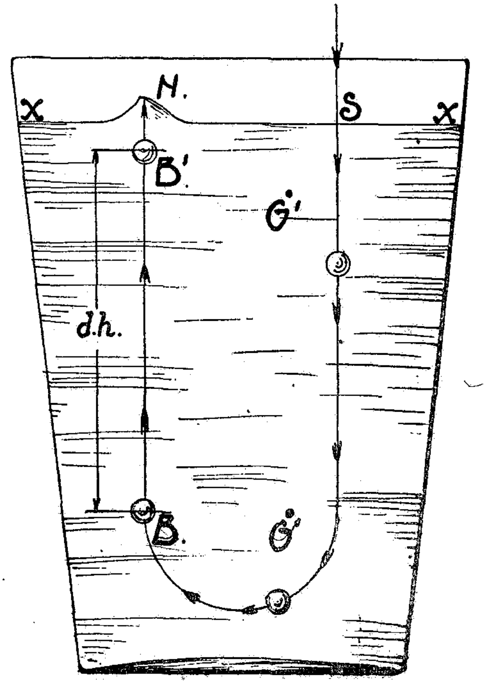


Fig. 1.

Según el principio de Arquímedes la burbuja B "debe experimentar un empuje de abajo hacia arriba equivalente al peso de agua desplazado"; resultando como consecuencia de este empuje y de la menor densidad que tiene la burbuja con respecto al agua, un movimiento vertical de traslación de la misma.

Debido al efecto de traslación, la burbuja pasará de la posición B a la B' originando por este motivo, un desplazamiento del centro de gravedad del sistema representado por el recipiente y el agua. En efecto, al trasladarse hacia arriba la burbuja, el centro de gravedad experimentará un descenso, puesto que un volumen de agua B' ha reemplazado un volumen igual de aire cuya densidad es menor que la del agua. Por lo tanto, si el centro de gravedad del sistema se encontraba en G al iniciar la experiencia pasará por ejemplo a G' al escapar del líquido la burbuja.

Como puede notarse, el movimiento de la burbuja en cuestión, trae como consecuencia un movimiento del centro de gravedad del sistema "recipiente y líquido", es decir que modifica sus condiciones de equilibrio, modificaciones que no se deben a un empuje hidrostático, sino a una acción exterior, capaz de modificar la posición del centro de gravedad.

Si se observa la experiencia, se notará que sobre la vertical de la burbuja al escapar ésta, se produce una prominencia N que modifica el nivel del líquido; elevando en consecuencia el centro de gravedad y tendiente a corregir su descenso.

La prominencia o burbuja líquida N que se produce, es destruida de inmediato por la acción de una fuerza exterior que en nuestro caso es la gravedad y cuya acción tiende hasta que el líquido vuelve a obtener su primitivo nivel xx.

De lo expuesto se desprende, que para una ascensión δ h de la burbuja es menester un trabajo positivo, trabajo que es igual a la diferencia entre el producido por la caída de un volumen de líquido igual al de la burbuja y el trabajo absorbido por la elevación de la misma. Llamando v al volumen de la burbuja, D y d las densidades del agua y del aire, el trabajo elemental resulta:

$$\delta T = v\,D\,\delta h - v\,d\,\delta h = v\,(D - d)\,\delta h$$

Este trabajo es absorbido:

(a) para dar a la burbuja gaseosa su velocidad ascensional;

(b) para poner en movimiento una cierta cantidad de agua; pues es evidente que al escapar la burbuja de B por ejemplo, se produce un movimiento general del líquido en el recipiente, siendo talvez ascendente sobre la burbuja y descendente en las demás partes, de modo que resulte circulatorio según S B N.

Velocidad relativa ascensional — Sea una burbuja B de radio r abandonada en el seno del líquido (fig. 1) y sean D y d las respectivas densidades del agua y del aire.

La burbuja B sufrirá un empuje vertical debido al líquido, empuje p que puede expresarse:

$$p = \frac{4}{3} \pi r^3 (D - d)$$

Si suponemos ahora que ninguna otra acción se opone a la ascensión de la burbuja, ésta emprenderá un movimiento uniformemente acelerado, en el cual la acción tendrá por valor:

$$\frac{\frac{4}{3} \pi r^3 (D - d)}{\frac{4}{3} \frac{\pi r^3 d}{g}} = g \frac{D - d}{d}$$

A esta conclusión no se puede llegar, puesto que al ascender la burbuja, hemos visto ya que la masa líquida se ponía en movimiento, y este movimiento será siempre de efecto regulador y se manifestará retardando el movimiento ascensional de la burbuja. En consecuencia, la velocidad ascensional tenderá a un máximo, que se alcanzará cuando el trabajo positivo ocasionado por la ascensión sea igual al trabajo negativo absorbido para poner en movimiento la masa líquida.

Hemos visto ya que al pasar la burbuja de B a B' se produce un trabajo elemental:

$$\delta h (D - d) v = \frac{4}{3} \pi r^3 (D - d) \delta h$$

Ahora bien, cuando la burbuja pasa de B a B' lo hace empujando las moléculas líquidas situadas encima y atrayendo las que quedan por debajo; admitiendo que se trata de un movimiento circulatorio. Si aceptamos esta hipótesis, lógicamente se desprende que la acción de la burbuja gaseosa sobre las moléculas líquidas, es darles una velocidad ascensional. Si llamamos V a esta velocidad ascensional y m a la masa de las moléculas líquidas, el trabajo absorbido por el agua durante la ascensión de la burbuja será:

$$\frac{m\,V^2}{2}$$

Podemos considerar a fin de simplificar que: la masa m es equivalente a la masa de dos cilindros circunscriptos a la burbuja, de alturas $\delta\,h$, pudiéndose escribir por lo tanto:

$$m = \frac{2\,\pi\,r^2\,D\,\delta\,h}{g}$$

Entonces cuando la velocidad límite se alcanza deberá tenerse:

$$\frac{4}{3}\,\pi\,r^3\,(D - d)\,\delta\,h = \frac{\pi\,r^3\,D\,\delta\,h}{g}\,V^2$$

de donde:

$$V = 3.61\sqrt{r}\,\sqrt{\frac{D-d}{D}} \qquad (1)$$

Si consideramos que prácticamente $\sqrt{\frac{D-d}{D}} = 1$ tratándose de agua y aire se podrá escribir la fórmula práctica siguiente:

$$V = 3.61\,\sqrt{r} \qquad (2)$$

Tiempo necesario para alcanzar la velocidad máxima ascensional. La fuerza que tiende a hacer ascender la burbuja o sea el empuje es igual a:

$$\frac{4}{3}\,\pi\,r^3\,(D - d)$$

y el esfuerzo resistente ocasionado por el agua cuando la burbuja alcanza una velocidad de V_1 es igual a:

$$\frac{\pi\,r^2\,D\,V_1^2}{g}$$

encontrándose en este momento la burbuja sometida a una fuerza equivalente a la diferencia de las dos precedentes, o sea:

$$\pi\ r^2 \left[\frac{4}{3} r\ (D-d) - \frac{D\ V_l^2}{g} \right]$$

En este momento la aceleración de la burbuja es igual al cociente de la fuerza por su masa, de modo que se puede escribir:

$$j = \frac{\pi r^2 \left(\frac{4}{3} r (D-d) - \frac{D V_l^2}{g} \right)}{\frac{\frac{4}{3} \pi r^3 d}{g}}$$

de donde se saca:

$$j = g \left(\frac{D-d}{d} \right) - \frac{3}{4} \frac{D V_l^2}{r d} \qquad (3)$$

Por tratarse de aire y agua, reemplazando las letras por sus valores resultará:

$$j = \frac{9.81 \times 998.7}{1.3} - \frac{3}{4} \frac{1000}{1.3} \times \frac{V_l^2}{r}$$

$$j = 7536,3 - 577 \frac{V_l^2}{r} \qquad (4)$$

Si suponemos una burbuja de aire de 0.010 mts. de diámetro, libre en el agua, aplicando la fórmula (4) se tiene:

$$j = 7536.3 - 577 \frac{V_l^2}{0.005} = 7536,3 - 115400\ V_l^2$$

Ahora bien, como la velocidad límite se alcanza cuando la aceleración es nula se tendrá:

$$7536.\ 3 = 115400\ V_l^2$$

de donde:

$$V_l = \sqrt{\frac{7536.3}{115.400}} = 0.255 \text{ mts.}$$

Si ahora suponemos que habiendo alcanzado la burbuja una velocidad de 0.25 mts. p. s. y tratamos de determinar la correspondiente aceleración, se tiene:

$$j = 7536.3 - 115400 \times 0.25^2 = 323.8 \text{ mts.}$$

Este resultado nos hace ver que la aceleración es "excesivamente grande" aun cuando la velocidad de la burbuja poco difiere de la velocidad límite, y nos conduce a admitir en la práctica un "movimiento uniforme" ascensional que puede ser calculado con la fórmula (2) establecida.

Presión durante la ascensión de una burbuja — Se ha esta-

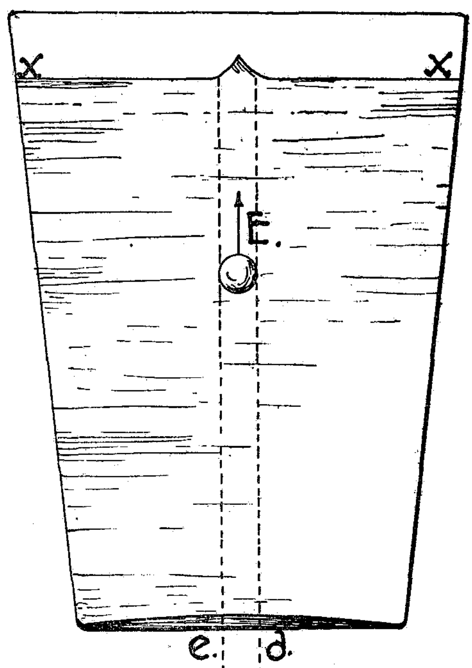


Fig. 2.

blecido ya que el trabajo ocasionado por la ascensión de una burbuja lo da la fórmula:

$$\delta T = v (D - d) \delta h$$

y que este trabajo era absorbido para dar a la masa gaseosa su velocidad de ascensión y al mismo tiempo para poner en movimiento el líquido dentro del cual se mueve la burbuja. Por otra parte, pudiendo ser considerada como uniforme la velocidad ascensional, y siendo pequeño su valor, se puede admitir sin gran error que este

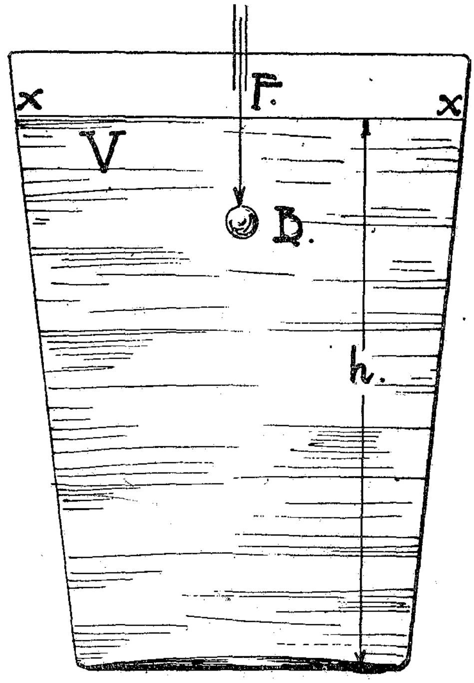


Fig. 3.

trabajo únicamente se emplea "para poner en movimiento el agua". Durante la ascensión de la burbuja podemos considerarla en equilibrio dinámico, pudiéndose reemplazar su acción sobre el líquido, por una fuerza E aplicada en el centro de gravedad (fig. 2) e igual a:

$$E = v\,(D - d)$$

Produciéndose debido a la ascensión de la burbuja, una variación de peso en la base *e d* del cilindro circunscripto, corresponde determinar el valor de la presión total en el fondo del vaso:

I° — Supongamos invómil la burbuja. Para esto es necesario que se haga intervenir una acción exterior, representada en la figura 3 por el vector *F*, que materializado podemos suponerlo una barra que ejerce sobre la burbuja una presión de arriba hacia abajo igual al empuje $v\,(D - d)$.

Las presiones sobre el fondo del vaso serían entonces:

(a) el peso del agua contenida $= VD$

(b) el peso de la burbuja $= vd$

(c) la presión de la barra $= v\,(D - d)$

que sumadas dan:

$$V\,D + v\,d + v\,(D - d) = (V + v)\;D$$

Además, siendo *V* el volumen del agua contenida en el vaso y si llamamos Ω a la superficie del fondo, se podrá escribir:

$$V + v = \Omega\,h$$

resultando en consecuencia, que la presión, en el caso que se trata, es la que corresponde a la altura de agua contenida en el vaso.

II° — Supongamos que la burbuja asciende sin experimentar resistencia alguna de parte del agua. Si retiramos la barra *F* y admitimos que la burbuja se desplaza sin resistencia antagónica al movimiento, adquirirá evidentemente un movimiento uniformemente acelerado, para el cual la aceleración sería:

$$g = \frac{D - d}{d}$$

resultando en consecuencia, que la presión que actúa en el fondo sería igual al peso *VD* del agua contenida.

III° — La burbuja asciende con movimiento sensiblemente uniforme tal como ya se admitió. En este caso se encontrará en equilibrio dinámico en el seno del líquido y las resistencias que encuentre en su movimiento ascensional, corresponden a la acción de la barra *F;* pero como éstas son fuerzas interiores no es menester tenerlas en cuenta, pero sí a las presiones que actúan de arriba hacia abajo y que son:

(a) el peso VD del agua.

(b) el peso vd de la burbuja.

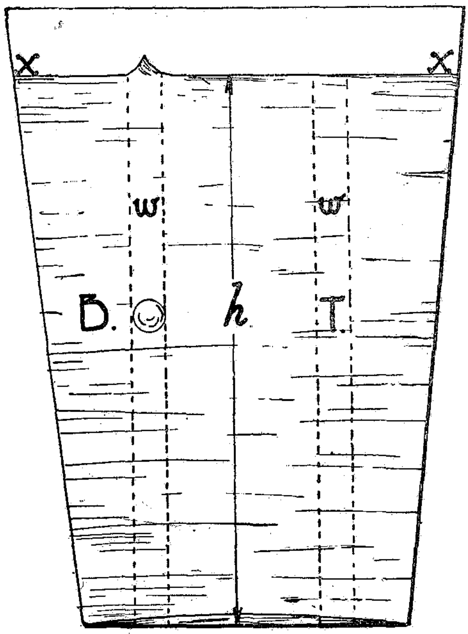


Fig. 4.

En consecuencia, durante la ascensión, la presión en el fondo será igual al "peso del agua", más el "peso de la burbuja".

Para mayor claridad de lo expuesto, si consideramos (fig. 4) el cilindro de sección w circunscripto a la burbuja libre B y también el cilindro equivalenteT y si a estos cilindros los asimilamos a vasos ficticios, tendremos que la presión en el fondo del cilindro B durante la ascensión de la burbuja será:

$$p = (w\,h - v)\,D + v\ d$$

$$= w\,h\,D - v\,D + v\,d$$

$$= w\,h\,D - v\,(D - d) \qquad (5)$$

y la presión en el fondo del cilindro T será:

$$p_{\prime} = w\,h\,D$$

Comparando estos resultados, se confirma, que durante la ascensión de la burbuja se produce una disminución de presión igual a: $v(D - d)$.

Efecto de la introducción de burbujas de aire en un tubo piezométrico. — Supongamos un recipiente conteniendo agua y los tubos A y B cuyas extremidades inferiores se introducen una cierta cantidad en el líquido. Si ahora se introduce aire a presión al recipiente *R* por el tubo *C*, resultará que por la parte inferior del tubo *B*, el tubo *T* dejará pasar aire, el que por tener menor densidad, ascenderá en burbujas hasta salir al exterior.

Al efectuar esta experiencia constataremos lo siguiente:

(a) que el agua en los tubos piezométricos A y B ocupa niveles diferentes.

(b) que el nivel más alto lo ocupa el líquido del tubo B.

(c) en el tubo A el líquido asciende una cantidad equivalente a la presión manométrica existente en el recipiente *R*.

Si llamamos ahora:

$H =$ altura de la columna líquida en B

$I_1 =$ altura de la columna líquida en A.

$w =$ sección de los tubos A y B.

$D =$ densidad del agua.

$d =$ densidad del aire.

v_t — volumen total de las burbujas de aire contenidas en el tubo B.

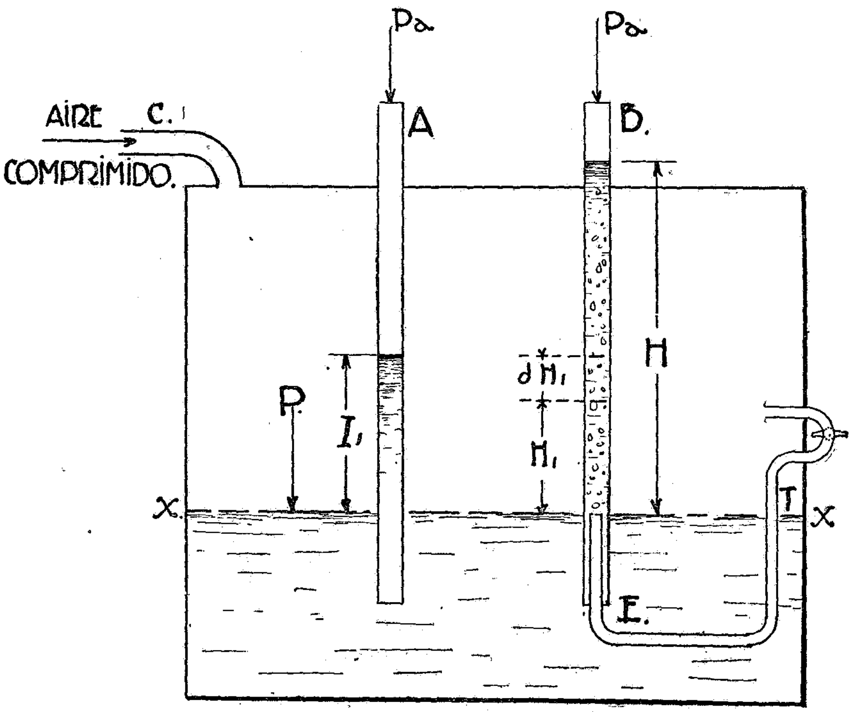


Fig. 5.

En el tubo A al nivel xx la presión manométrica será:

$$p_A = w\, I_1\, D$$

y en el tubo B la presión sería igual a la hidrotática menos la disminución de peso, producido por la ascensión de las burbujas: (fórmula 5)

$$p_B = w\, H\, D - v_t\,(D - d)$$

pero como ambas columnas deben producir la misma presión al nivel xx puesto que se equilibran, se puede escribir:

$$w\, I_1\, D = w\, H\, D - v_t\,(D - d)$$

de donde:

$$H = I_1 + \frac{v_t (D-d)}{w\,D} \tag{6}$$

y si admitimos que $\frac{D-d}{D}$ es igual a la unidad prácticamente, resulta:

$$H = I_1 + \frac{v_t}{w} \tag{7}$$

En la práctica y en la experimentación la altura H responde a la fórmula (7) siempre que la introducción del aire por el tubo T sea uniforme y bien repartido en la masa líquida; si esta práctica no se observa se producen en el interior del tubo corrientes circulatorias que amortiguan el trabajo mecánico que el aire puede efectuar; además se producen resbalamientos de las burbujas entre el líquido y la pared del tubo, generalmente cuando las burbujas son grandes.

Velocidad ascensional — En el caso de tubos piezométricos, la velocidad ascensional de las burbujas, no se puede considerar uniforme, como se admitió al estudiar una burbuja libre en un vaso, debido a que los límites de las presiones extremas que la burbuja experimenta en este caso son muy diferentes.

Si llamamos P a la presión absoluta de introducción del aire en B y Pa a la presión atmosférica en la parte superior libre del mimo tubo, las burbujas introducidas saldrán a un medio de inferior presión, experimentando en consecuencia una expansión, que podemos considerarla isotérmica puesto que se trata de una transformación de una pequeña cantidad de gas en presencia de una masa considerable de agua cuyo calor específico como se sabe es muy grande con respecto al de un gas.

Ahora bien, si el volumen inicial de una burbuja es v_0 y su densidad *do* a la presión P, cuando ésta abandone el líquido tendrá un volumen *v*.

Por otra parte, respondiendo la transformación termodinámica admitida, a la ley de Mariotte, se puede escribir:

$$P\ v_0 = P_a\ v$$

de donde:

$$v = \frac{P\ v_0}{P_a}$$

ecuación en la que se puede reemplazar v y v_0 en función de los radios de las burbujas, como sigue:

$$\frac{4\ \pi\ r^3}{3} = \frac{4\ \pi\ r_0{}^3}{3} \times \frac{P}{P_a}$$

de donde:

$$r = \sqrt[3]{\frac{P}{P_a}}$$

Si llamamos ahora V y Vo a las velocidades de las burbujas de volumen v y v_0 y de radios r y r_0 se puede escribir:

$$V = 3.61 \sqrt[2]{r}\ \sqrt[2]{\frac{D-d}{D}}$$

$$V_0 = 3.61 \sqrt[2]{r_0}\ \sqrt{\frac{D-d_0}{D}}$$

que reemplazando en la primera igualdad, r por su valor en función de r_0 se tiene:

$$V = 3.61 \sqrt[2]{r_0}\ \sqrt[2]{\frac{D-d}{D}}\ \sqrt[6]{\frac{P}{P_a}}$$

y siendo prácticamente:

$$\frac{D-d_0}{D} = \frac{D-d}{D} = 1$$

resulta que los tres primeros factores de la igualdad, expresan la velocidad V_0; de manera que finalmente se tiene:

$$V = V_o \sqrt[6]{\frac{P}{P_a}} \qquad (8)$$

Velocidad media ascensional — Las velocidades V y V_o difieren poco, en los casos que en la práctica se presentan, dadas las presiones extremas de trabajo; por este motivo se puede considerar la ascensión con velocidad uniforme, cuyo valor medio es el siguiente:

$$V_m = V_o \left(\frac{1 + \sqrt[6]{\frac{P}{P_a}}}{2} \right) \qquad (9)$$

Volumen medio de las burbujas — Durante la carrera ascensional, una burbuja experimenta una presión variable, debiendo en consecuencia variar su volumen con su posición geométrica. Si admitimos como antes, que una burbuja manifiesta su estado físico, según una transformación termodinámica isotérmica, y si la suponemos en movimiento dentro del tubo B (fig. 5), si H_1 es la altura actual. v_1 su volumen y P_1 la presión contemporánea, se puede escribir:

$$v_1 P_1 = v_o P$$

siendo *vo* y *P* el volumen y presión inicial.

Esto establecido, podrá obtenerse el volumen medio con el cociente de la suma integral de los productos $v_1 \; \delta H_1$; de modo que para la posición $\bar{H}_1$ se obtiene:

$$v_m = \frac{\int_{P_a}^{P} v_o \; P \frac{\delta H_1}{P_1}}{I_1}$$

de donde reemplazando e integrando resulta:

$$v_m = \frac{v_a P_a}{I_1} + L_n \frac{P}{P_a} \qquad (10)$$

siendo v_a el volumen de la burbuja a la presión atmosférica.

Trabajo ocasionado por la ascensión de las burbujas. — Consideremos el sistema representado por la fig. 5 en el cual como ya se ha visto, el agua se eleva una cierta cantidad en el tubo B al introducir por el tubo T aire a presión.

Supongamos ahora que la cantidad de aire introducido sea suficiente para elevar a tal punto el agua, que ésta sobrepase el nivel inferior del tubo B y se derrame. En estas condiciones se habrá convertido el sistema representado por la fig. 5 en una máquina neumática elevadora de agua; debiéndose la elevación del líquido, al trabajo ocasionado por la ascensión de las burbujas en que se ha dividido el aire introducido; trabajo que puede avaluarse razonando como sigue: Supongamos que el estado del aire (volumen y presión) que se introduce por el tubo T, esté representado por un diagrama de Clapeyron; es decir, que si se toman dos ejes rectangulares *ov*,

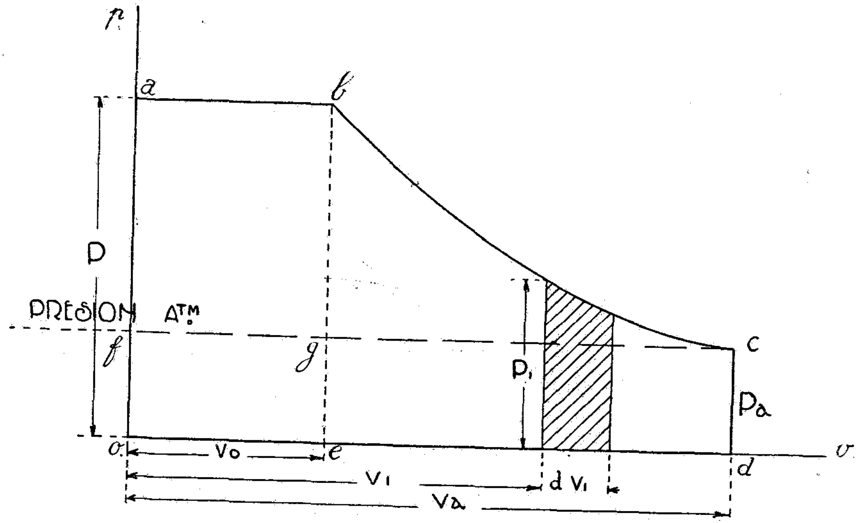


Fig. 6

op fig. 6, y sobre éstos se toman los volúmenes como abscisas y las presiones como ordenadas, un punto tal como el *b* del diagrama nos indica un "punto figurativo" del estado del aire. En el caso del punto b, este "punto figurativo" nos da a conocer el estado del aire total (suma de los volúmenes de las burbujas) en el momento de su introducción en el agua por el tubo T. En estas condiciones, introducido y libre el aire se distiende, manifestándose según una transformación isotérmica, regida por la ley de Mariotte $Pv = Cte.$, y representada por el arco de hipérbola equilátera bc.

Como puede notarse, el punto c, indica el final de la expansión, siendo la presión correspondiente la atmosférica y v_a el volumen.

A esta transformación total corresponde en el diagrama un trabajo absoluto cuyo valor puede deducirse de la superficie del diagrama Clapeyron; pudiéndose en consecuencia obtener el trabajo real, teniendo presente el trabajo, que en el diagrama es negativo debido a la presión atmosférica.

El trabajo real o efectivo puede entonces expresarse como sigue, (fig. 6):

$$T = \text{o ab e} + \text{e b c d} - \text{f c d o}$$

siendo:

$$\text{o a b e} = \text{P}\, v_o$$

$$\text{f c d o} = \text{P}_a\, v_a$$

y la superficie $e\,b\,c\,d$ representa la parte del trabajo T ocasionado por la expansión del aire.

Para avaluar este elemento, consideremos la faja elemental $\delta\, v_1$ que nos representa un trabajo elemental:

$$\delta\, \text{t} = \text{P}_1\, \delta\, v_1$$

El trabajo total que representa la superficie en cuestión, entre los límites v_a y v_o se puede expresar por:

$$\text{t} = \int_{v_o}^{v_a} \text{P}_1\, \delta\, v_1$$

y siendo:

$$P_1 = \frac{P\, v_0}{v_1}$$

se obtiene reemplazando e integrando:

$$t = P\, v_0\, L_n \frac{v_a}{v_0} = e\,b\,c\,d$$

o también:

$$t = P\, v_0\, L_n \frac{P}{P_a} = e\,b\,c\,d$$

Esto establecido puede escribirse:

$$T = P\, v_0 - P_a\, v_a + P\, v_0\, L_n \frac{P}{P_a}$$

y si se nota que:

$$P_a\, v_0 = P_a\, v_a$$

finalmente se tendrá:

$$T = P\, v_0\, L_n \frac{P}{P_a} \tag{11}$$

que es la expresión del trabajo mecánico producido u ocasionado por las burbujas al ascender.

Ecuación de movimiento. — Al derramarse el agua por el tubo B—fig. 5—y entrar el sistema en régimen, el líquido se encuentra sometido en el plano xx a una presión inferior a la presión hidrostática debida a la presión atmosférica y a la I_1; como es de notarse, esta depresión es necesaria para crear una cierta velocidad Vo en esta sección y también para vencer las pérdidas de carga en la entrada *E;* pero como resulta muy pequeña puede despreciarse.

Por otra parte, estando la columna EB formado de una mezcla de agua y aire que se distiende ocasionando un trabajo, según ya se ha visto, podremos aplicar a esta mezcla el principio de las fuerzas vivas, pudiendo despreciarse la acción debida a la masa de aire, puesto que es pequeñísima comparada con la del agua. Esto sentado, para establecer la ecuación de movimiento, debemos además, tener en cuenta la acción negativa del frotamiento ocasionado por el movimiento del líquido dentro del tubo B, de tal manera que si designamos a esta resistencia por F, la que nos representará un trabajo resistente en la unidad de tiempo, y si además designamos por V_1 la velocidad de salida de la mezcla, y por Q el peso de agua elevado en la unidad de tiempo, se puede escribir:

$$P\, v_0\, L_n \frac{P}{P_a} = Q\,(H - I_1) + Q\,\frac{V_1^2}{2g} + F \qquad (12)$$

Volumen teórico de aire necesario para elevar el agua. — Si en la ecuación (12) despreciamos los términos segundo y tercero del segundo miembro, ésta queda reducida a la siguiente:

$$P\, v_0\, L_n \frac{P}{P_a} = Q\,(H - I_1)$$

de donde:

$$v_0 = \frac{Q\,(H - I_1)}{P\, L_n \frac{P}{P_a}} \qquad (13)$$

fórmula que nos da a conocer el volumen teórico de aire, capaz de producir a la presión P un trabajo equivalente al que representa un peso Q de agua elevado al a altura $H - I_1$

SEGUNDA PARTE

Fórmulas a emplearse en las aplicaciones prácticas

Las fórmulas que se han determinado al estudiar el sistema representado por la figura 5 son también utilizables en el caso de que se trate de otros sistemas similares, como por ejemplo, en un sistema tal, como el que representa la figura 7. En efecto, en este sistema, puede notarse la subsistencia del tubo B cuyo extremo in-

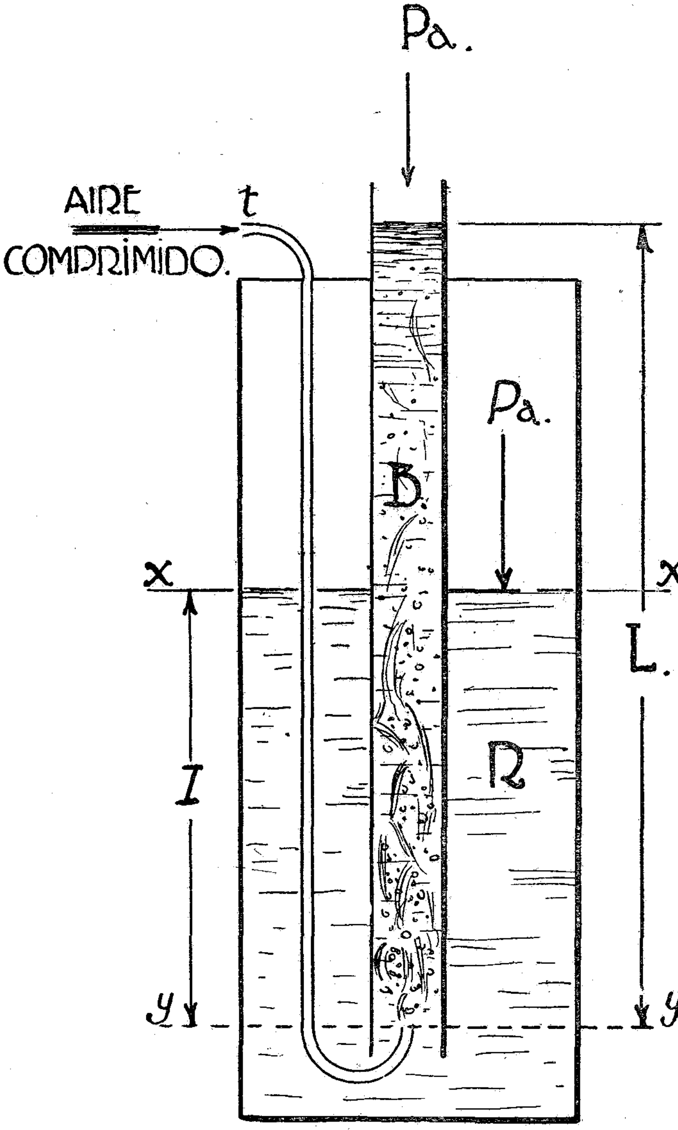


Fig. 7.

ferior se haya sumergido en el agua del recipiente R una cantidad I a contar desde el nivel xx, quedando entonces representada la columna piezométrica del tubo A de la figura 5 por la altura o carga hidrostática I mencionada.

Por otra parte, como se ha demostrado, que el incremento de sobreelevación de la columna H con respecto a la I, es (fór. 7) $H - I, = \frac{v_t}{w}$ se deberá tomar el valor de H en este caso, a partir del nivel *yy;* magnitud que en la figura 7 está representada por la letra L.

Además, pudiendo notarse que el sistema de la figura 7 es exactamente el mismo que el que representa la figura 8 y que corresponde al caso de un pozo tubular de napa acuífera ascendente, se desprende que las fórmulas teóricas encontradas, también le serán aplicables a este sistema.

Sustituyendo en las fórmulas deducidas las letras H e I_1 por L e I respectivamente, se obtendrán las que siguen, aptas para ser empleadas en los dos últimos casos mencionados.

$$L = I + \frac{v_t}{w} \qquad (7)$$

$$V = V_o \sqrt[6]{\frac{P_a + I}{P_a}} \qquad (8)$$

$$V_m = V_o \left(\frac{1 + \sqrt[6]{\frac{P_a + I}{P_a}}}{2} \right) \qquad (9)$$

$$v_m = \frac{v_a P}{I} L_n \frac{P}{P_a} \qquad (11)$$

$$P\, v_o\, L_n \frac{P}{P_a} = Q\,(L - I) + Q\,\frac{V_r^2}{2\,g} + F \qquad (12)$$

$$v_o = \frac{Q\,(L - I)}{P\, L_n \dfrac{P}{P_a}} \qquad (13)$$

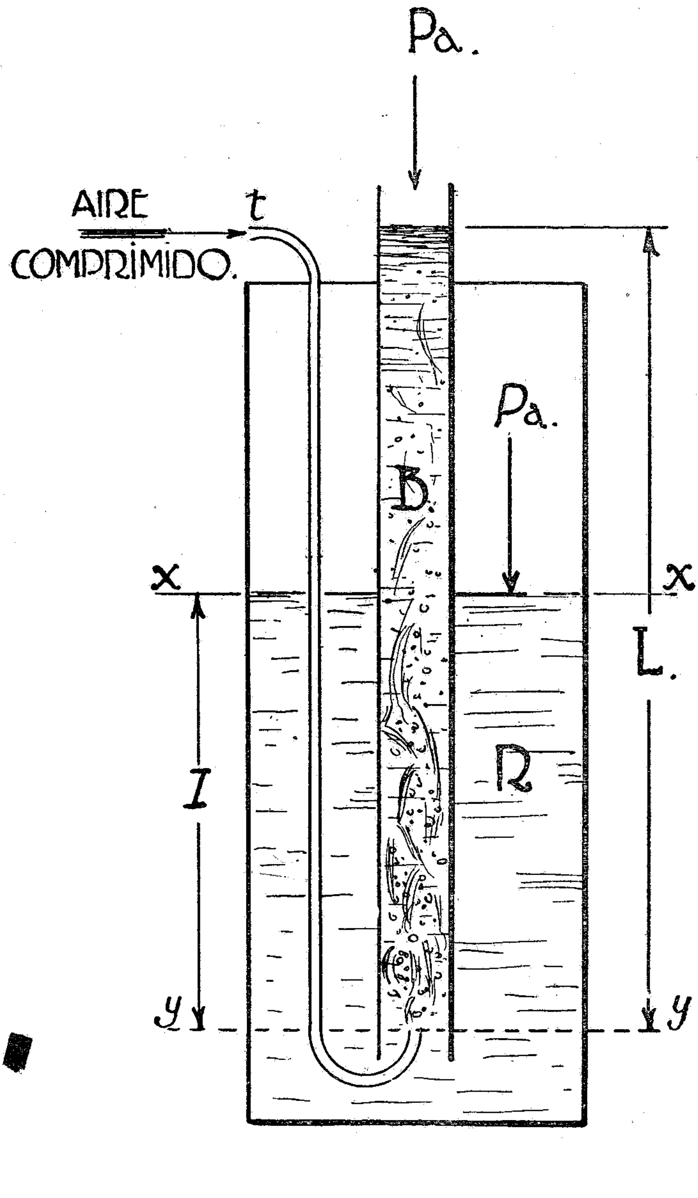


Fig. 7.

ferior se haya sumergido en el agua del recipiente R una cantidad I a contar desde el nivel xx, quedando entonces representada la columna piezométrica del tubo A de la figura 5 por la altura o carga hidrostática I mencionada.

Por otra parte, como se ha demostrado, que el incremento de sobreelevación de la columna H con respecto a la I, es (fór. 7) $H - I, = \frac{v_t}{w}$ se deberá tomar el valor de H en este caso, a partir del nivel *yy;* magnitud que en la figura 7 está representada por la letra L.

Además, pudiendo notarse que el sistema de la figura 7 es exactamente el mismo que el que representa la figura 8 y que corresponde al caso de un pozo tubular de napa acuífera ascendente, se desprende que las fórmulas teóricas encontradas, también le serán aplicables a este sistema.

Sustituyendo en las fórmulas deducidas las letras H e I_1 por L e I respectivamente, se obtendrán las que siguen, aptas para ser empleadas en los dos últimos casos mencionados.

$$L = I + \frac{v_t}{w} \qquad (7)$$

$$V = V_o \sqrt[6]{\frac{P_a + I}{P_a}} \qquad (8)$$

$$V_m = V_o \left(\frac{1 + \sqrt[6]{\frac{P_a + I}{P_a}}}{2} \right) \qquad (9)$$

$$v_m = \frac{v_a \, P}{I} \, L_n \frac{P}{P_a} \qquad (11)$$

$$P \, v_o \, L_n \frac{P}{P_a} = Q \, (L - I) + Q \, \frac{V_r^2}{2 g} + F \qquad (12)$$

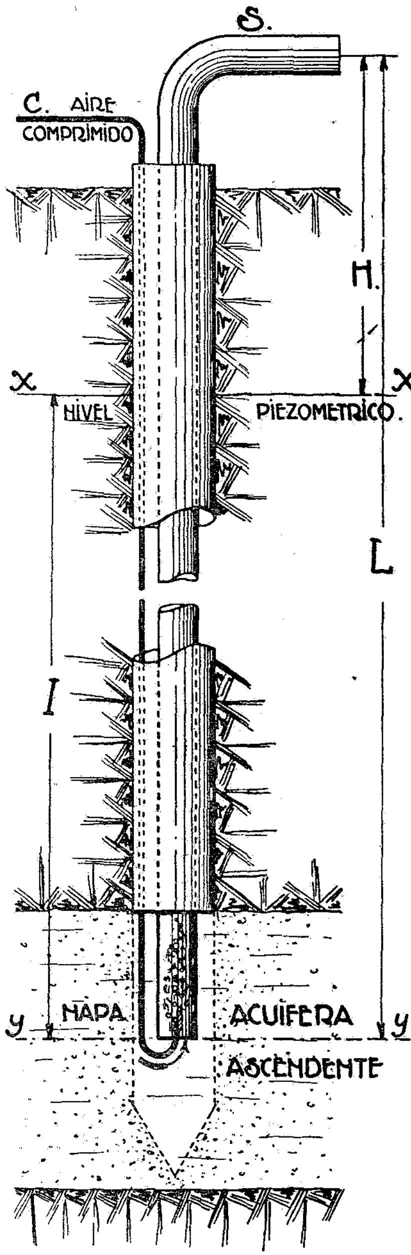
$$v_o = \frac{Q \, (L - I)}{P \, L_n \, \frac{P}{P_a}} \qquad (13)$$

Elevación neumática

El sistema representado por la figura 8 como se ha dicho, representà un pozo tubular, en el cual se ha captado como puede notarse una napa ascendente de nivel piezométrico estático xx. Según lo establecido en el estudio que antecede se desprende: que si se introduce aire a presión por el tubo C, el agua que contiene el tubo S al emulsionarse con éste, produce el desequilibrio del sistema, provocándose como consecuencia el movimiento y ascensión del líquido, siempre que existan relaciones convenientes, entre L y H, la cantidad de aire introducido y el volumen del tubo S.

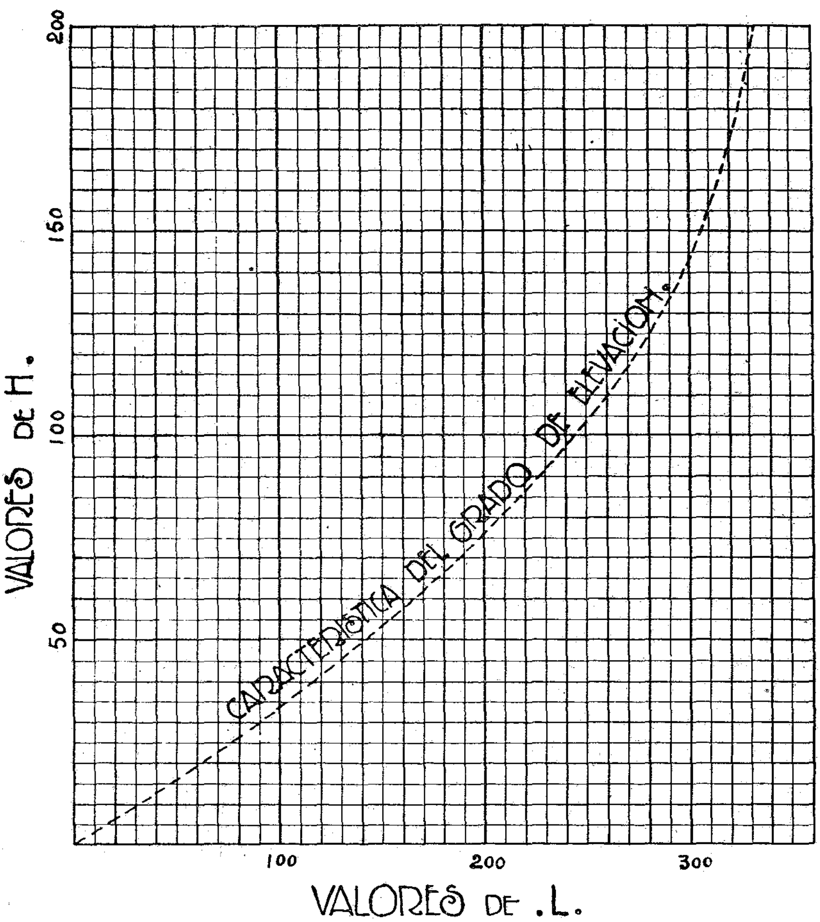
Siendo además el principal objeto de este estudio dar a conocer las reglas o normas más convenientes en instalaciones de esta índole, a fin de que puedan obtenerse, en cualquier caso rendimientos aceptables y compatibles con el destino de las mismas, se ha tratado de deducir de las diversas experiencias realizadas, las leyes y coeficientes que son indispensables tener en cuenta.

Fig. 8.



Con este objeto, se han estudiado y establecido las leyes en el orden siguiente:

I — Relación que debe existir entre L y H o sea entre la longitud del tubo de extracción y la altura de elevación.



Experimentalmente se ha deducido la curva que caracteriza la relación, que debe existir entre L y H; para obtener un máximo rendimiento. Esta curva responde a la ley siguiente:

$$\triangle = \frac{L}{H} = 3.25 - 0.008\ H \qquad (14)$$

En lo sucesivo denominaremos a $\triangle$ por *"Grado de elevación"*.

La curva experimental obtenida, y que responde a la ley dada por la fórmula 14, es la representada en el adjunto gráfico.

II — Avaluación de los términos $Q \frac{V_1^2}{2g}$ y F de la fórmula 12. En el primer término puede substituirse $\frac{V_1^2}{2g}$ por la altura debida a la velocidad, de manera que este término puede escribirse:

$$Q \frac{V_1^2}{2g} = Q h$$

el segundo término F representa como sabemos el trabajo de frotamiento, de modo que si designamos por J la pérdida de carga unitaria, este trabajo será igual a:

$$F = Q J L$$

Por otra parte, si en la fórmula 12 se tiene en cuenta que el primer miembro representa el "trabajo de un fluido, debido a una transformación isotérmica" se podrá escribir:

$$P v_o L_n \frac{P}{P_a} = P_a v_a L_n \frac{P}{P_a}$$

siendo Pa la presión atmosférica y v_a el volumen correspondiente del aire a dicha presión.

Establecido todo esto, la fórmula 12 puede escribirse:

$$P_a v_a L_n \frac{P}{P_a} = Q H + Q h + Q J L$$

de donde:

$$P_a v_a L_n \frac{P}{P_a} = Q H \left(1 + \frac{1}{H}(h + J L) \right)$$

y designando por K, al factor

$$\left[1 + \frac{1}{H}(h + J L) \right] \text{ se tiene:}$$

$$v_a = \frac{Q H K}{P_a L_n \frac{P}{P_a}} \qquad (15)$$

fórmula de la que debemos servirnos para calcular el *"volumen de aire a la presión atmosférica"* que es necesario introducir por el tubo C para elevar la cantidad Q de agua a la altura H en la unidad de tiempo que se haya tomado.

El valor de K es variable con la altura de elevación, y su determinación se ha efectuado experimentalmente, en instalaciones en las cuales la "velocidad media hipotética" del líquido en el tubo de extracción respondía a la fórmula 18, y así se ha conseguido establecer la ley siguiente:

$$K = 593{,}3\ \alpha \qquad (16)$$

siendo:

$$\alpha = \frac{1}{(251 - 0.345\ H)}$$

A continuación se da la tabla I en la que se han insertado los valores de α para diferentes alturas de elevación.

Para las aplicaciones prácticas, puede escribirse entonces la fórmula 15 como sigue:

$$v_a = \frac{Q\ H}{10{,}3\ L_n \frac{I + 10{,}3}{10.3}} \times 593{,}3 \times \frac{1}{(251 - 0.345\ H)} \qquad (17)$$

en la que se ha reemplazado Pa por una columna de agua de 10,3 mts. y P por una columna de agua, también de 10,3 mts. más la columna de agua en metros que representa la inmersión I. En esta fórmula, si Q se expresa en litros de agua a elevar por minuto, y H o sea la altura de elevación en metros, se obtiene v_a en litros por minuto.

A continuación se da la tabla II que da a conocer el volumen teórico de aire que es necesario en cada caso, para elevar 1 litro de agua a diferentes alturas y con diferentes inmersiones. Esta tabla se ha calculado con la fórmula 15 habiéndose supuesto Q y K iguales a la unidad.

La aplicación de la fórmula 17 en los casos prácticos, se simplifica mucho con la ayuda de las tablas I y II mencionadas, en efecto: Supongamos que se trata de elevar 600 litros de agua p. m.

a una altura de 90 mts. con una inmersión de 200 mts. ¿Qué cantidad de aire a la presión atmosférica debe inyectarse por minuto?

La tabla II nos dá: 2,9 litros de aire por cada litro de agua elevado, de manera que para elevar 600 litros se necesitan:

$$600 \times 2.9 = 1740 \text{ litros p. m.}$$

Este volumen de aire, es teórico, y debe por la tanto ser corregido por el coeficiente K, que para nuestro caso, según la tabla I, es:

$$K = 593{,}3 \times 0.0045 = 2.67$$

Resultando entonces que el volumen efectivo de aire, a la "presión atmosférica" que debe introducirse será:

$$2740 \times 2{,}67 = 4645{,}8 \text{ litros p. m.}$$

III — *Velocidad del agua en el tubo de bombeo.* — La velocidad media del agua en el tubo de extracción, experimentalmente se observa, que es variable con el diámetro del tubo y la altura de elevación.

De las experiencias efectuadas con tubos de extracción de diámetros comprendidos entre una pulgada y seis pulgadas, y alturas de elevación comprendidas entre un metro y doscientos se ha deducido la fórmula siguiente:

$$U = 55 + 4.5\,D + \left(0.7 - \frac{1}{0.25\,D^2}\right) H \qquad (18)$$

que da a conocer la *velocidad media hipotética* que debe adoptarse en cada caso para determinar el gasto unitario efectivo.

Esta velocidad viene expresada en centímetros, debiendo también expresarse el diámetro D del tubo en centímetros y la altura $H = L - I$ en metros.

IV — *Eficiencia de emulsión.* — Se ha demostrado, que debido a la acción mecánica del aire, el agua se pone en movimiento, por consiguiente, debe tratarse de aprovechar al máximum la energía desarrollada por éste, a fin de obtener un rendimiento mecánico de la instalación lo más alto posible, a tal efecto, se han estudiado

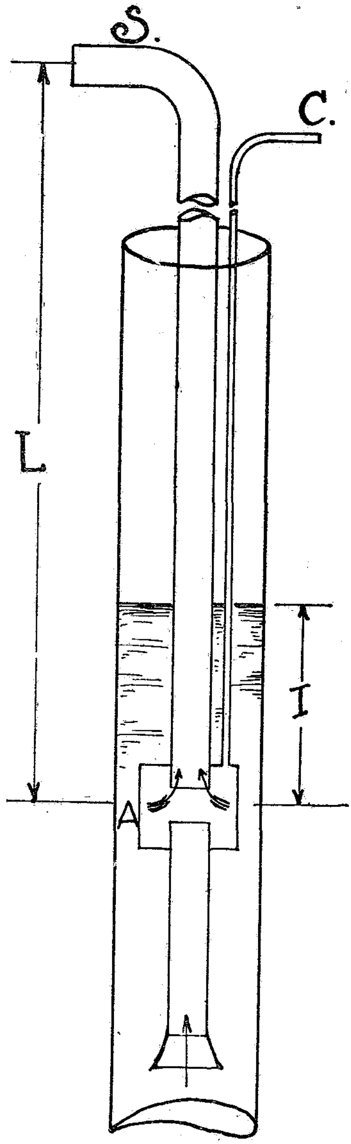


Fig. 9.

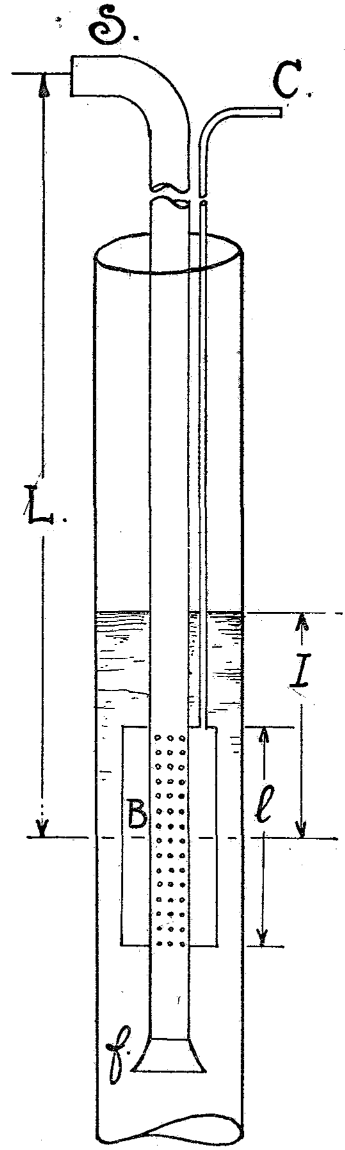


Fig. 10.

diversos procedimientos de inyección del aire, a fin de obtener una emulsión racional.

Por otra parte, los aparatos para emulsión, preconizados por Lorenz, Laurent, Chapman, Pohle y otros, que generalmente se encuentran en algunas instalaciones, responden en principio, a la pieza representada en A de la fig. 9, que como puede notarse, se trata de una cámara corta, concéntrica al tubo de extracción y alimentada con aire a presión por el tubo C. Con este dispositivo, no es posible concebir que el aire introducido trabaje dividido en burbujas, ni que se efectúe una emulsión racional; pues lo que ocurre, es que el chorro de aire al fraccionarse, asciende en parte, adherido a la pared del tubo S, produciéndose una especie de resbalamiento del mismo, entre el agua y la pared, y obteniéndose en consecuencia su aprovechamiento parcial y defectuoso.

Es por este motivo, que debe tenerse muy en cuenta esta parte del sistema en toda instalación, si se desea obtener un rendimiento alto; y justamente estas observaciones conducen a razonar teniendo en cuenta la teoría que sirve de base a este estudio en su primera parte.

En efecto, si se considera que el líquido en movimiento, tiene una velocidad media que responde a la fórmula 18 y que el aire que se introduce, tiene una velocidad ascensional media, aproximada, que responde a la fórmula 9, la velocidad resultante, de que estará animada una burbuja, estará dada por la suma de estas velocidades, evidentemente.

Ahora bien, es lógico admitir, que para obtener un trabajo máximo del aire, debe tratarse, que la velocidad relativa debida a la suma de las velocidades anteriores sea mínima, de modo que el tiempo de actuación del aire en el líquido sea máximo.

Del análisis de la fórmula 9, se desprende, que la velocidad media absoluta de una burbuja libre, disminuye con el radio de la misma; pudiendo deducirse por lógica como consecuencia inmediata de esto y de lo anterior, que siempre debe tratarse de introducir el aire de inyección finamente dividido, si se quiere aprovechar al máximum su trabajo mecánico y evitar el resbalamiento de que se ha hablado.

En la actualidad, algunas firmas extranjeras como ser: Indiana Air Pump Co. e Ingersoll-Rand Co. construyen los emul-

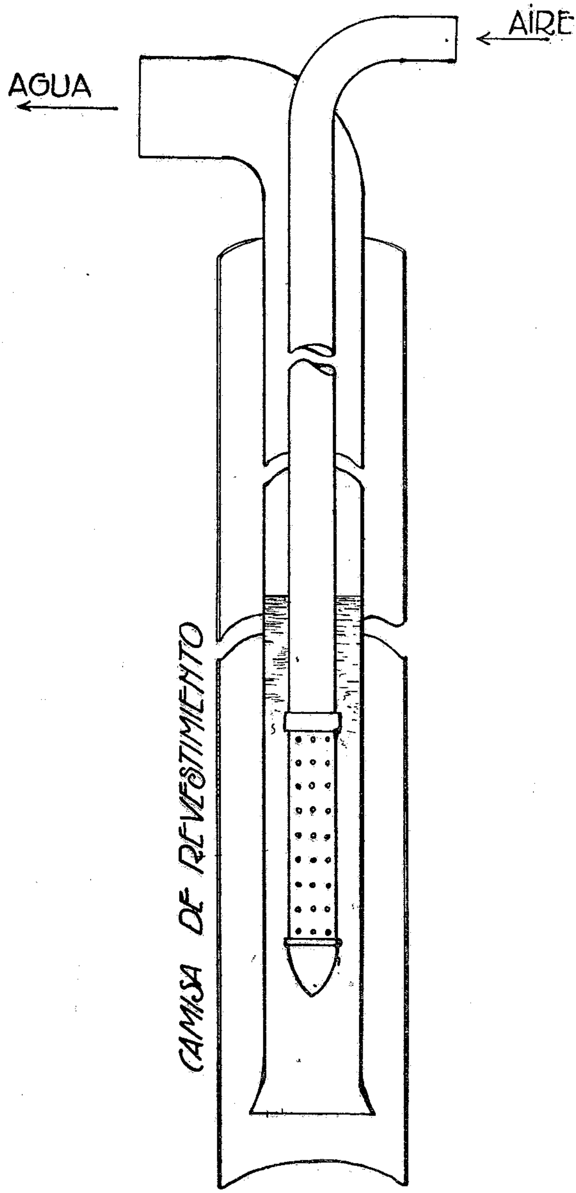


Fig. 11.

sores o piezas de inyección con este criterio; consiguiendo con ello, rendimientos mucho mayores, como consecuencia de un aprovechamiento racional del aire.

Esto sentado, analicemos lo que ocurre cuando se introduce aire de inyección por una pieza del tipo B o G de las figuras 10 y 11.

En primer lugar, por cada uno de los agujeros de pasaje del aire, éste debe entrar para mezclarse con el agua, animado de una cierta velocidad. Si examinamos el fenómeno en un agujero solamente; la velocidad de entrada, por la sección del agujero nos caracteriza la capacidad del mismo, capacidad que la podemos representar en la unidad de tiempo, por un cilindro de longitud o altura, equivalente a la velocidad, y de una base dada por la sección de pasaje, reducida por el correspondiente coeficiente de contracción.

Ahora bien, al introducirse el aire y mezclarse con el agua, éste no se divide de inmediato en burbujas esféricas, de acuerdo a la hipótesis que se ha admitido anteriormente, sino que el cilindro que caracteriza el gasto, se fracciona en trozos de longitud mayor siempre que el diámetro correspondiente a la base en el instante de abandonar un agujero. Este trozo de cilindro, trata enseguida de ponerse en equilibrio de por sí, dentro del líquido, para lo cual adquiere la forma esférica como es de suponer.

Como puede notarse entonces, el análisis matemático del proceso resulta complejo, y las ecuaciones que de él se han deducido además de ser complicadas, no son confirmadas por la experiencia en la mayoría de los casos.

Por este motivo, se ha tratado de encontrar experimentalmente las leyes que prácticamente sirven "para determinar el número de agujeros" más conveniente, y el "diámetro más conveniente" que le corresponde a cada uno.

El número de agujeros más conveniente para la pieza de inyección, puede obtenerse muy aproximadamente por la fórmula:

$$N = 3300 \frac{Q}{d^2} \qquad (19)$$

en la que Q es el gasto en litros por segundo y *d* el diámetro en milímetros de los agujeros.

El diámetro más conveniente de estos para introducir el aire, en condiciones de poder aprovechar al máximum su trabajo, puede calcularse con la fórmula siguiente:

$$d = 3 + 0.01 \times u \qquad (20)$$

en la que *u* expresada en centímetros, se determina empleando la fórmula 18 obteniéndose *d* o sea el diámetro de los agujeros expresado en milímetros.

Los elementos así calculados que caracterizan la pieza de inyección o emulsor, sirven para determinar en definitiva su tamaño; en efecto, si se toma la separación adecuada, entre los centros de los agujeros, que debe ser de un centímetro, como mínimum, en sentido horizontal y vertical, y si suponemos desarrollado el cilindro B que representa el emulsor en la figura 10, obtendremos un plano rectangular (fig. 12) que nos representa la superficie lateral de dicho cilindro.

En este plano, el lado πD_1 queda determinado, si se tiene en cuenta que siempre debe ser el emulsor, de un diámetro D_1 mayor en una pulgada, que el diámetro D del tubo S de descarga.

Teniendo esto en vista entonces, puede admitirse que el número de agujeros horizontales debe ser igual a πD_1 de modo que la longitud *l* de la pieza puede calcularse de un largo máximo en centímetros con la fórmula siguiente:

$$l = \frac{N}{3.14\, D_1} + 10 \qquad (21)$$

En esta fórmula N se obtiene con la 19 y D_1 debe expresarse en centímetros.

Los agujeros deben ubicarse en la forma que la figura indica, o sea siguiendo una disposición al tresbolillo.

También, a los efectos de aumentar el rendimiento, debe tratarse de guiar convenientemente el agua al introducirse en el tubo de descarga, evitando contracciones, que manifestándose como pérdidas de carga, se traducen en definitiva en incremento positivo de la altura de elevación. Para evitar esto parcialmente, deben disponerse las piezas *f* (fig. 10) de entrada al tubo de descarga; piezas que

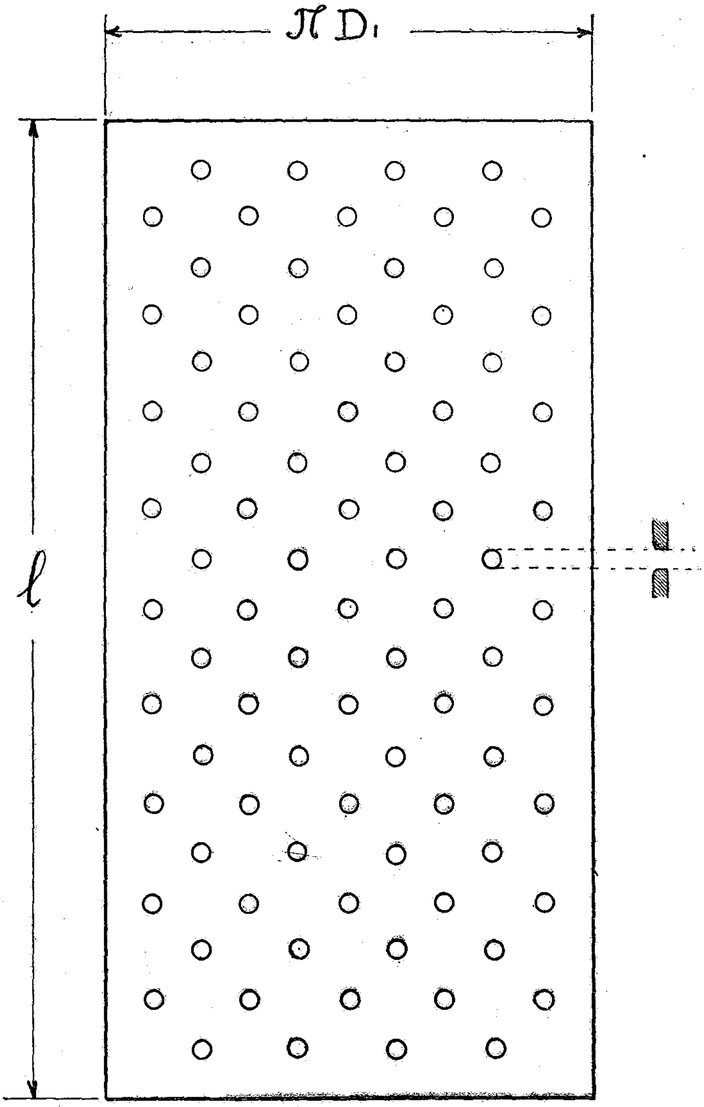


Fig. 12.

deben construirse, como apéndices de máximo rendimiento e identificados al tubo de descarga por una superficie de revolución generada por una curva apropiada.

5° — *Diámetro del tubo de aire.* — El tubo C (figs. 10 y 11) que sirve para introducir el aire desde la superficie del terreno al emulsor, debe tener un diámetro de manera que el aire dentro del mismo no supere una velocidad de 15 metros por segundo.

Para calcularlo, debe tenerse presente que la presión del aire de inyección está dada por la inmersión I medida en metros de agua, (sin tener en cuenta las pérdidas de carga), y como el volumen de aire que es menester inyectar se obtiene a la "presión atmosférica" con la fórmula 17, es menester reducir este volumen, al correspondiente a la presión dada por I, para cada caso.

Si suponemos para simplificar que el aire se introduce a temperatura constante; y si la presión en el emulsor es P y el volumen que atraviesa los agujeros en la unidad de tiempo es v_0 y si por otra parte, llamamos Pa a la presión atmosférica y v_a al volumen de aire libre necesario para elevar Q litros de agua, se puede escricribir:

$$P\, v_0 = P_a\, v_a$$

de donde:

$$v_0 = \frac{P_a}{P}\, v_a = \frac{10.3\, v_a}{I + 10.3}$$

en la que I se expresa en metros, y v_0 es el volumen reducido a litros de igual peso que v_a también en litros, que debe introducirse por el tubo C en la unidad de tiempo. De estas consideraciones, se deduce la fórmula simplificada que sigue, con la que puede obtenerse directamente, el diámetro del tubo C, en pulgadas.

$$d_c = 0.36 \sqrt{\frac{10.3 \times v_a}{I + 10.3}} \qquad (22)$$

ING. C. A. REVOL

(*Continuará*)

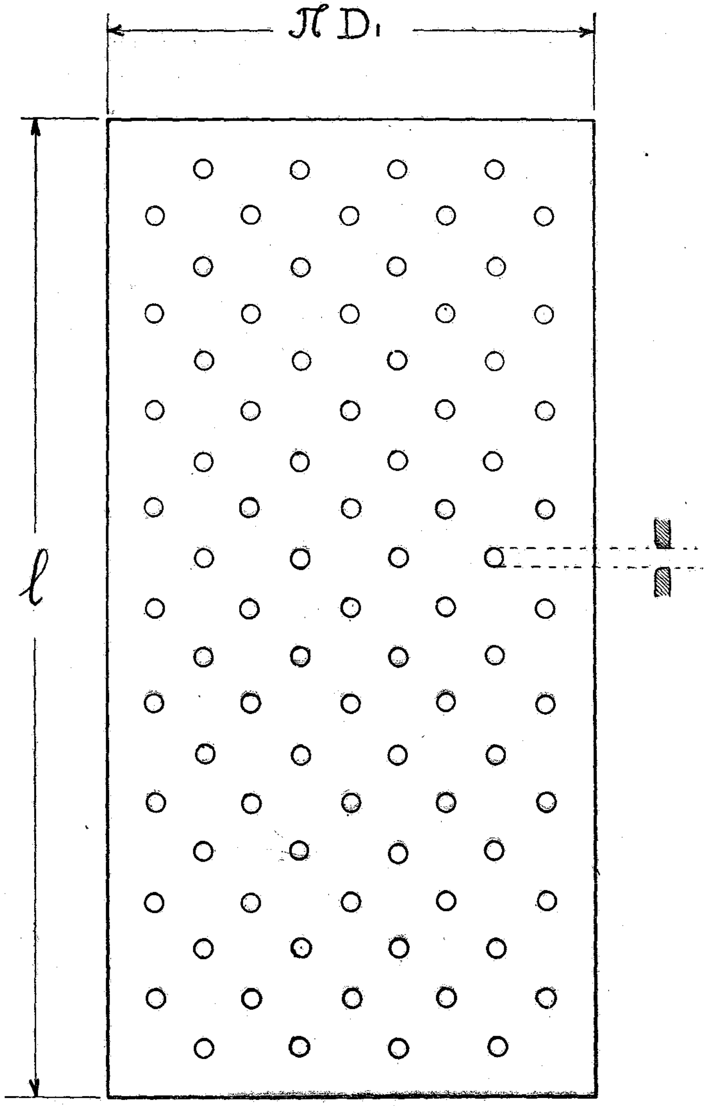


Fig. 12.

deben construirse, como apéndices de máximo rendimiento e identificados al tubo de descarga por una superficie de revolución generada por una curva apropiada.

5º — *Diámetro del tubo de aire.* — El tubo C (figs. 10 y 11) que sirve para introducir el aire desde la superficie del terreno al emulsor, debe tener un diámetro de manera que el aire dentro del mismo no supere una velocidad de 15 metros por segundo.

Para calcularlo, debe tenerse presente que la presión del aire de inyección está dada por la inmersión I medida en metros de agua, (sin tener en cuenta las pérdidas de carga), y como el volumen de aire que es menester inyectar se obtiene a la "presión atmosférica" con la fórmula 17, es menester reducir este volumen, al correspondiente a la presión dada por I, para cada caso.

Si suponemos para simplificar que el aire se introduce a temperatura constante; y si la presión en el emulsor es P y el volumen que atraviesa los agujeros en la unidad de tiempo es v_0 y si por otra parte, llamamos Pa a la presión atmosférica y v_a al volumen de aire libre necesario para elevar Q litros de agua, se puede escricribir:

$$P\, v_0 = P_a\, v_a$$

de donde:

$$v_0 = \frac{P_a}{P}\, v_a = \frac{10.3\, v_a}{I + 10.3}$$

en la que I se expresa en metros, y v_0 es el volumen reducido a litros de igual peso que v_a también en litros, que debe introducirse por el tubo C en la unidad de tiempo. De estas consideraciones, se deduce la fórmula simplificada que sigue, con la que puede obtenerse directamente, el diámetro del tubo C, en pulgadas.

$$d_c = 0.36 \sqrt{\frac{10.3 \times v_a}{I + 10.3}} \qquad (22)$$

ING. C. A. REVOL

(*Continuará*)