

## Sobrecarga Virtual Equivalente para Puentes Carreteros

POR EL

**Ing. Civil Carlos A. Ninci**

Profesor Suplente de Estabilidad de Construcciones III y de Construcciones Metálicas

I. — En el cálculo de puentes se presenta con frecuencia la necesidad de substituir los trenes tipos reglamentarios, por una carga uniformemente repartida que produzca los mismos o muy aproximados efectos que aquellos y para lo cual es necesario entonces determinar en cada caso lo que conocemos con el nombre de **sobrecarga virtual equivalente**. Tal susbtitución sin alterar las condiciones del problema, simplifica grandemente la redacción de los cálculos estáticos, permite la rápida confección de anteproyectos y la comparación inmediata de dos proyectos entre sí para una misma obra.

Por otra parte, los trenes tipos reglamentarios no siempre pueden ser realizados prácticamente una vez la obra terminada con objeto de efectuar las pruebas de su recepción; unas veces por no disponerse de los vehículos que presenten las características de aquellos, y otras porque su conducción a larga distancia resultaría onerosa o imposible; tal es el caso de los rodillos-aplanadoras prescriptos por nuestro Reglamento para los puentes carreteros.

La adopción de una carga uniformemente repartida (parcial o total) como sobrecarga virtual, subsana aquellos inconvenientes y aún cuando no produce deformaciones iguales a las que darían los trenes tipos, los efectos principales (momentos flectores y esfuerzos de corte), son casi idénticos a los de aquellos.

La gran mayoría de las reglamentaciones oficiales permiten el empleo de sobrecargas virtuales equivalentes y el Reglamento Argentino de 1916 autoriza su adopción para efectuar las pruebas de los puentes carreteros sin hacerlo explícitamente para su cálculo, pero creemos que, permitido el procedimiento para los puentes de ferrocarril, no hay inconveniente alguno en adoptarlo para aquellos.

Para un mismo tren-tipo, la sobrecarga virtual equivalente correspondiente, es una función de la luz  $L$  del puente; generalmente se expresa por una fórmula empírica o semiempírica de la forma:

$$p = A + \frac{B}{L}$$

en la que  $A$  y  $B$  son dos constantes. Por otra parte, para un mismo tren-tipo y para una misma luz  $L$ , deben adoptarse dos sobrecargas virtuales equivalentes:

$$\begin{array}{ll} p_m & \text{para los momentos flectores} \\ p_c & \text{para los esfuerzos de corte} \end{array}$$

y que deben disponerse sobre el puente cubriendo aquella parte de la luz que sea necesario para obtener los esfuerzos o efectos máximos.

II. — Nos proponemos establecer mediante fórmulas lo más simples posibles, las sobrecargas virtuales equivalentes que corresponda adoptar para nuestros tipos más comunes de puentes carreteros, tomando como punto de partida el perfil transversal de una obra de hormigón armado por ejemplo, (fig. 1) cuya distancia entre vigas sea  $d = 1,70$  m., sin que esto constituya un obstáculo para aplicar los resultados cuando se tenga  $d \geq 1.70$  m., bastando en este caso multiplicarlos por la relación:

$$a = \frac{d}{1,70} \geq 1$$

ni tampoco para adoptarlos en el caso de puentes metálicos con igual disposición de sus vigas longitudinales.

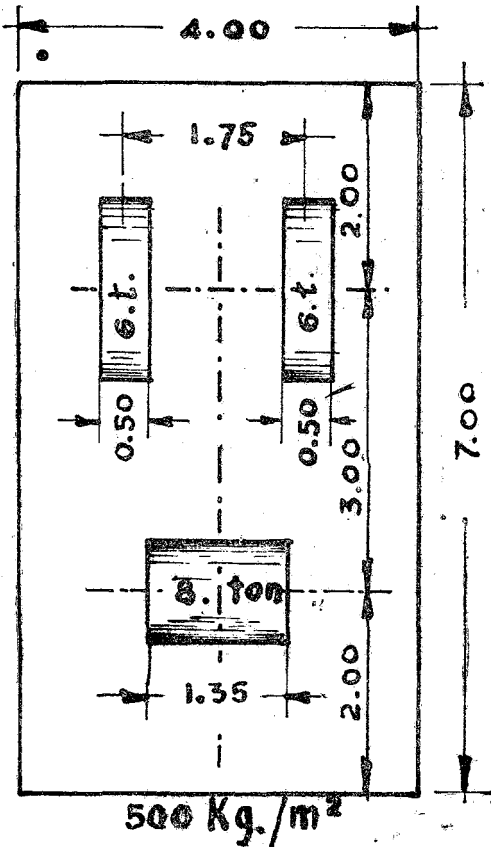
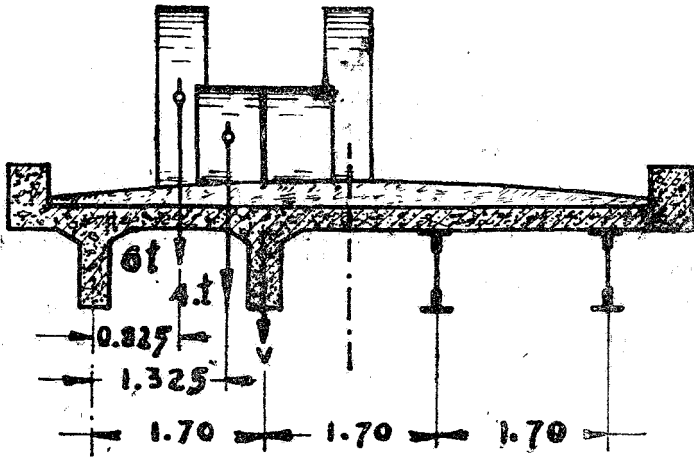


Figura 1

De las cuatro categorías en que nuestro Reglamento (Título B. Art. 1°.) clasifica los puentes carreteros, la primera es poco común y, llegado el caso, él merecía ser considerado con los trenes tipos reglamentarios. La segunda categoría (b), es la que más frecuentemente se presenta al proyectista pues contempla el caso de puentes ubicados en las ciudades o sus cercanías donde donde circulen o esté concedida la circulación de tranvías eléctricos; la tercera categoría (c), involucra los puentes para tráfico liviano. La cuarta categoría (d), se refiere solamente a los puentes o pasajes para peatones o para jinetes.

Los puentes ubicados en plena campaña, alejados de las ciudades y exentos por lo tanto de la posibilidad de que puedan circular sobre ellos tranvías eléctricos, estarían comprendidos en la categoría (c).

Si nos detenemos ahora a examinar las características del tráfico en nuestra campaña, veremos que es frecuente el tránsito de autocamiones con sus acoplados o "traillers", transportando pesadas cargas y que para puentes relativamente cortos pueden formar trenes que cubran íntegramente su longitud; nuestro Reglamento no ha previsto el **factor de impacto** tan empleado en otros países para tener en cuenta los esfuerzos secundarios debidos a la movilidad de las cargas. Las dos circunstancias enunciadas, nos bastan por sí solas para deducir que es medida de previsión adoptar aún en el caso de puentes livianos (categoría c), las sobrecargas establecidas en el Reglamento para los puentes ubicados en las ciudades a sus cercanías.

Conforme entonces a la prescripción oficial argentina, para realizar nuestro estudio tomaremos la sobrecarga compuesta como sigue: (fig. 1)

- a) rodillo aplanador de  $(8 + 2 \times 6) = 20$  toneladas de peso total ocupando el centro de un rectángulo de 7.00 x 4,00 m. y colocado en cada caso en su posición más desfavorable.
- b) el resto de la calzada cubierta con una sobrecarga uniformemente repartida de 500 Kg/m<sup>2</sup>.

Nos limitaremos a la determinación de la sobrecarga virtual para los puentes constituidos por vigas longitudinales múltiples, solución que tanto para los de hormigón armado como para los

metálicos, es posible hasta los 16.00 m. de luz para vigas simplemente apoyadas y hasta 20,00 m. para vigas continuas. El caso de los puentes de luces mayores constituídos por dos vigas principales costaneras (por lo general, vigas en enrejado, arcos atirantados o vigas Vierendeel) ha sido considerado en otra monografía y solo consignaremos sus resultados en la presente.

III. — Para una viga intermedia V (fig. 1) coloquemos el rodillo de manera que su eje coincida con el de la viga; si consideramos la rueda delantera compuesta de dos cilindros de 0,675 m. de largo, las cargas que inciden sobre aquella, serán:

$$\text{rueda delantera: } 2 \times 4,0 \frac{1,325}{1,70} = \sim 6,3 \text{ toneladas}$$

$$\text{ruedas posteriores: } 2 \times 6,0 \frac{0,825}{1,70} = \sim 5,8 \text{ ,,}$$

$$\text{sobrecarga de } 500 \text{ Kg/m}^2: 0,5 \times 1,70 = 0,85 \text{ ton/ml}$$

Es decir, que el tren tipo para la carga sobre la viga V, estaría formado como se indica en la fig. 2.

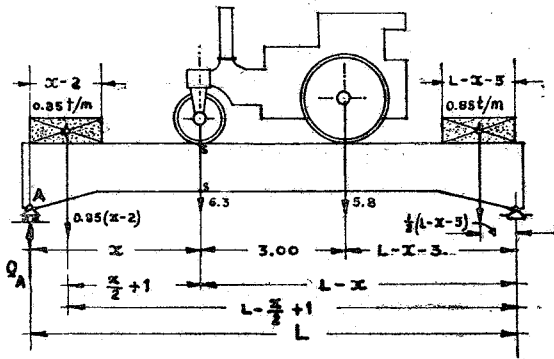


Figura 2

IV. — Para determinar la sobrecarga virtual equivalente  $p_m$  correspondiente a los momentos flectores, comenzaremos por disponer el tren tipo de manera que el rodillo solamente (fig. 2), esté en la posición más desfavorable. Esta posición nos dará indudablemente el momento flector máximo, en la sección s debajo de la rueda más pesada, es decir en la sección correspondiente a la

carga de 6,3 ton.; sea entonces  $x$  la distancia de esta sección al apoyo de la izquierda.

La reacción  $Q'_A$  será

$$Q'_A = \frac{6,3(L-x) + 5,8(L-x-3)}{L} = 12,1 - 12,1 \frac{x}{L} - 17,4 \quad (\text{ton.})$$

y el momento  $M'_s$  en la sección  $s$  tendrá por expresión:

$$M'_s = Q'_A \cdot x = 12,1 x - 12,1 \frac{x^2}{L} - 17,4 x.$$

El máximo de  $M'_s$  tendrá lugar para:

$$\frac{dM'_s}{dx} = 0 = 12,1 - 24,2 \frac{x}{L} - 17,4$$

$$\text{o sea para } x = \frac{1}{2} L - 0,72 \quad (\text{metros}) \quad (1)$$

y a lo cual hubiéramos llegado también aplicando el Teorema de Barré.

Imaginemos ahora (fig. 2) colocado el rodillo de tal manera que  $x$  satisfaga la relación (1) y agreguemos a uno y otro lado la sobrecarga de 0,85 ton/ml.

En este estado, la reacción  $Q_A$  tendrá por valor:

$$Q_A = \frac{0,85(x-2)(L-\frac{1}{2}x+1) + 6,3(L-x) + 5,8(L-x-3) + \frac{1}{2} \cdot 0,85(L-x-5)}{L}$$

o sea después de efectuar operaciones y de simplificar:

$$Q_A = 6,15 \left(1 - \frac{x}{L}\right) + 0,425 L - \frac{8,475}{L} \quad (2)$$

El momento flector  $M_s$  en la sección  $s$  será ahora:

$$M_s = Q_A \cdot x - 0,85(x-2) \left(\frac{1}{2}x+1\right) = Q_A \cdot x - 0,425(x^2-4)$$

y si reemplazamos  $Q_A$  por su valor (2)

$$M_s = 6,15 \left(1 - \frac{x}{L}\right) x + 0,425 L x - \frac{8,475}{L} x - 0,425(x^2-4)$$

quedando después de simplificar:

$$M_s = (6,15 + 0,425 L - \frac{8,475}{L}) x - (\frac{6,15}{L} + 0,425) x^2 + 1,7 \quad (3)$$

Para encontrar  $\text{máx}M_s$ , pondremos en la anterior el valor de  $x$  dado por la (1) obteniendo en definitiva y en función de  $L$  solamente:

$$\text{máx}M_s = 1,575 L + 0,1063 L^2 + \frac{2,9138}{L} - 2,7578 \quad (4)$$

y que expresa en tonelámetros el momento flector máximo en la viga.

Estamos ahora en condiciones de calcular la **sobrecarga virtual equivalente**  $p_m$  para los momentos flectores, y que ha de substituir al tren tipo. La carga uniformemente repartida  $p_m$  que en la sección  $s$  produciría el momento flector  $\text{máx}M_s$ , será entonces:

$$\text{máx}M_s = \frac{1}{2} p_m x (L-x) \quad \text{o sea:}$$

$$p_m = \frac{2 \cdot \text{máx}M_s}{x(L-x)}$$

y poniendo nuevamente en vez de  $x$ , su valor (1):

$$p_m = \frac{2 \cdot \text{máx}M_s}{\frac{1}{2} (L-1,44) [L-\frac{1}{2} (L-1,44)]} = \frac{8 \text{ máx}M_s}{L^2 - 1,44^2}$$

pero  $1,44^2 \approx 2$  y puede despreciarse frente a  $L^2$  sin cometer por eso un error sensible en la determinación de  $p_m$ . Entonces y teniendo en cuenta la (4):

$$p_m = 0,85 + \frac{12,6}{L} + \frac{23,31}{L^3} - \frac{22,06}{L^2} \quad (\text{ton/ml}) \quad (5)$$

Nos conviene disponer de una fórmula cuya aplicación práctica sea más rápida: buscaremos entonces una de la forma:

$$p_m = A + \frac{B}{L}$$

pero que dé valores aceptables comparados con los de de la (5). Para ello hemos aplicado la expresión (5) a todos los valores de L desde 7,00 hasta 16,00 metros y para cada dos de ellos consecutivos hemos determinado los valores de los coeficientes A y B. Tomando en seguida un término medio general, podremos establecer en definitiva:

$$p_m = 1 + \frac{9.2}{L} \quad \text{en ton/ml} \quad (6)$$

y que, dentro de los límites admitidos en la práctica, puede considerarse como suficientemente aproximada. En efecto: la comprobación nos la dá el cuadro siguiente:

LUZ L (m)	7,00	10,00	13,00	16,00
p <sub>m</sub> según (5) en Ton/ml	2,27	1,91	1,70	1,56
p <sub>m</sub> según (6) en Ton/ml	2,31	1,92	1,70	1,56

V. — Por un procedimiento análogo podremos determinar la sobrecarga virtual equivalente  $p_c$  para los esfuerzos de corte en la viga considerada, tomando como base (fig. 3) la reacción  $Q_A$

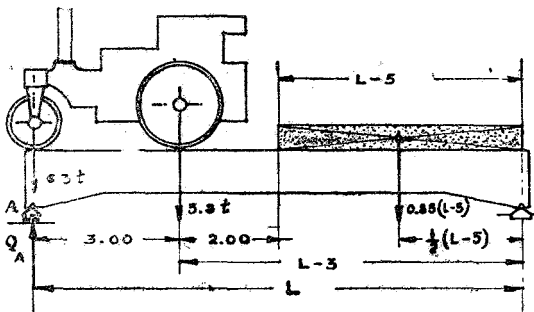


Figura 3



cuyo máximo se produce cuando la rueda de 6,3 ton. pisa en la sección de apoyo.

Tenemos entonces como valor de la referida reacción:

$$Q_A = \frac{6,3 L + 5,8 (L-3) + \frac{1}{2} \cdot 0,85 (L-5)^2}{L}$$

o sea después de simplificar:

$$Q_A = 7,85 + 0,425 L - \frac{6,775}{L} \quad (\text{en ton.}) \quad (7)$$

Ahora bien: la carga uniformemente repartida que produzca la misma reacción  $Q_A$  será la sobrecarga virtual equivalente para los esfuerzos de corte. Entonces

$$Q_A = \frac{1}{2} p L \quad . \quad . \quad . \quad p_c = \frac{2 Q_A}{L}$$

ó sea según la (7):

$$p_c = 0,850 + \frac{15,70}{L} - \frac{13,55}{L^2} \quad \text{en ton/ml} \quad (8)$$

La fórmula más simple y que satisfaga con suficiente aproximación los resultados de la (8), quedará determinada como en el caso anterior, por la expresión:

$$p_c = 1 + \frac{13,2}{L} \quad (\text{en ton/ml}) \quad (9)$$

La fig. 4 muestra la variación de las sobrecargas virtuales equivalentes  $p_m$  y  $p_c$  para luces de 7.00 a 20.00 metros, aplicando la fórmulas simplificadas (6) y (9).

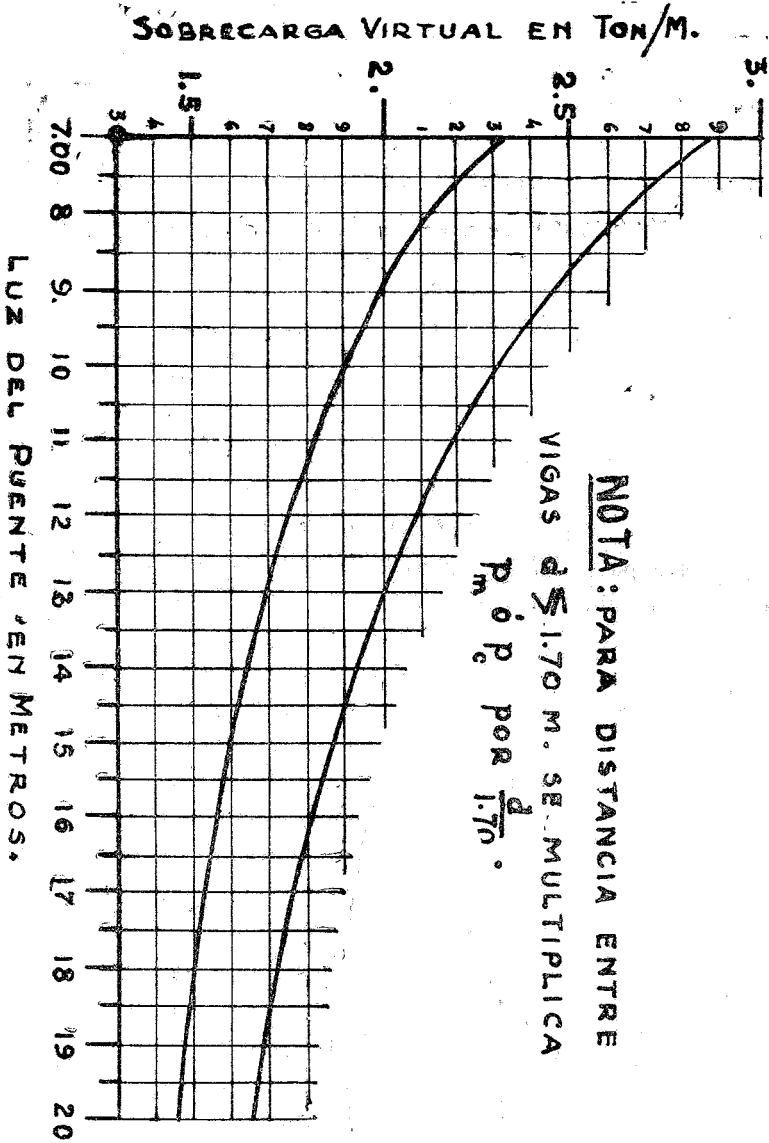


Figura 4

$$P_c = 1 + \frac{13.2}{L}$$

$$P_m = 1 + \frac{9.4}{L}$$

VI. — Solo nos quedaría verificar si la parábola de momentos flectores trazada con

$$\text{máx}M = p_m \cdot \frac{L^2}{8}$$

y cuyas absisas, son para  $x = n \cdot L$ :

$$M_x = \frac{1}{2} p_m \cdot L^2 n (1-n)$$

es o nó exterior a la curva que se obtendría para cada luz  $L$  y para  $n = 0,1; 0,2 \dots 0,5$ , calculando el momento flector  $M_s$  producido por el tren tipo.

Haciendo entonces  $p_m = 1 + \frac{9,2}{L}$  se tendría:

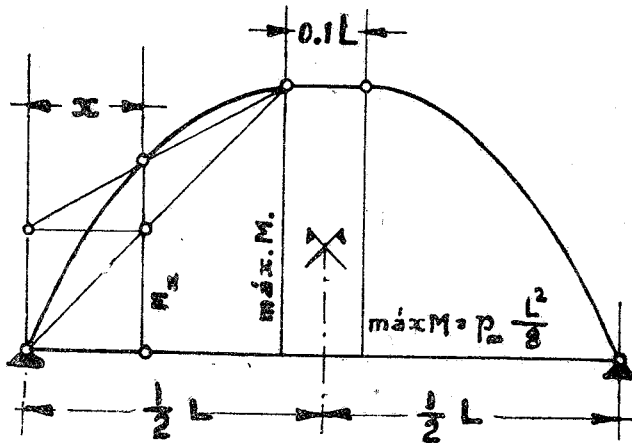
$$M_x = (\frac{1}{2} L^2 + 4,6 L) (1-n)n \quad (10)$$

Por otra parte, la (3) nos dá el valor de  $M_s$  y haciendo en ella  $x = nL$  obtendremos:

$$M_s = n (1-n) (6,15 L + 0,425 L^2) - 8,475 n + 1,7 \quad (11)$$

Para comparar los resultados de las (10) y (11) hemos aplicado ambas a luces  $L = 7,00, 8,00; 9,00, \dots, 16,00$  m. y notamos que la curva  $M_x$  es en parte **interior** a la curva  $M_s$  lo que nos dice que la carga virtual equivalente daría en algunas secciones de la viga, momentos flectores **inferiores** a los que producía el tren tipo; y que las mayores diferencias se observan para  $n = 0,2$ , es decir en la región próxima al quinto de la luz del puente.

Figura 5



Para obtener un **diagrama de momentos flectores** (curva M) que fuera totalmente **exterior** a la curva  $M_s$  podríamos utilizar la parábola  $M_x$  de  $p_m$  (fig. 5) pero con su eje vertical desplazado a uno y otro lado del eje de la viga. El diagrama estaría formado así por dos arcos de parábola trazados con

$$\text{máx}M_x = p_m \frac{L^2}{8}$$

y unidos en su parte superior por una tangente común horizontal.

Hemos trazado las dos curvas para cada luz y buscando la parábola desplazada que es envolvente de ambas, llegamos a la conclusión de que basta un desplazamiento de  $0,05 L$  a cada lado del eje de la viga para obtener el resultado que buscamos.

El procedimiento de tomar como curva o diagrama de momentos máximos, dos arcos de parábola unidos por una tangente común horizontal, está autorizado por el cálculo de puentes de ferrocarril en el Reglamento Alemán de 1925.

VII. — En otra ocasión hemos estudiado el caso de los puentes constituidos por dos vigas principales costaneras sometidos a la acción del tren tipo reglamentario. Colocado el rodillo aplanador en el sentido transversal del puente y de manera que su rueda posterior esté completamente arimada al guardarruedas para obtener el efecto máximo sobre una de las vigas, hemos determinado las cargas sobre ésta y por un procedimiento análogo al expuesto para los puentes de vigas múltiples, hemos determinado las sobrecargas virtuales equivalentes por las fórmulas:

$$\left. \begin{aligned} p_m &= 1,5 + \frac{17}{L} \\ p_c &= 1,5 + \frac{19}{L} \end{aligned} \right\} \text{(en ton/ml y por cada viga)}$$