AÑO 18. Nº 9-10. NOVIEMBRE-DICIEMBRE 1931

CANALES

Estudio para dimensionar sin tanteos la sección de mínima resistencia

Por el Ing. F. CASTELLANOS POSSE
Profesor titular de la Facultad de Ingeniería

Para desarrollar el estudio que haremos a continuación hemos adoptado el caso más complejo, colocándonos en la situación más común que, en la práctica, se presenta al estudiar un proyecto de canal. Bien entendido que nos limitaremos a las formas trapeciales y rectangulares, (cuyas fórmulas será fácil adaptar para la sección semicircular) por ser aquellas las corrientemente usadas, sobre todo para los estudios de irrigación, que han sido el punto de vista capital que hemos tenido en cuenta para realizar este trabajo.

En atención a lo dicho, dejaremos de lado el caso general de dimensionar una sección cualesquiera, desde que dicho problema se soluciona con fijar una relación entre la base y la altura de la sección, que se establece en atención a condiciones circunstanciales. Esa relación varía, principalmente, con la naturaleza del terreno, cuya mayor o menor permeabilidad hará adoptar menor o mayor tirante de agua; así como también la finalidad del proyecto puede imponer otras conveniencias para fijar esa relación, la que alcanza diversos valores, siendo recomendables — en términos generales — las proporciones fijadas por Eytelwein.

La importancia de esta cuestión, fuera de la técnica pura, es la economía de la obra, razón que obliga a adoptar valores adecuados para la relación $\frac{h}{l}$ que, en el límite, implican alcanzar la condición de mínima resistencia.

Esto es lo que nos ha determinado a concretarnos a este último caso, buscando eliminar los tanteos con que, — hasta ahora, — se resuelve el problema de la sección de gasto máximo.

Es sabido que los elementos de una sección trapecial cualquiera (fig. 1) guardan entre sí las siguientes relaciones:

(1) $L = l + 2\,h\;cotg.\,\lambda$

(2) $\omega = h\;(l + h\;cotg.\,\lambda)$

(3) $\chi = l + \dfrac{2\,h}{sen\,\lambda}$

(4) $R = \dfrac{h\;(l\;sen\;\lambda + h\;cos\;\lambda}{l\;sen\,\lambda + 2\,h}$

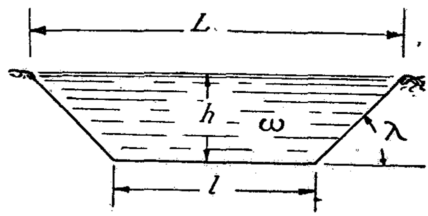

Fig. 1

Y, aunque es campo trillado en hidráulica, repetiremos que de la ecuación fundamental $Q = \omega\,U$ y de la expresión $U = C\sqrt{Ri}$ se desprende que para una sección dada y una pendiente fija, Q será máximo cuando lo sea U, y como U varía con R en el mismo sentido, sus máximos serán simultáneos; pero siendo $R = \dfrac{\omega}{\chi}$ es evidente que el máximo de R se producirá para el mínimo de χ.

La sección ω que satisface la cuestión se denomina "sección de gasto máximo" ó más lógicamente "sección de mínima resistencia" y su determinación es del mayor interés para la economía de los proyectos.

Además, de acuerdo con lo que se viene expresando, para un gasto dado y una pendiente fija, la sección cuya solución buscamos deberá ser mínima; es decir que, a paridad de condiciones, debe verificarse

$$\omega = \frac{Q}{U} = mínimo\;\;para\;\;gasto\;\;máximo.$$

Establezcamos las dos condiciones mínimas derivando e igualando a cero las expresiones (2) y (3)

$$\frac{d\,\omega}{d\,h} = l + 2\,h\;cotg.\,\lambda + h\,\frac{d\;l}{d\,h} = 0$$

$$\frac{d\;\chi}{d\;h} = \frac{d\;l}{d\;h} + \frac{2}{sen\;\lambda} = 0$$

de las que obtenemos

$$\frac{dl}{dh} = -\frac{l + 2h\,cotg.\,\lambda}{h}$$

$$\frac{dl}{dh} = -\frac{2}{sen\,\lambda}$$

y por tanto

$$\frac{2}{sen\,\lambda} = \frac{l + 2h\,cotg.\,\lambda}{h}$$

de la que despejamos

$$l = \frac{2h\,(1 - cos\,\lambda)}{sen\,\lambda} \qquad (5)$$

Introduciendo este valor en las cuatro fórmulas generales establecidas anteriormente obtendremos las que siguen:

$$L = \frac{2\,h}{sen\,\lambda} \qquad (6)$$

$$\omega = \frac{h^2\,(2 - cos\,\lambda)}{sen\,\lambda} \qquad (7)$$

$$\varkappa = \frac{2h\,(2 - cos\,\lambda)}{sen\,\lambda} \qquad (8)$$

$$R = \frac{\omega}{\varkappa} = \frac{h}{2} \qquad (9)$$

que son las expresiones que sirven para dimensionar la sección de mínima resistencia.

Sin embargo, el problema no está totalmente resuelto porque todas las fórmulas vienen expresadas en función de *h*, que es un valor desconocido a priori. Debemos, por lo tanto, buscar la relación que establezca *h* y elimine los tanteos que actualmente se usan.

Antes de seguir adelante debemos repetir que no nos guía un interés de especulación teórica, sino, muy por el contrario, buscar la solución más sencilla posible a un caso práctico corriente, que hasta ahora se ha resuelto por el penoso procedimiento de los tanteos.

En consecuencia, como hemos dicho, nos pondremos en el caso más complejo que se le presenta al proyectista comúnmente: Se conoce el gasto Q que deberá escurrirse por el canal; igualmente se conoce la topografía del terreno y su naturaleza, antecedentes que, unidos al destino de la obra y sus características, hacen establecer los valores de i de λ y de γ así como el límite teórico de la *máxima velocidad media admisible,* U_m

Estos valores que deben respetarse en la solución son los que complican el problema en vez de facilitarlo como a simple vista pudiera creerse.

Podría, aún, haber una limitación más y sería aquella que por diversas causas impusiera límites a h; pero si tal sucediera convendría tomar como solución primera dicho valor y verificarlo con las fórmulas generales dadas en un principio para calcular l y L o bien directamente ω y con ésta U, etc. todo lo que podría dar o no la sección de mínima resistencia que se busca. Si el resultado no fuera satisfactorio se buscaría resolverlo con la fórmula que damos más adelante, lo que también puede ser o no posible, según que obtengamos valores que estén dentro o fuera de los límites impuestos para el valor h.

En todo caso, si se fijara un límite inferior para h sería menester verificar ese límite con respecto al valor de la "profundidad crítica" (Flamant) para asegurarse si serían o no aplicables al caso las fórmulas del régimen uniforme; es decir $h > H' = \sqrt[3]{\frac{\alpha q^2}{g}}$ para no tener un régimen torrencial. En la fórmula anterior H' es la profundidad crítica, q es el gasto por unidad de ancho del canal, g es la aceleración de la gravedad y α es un coeficiente cuyo valor fija Flamant en $1{,}111 = \frac{10}{9}$ para una sección cualesquiera como término medio de los fijados por St. Venant: 0.085 para secciones rectangulares muy anchas y 1,138 para secciones semi circulares.

Hemos anticipado esta pequeña disgresión para establecer que el caso propuesto es el más complejo, desde que cualquier otra condición que se agregue a las ya fijadas vuelve indeterminada la posibilidad de resolver la sección de mínima resistencia.

Por eso tampoco analizaremos la mínima sección trapecial que resuelve más satisfactoriamente el problema ($\lambda = 60°$), precisamente porque acondicionamos el planteo con el talud que realmente convenga al terreno ó al revestimiento que se proyecte.

Dicho ésto, volvamos a las expresiones

$$Q = \omega U \qquad \text{y} \qquad U = C \sqrt{Ri}$$

de las que obtenemos

$$Q = \omega C \sqrt{Ri}$$

que podemos escribirla así

$$\frac{Q}{\sqrt{i}} = \omega C \sqrt{R}$$

, reemplazando los valores de ω y R por las expresiones correspondientes al gasto máximo y C por su valor (coeficiente moderno de Bazin) obtendremos la siguiente

$$\frac{Q}{\sqrt{i}} = \frac{h^2 (2 - \cos\lambda)}{sen\,\lambda} \cdot \frac{87 \sqrt{\frac{h}{2}}}{\sqrt{\frac{h}{2}} + \gamma} \cdot \sqrt{\frac{h}{2}} =$$

$$= \frac{h^2 (2 - \cos\lambda)}{sen\,\lambda} \cdot \frac{87\,h}{2 (\sqrt{\frac{h}{2}} + \gamma)} = \frac{87\,(2 - \cos\lambda)\,h^3}{2\,sen\,\lambda\,(\sqrt{\frac{h}{2}} + \gamma)}$$

de la cual despejando h obtendremos:

$$h = \sqrt[3]{\frac{Q\,sen\,\lambda\,(\sqrt{\frac{h}{2}} + \gamma)}{43{,}5 \sqrt{i}\,(2 - \cos\lambda)}}$$

Separando los valores tabulables

$$h = \sqrt[3]{\frac{1}{43{,}5\sqrt{i}} \cdot \frac{sen\,\lambda}{2 - \cos\lambda} \cdot Q\,(\sqrt{\frac{h}{2}} + \gamma)}$$

y haciendo

$$\frac{1}{43{,}5\sqrt{i}} = \alpha\ ; \quad \frac{sen\,\lambda}{2 - cos\,\lambda} = N \quad \text{y} \quad \alpha N = \theta$$

tendremos

$$h = \sqrt[3]{\theta\, Q \left(\sqrt{\frac{h}{2}} + \gamma\right)} \qquad (10)$$

que es el primer paso de la fórmula final que vamos a establecer seguidamente.

La indeterminación que subsiste al figurar h en el segundo miembro (inconveniente de otras fórmulas más complejas logradas hasta hoy) se elimina procediendo como sigue:

De la ecuación fundamental $Q = \omega U$, conocemos Q (dato del problema) y podemos adoptar para U el valor *máximo medio* compatible con el terreno de que disponemos, sin preocuparnos, por ahora, de la pendiente.

Tendremos, entonces, conocido un valor $\omega_m = \dfrac{Q}{U_m}$ que llamaremos *"sección ficticia"* (mínimo absoluto de la sección de gasto máximo) y como esta sección debe satisfacer a las condiciones de mínima resistencia tendrá que responder a

$$\omega_m = \frac{h_m^2 (2 - cos\,\lambda)}{sen\,\lambda} = h_m^2 \cdot \frac{1}{N}$$

de la cual sacamos

$$h_m = \sqrt{N\omega_m} \qquad \text{y} \qquad R_m = \frac{h_m}{2}$$

Es necesario, ahora, vincular estos elementos ficticios con la pendiente impuesta en la solución del problema para lo cual calcularemos una velocidad U_1, corregida tan sólo por la magnitud de la pendiente real:

$$U_1 = C_m \sqrt{R_m\, i} = C_m \sqrt{\frac{h_m}{2} \cdot i}$$

con este valor de U_1 calcularemos una nueva sección, que llamaremos *"sección aproximada"*, desde que la velocidad ha sido determinada con elementos aproximados

(C_m y R_m) lo que implica suponer que $\frac{U_1}{U_m} = \frac{\sqrt{i}}{\sqrt{i_m}}$, relación que, — sin ser cierta — es de suficiente aproximación para el fin que perseguimos. Los nuevos elementos de la sección corregida por el valor de U_1 así establecido serán:

$$\omega_1 = \frac{Q}{U_1} \quad \text{y} \quad h_1 = \sqrt{N\omega_1}$$

es este valor de h_1 el que introduciremos en la fórmula establecida de modo que su expresión definitiva será:

$$(*) \quad h = \sqrt[3]{\theta Q \left(\sqrt{\frac{h_1}{2}} + \gamma\right)} \qquad (11)$$

Por consiguiente, la determinación del valor de h, eleminando los tanteos, se rige por la siguiente cartilla de fórmulas:

(*) El supuesto que admitimos implica partir de un mínimo minimorum (h_m) para obtener un valor aproximado (h_1) pero superior al real (h) puesto que U_1, se determina con R_m (mínimo minimorum del radio medio) y por tanto, — al responder a la pendiente efectiva i forzosamente menor que i_m, — tiene que dar para h_1 valores que exceden al tirante de agua que efectivamente satisface a la sección buscada. La aproximación conseguida es suficiente porque la disparidad de valores entre $C\sqrt{R}$ (real) y $C_m\sqrt{R_m}$ (ficticio) viene multiplicada por $\sqrt{i}$ valor muy pequeño, que varía de 0.00707 para $i = 0.00005$, a 0.03162 para $i = 0.001$, lo que hace que en definitiva U_1 se aparte poco (y por defecto) de U.

Si a esto agregamos que el valor obtenido a base de U_1 para h_1 (con ligero exceso respecto a h) interviene en la fórmula final bajo la forma $\sqrt[3]{\gamma + \sqrt{\frac{h_1}{2}}}$ comprenderemos lo reducido de la influencia de este error de aproximación. Así, si suponemos que h_1, alcance un valor excesivo hasta el rechazo, por ejemplo 3, y admitimos un 20% de error en su establecimiento, la diferencia, — para $\sqrt{\frac{h_1}{2}}$, — es tan sólo de 0.13 y para $A' = \sqrt[3]{\gamma + \sqrt{\frac{h_1}{2}}}$ varía de 0.038 para $\gamma = 0.06$ hasta 0.021 para $\gamma = 1.75$; es decir, 0.03 como valor medio a deducir para anular el error que afectaría al resultado, o sea que bajo la forma $h = A\sqrt[3]{\theta Q}$, el valor A tendría por expresión ($A' - 0.03$) para el caso considerado.

Habiéndose tratado aquí la solución *práctica* del problema no entramos a estudiar las variaciones del error ϵ para los diversos apartamientos de h_1 y los distintos valores de γ, lo que haremos en un estudio próximo para analizar la influencia teórica del referido error frente al porcentaje de aproximación de la fórmula de Bazin.

$$(1)\begin{cases} \omega_m = \dfrac{Q}{U_m} \\ h_m = \sqrt{N\omega_m} \\ R_m = \dfrac{h_m}{2} \end{cases}$$

$$U_1 = C_m \sqrt{\frac{h_m}{2} \cdot i}$$

$$(2)\begin{cases} \omega_1 = \dfrac{Q}{U_1} \\ h_1 = \sqrt{N\omega_1} \end{cases}$$

$$h = \sqrt[3]{\theta\, Q \left(\sqrt{\frac{h_1}{2}} + \gamma\right)}$$

La sección se dimensiona por:

$$(^*) \quad l = 2\, h\, N_1$$

$$L = \frac{2\,h}{sen\ \lambda}$$

$$\omega = \frac{h^2}{N}$$

$$x = \frac{2\,h}{N}$$

$$R = \frac{h}{2}$$

Y el resultado se verifica por:

$$U = C \sqrt{\frac{h}{2} \cdot i}$$

$$Q = \omega\, U$$

$$(1) \quad R_m = \sqrt{\frac{NQ}{4\,U_m}}$$

$$(2) \quad h_1 = \sqrt{\frac{NQ}{U_1}}$$

$$(^*) \quad N_1 = \frac{1 - cos\lambda}{sen\ \lambda}$$

Aún cuando el problema está resuelto con eliminación de todos los tanteos, desde que la solución se desarrolla satisfaciendo una serie de condiciones sin hechar mano a ningún valor arbitrario, intentaremos obtener una fórmula que nos dé directamente el valor de *h* sin pasar por las seis expresiones establecidas que, aunque son de una simplicidad absoluta, aparecen como haciendo muy extensa la solución propuesta.

Partiendo de la expresión:

$$\omega_1 = \frac{Q}{U_1} = \frac{Q}{C_m \sqrt{\dfrac{h_m}{2} . i}} = \frac{Q}{\dfrac{87}{1 + \dfrac{\gamma}{\sqrt{\dfrac{h_m}{2}}}} \cdot \sqrt{\dfrac{h_m}{2} . i}} = \frac{2\,Q\left(\sqrt{\dfrac{h_m}{2}} + \gamma\right)}{87\, h_m \sqrt{i}} =$$

$$= \frac{Q\sqrt{2}\,(\sqrt{h_m} + \gamma\sqrt{2})}{87\, h_m\, \sqrt{i}}$$

y como $h_m = \sqrt{N\omega_m}$

tendremos

$$\omega_1 = \frac{Q\sqrt{2}\,(\sqrt[4]{N\omega_m} + \gamma\sqrt{2})}{87\sqrt{N\omega_m}\,\sqrt{i}} = \frac{Q\sqrt{2}}{87\sqrt{i}} \cdot \frac{\sqrt[4]{N\omega_m} + \gamma\sqrt{2}}{\sqrt{N\omega_m}}$$

Este valor de ω_1 lo llevamos a la expresión de $h_1 = \sqrt{N\omega_1}$ y tendremos

$$h_1 = \sqrt{\frac{NQ\sqrt{2}}{87\sqrt{i}} \cdot \frac{\sqrt[4]{N\omega_m} + \gamma\sqrt{2}}{\sqrt{N\omega_m}}} = \sqrt{\frac{N\sqrt{2}}{87\sqrt{i}} \cdot \frac{1}{\sqrt{N}} \cdot \sqrt[4]{N} \cdot Q\left(\frac{\sqrt[4]{\omega_m}}{\sqrt{\omega_m}} + \frac{\gamma\sqrt{2}}{\sqrt[4]{N}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\omega_m}}\right)}$$

ordenando y simplificando

$$h_1 = \sqrt{\frac{\sqrt[4]{N^3}\,\sqrt{2}}{87\sqrt{i}} \cdot Q\left(\frac{1}{\sqrt[4]{\omega_m}} + \frac{\gamma\sqrt{2}}{\sqrt[4]{N}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\omega_m}}\right)}$$

y haciendo:

$$\frac{\sqrt[4]{N^3}\,\sqrt{2}}{87\sqrt{i}} = \theta_1 \qquad \text{y} \qquad \frac{\gamma\sqrt{2}}{\sqrt[4]{N}} = \beta$$

tenemos

$$h_1 = \sqrt{\theta_1\, Q\left(\frac{1}{\sqrt[4]{\omega_m}} + \beta \cdot \frac{1}{\sqrt{\omega_m}}\right)}$$

y reemplazando ω_m por su valor $\dfrac{Q}{U_m}$ llegamos a la expresión:

$$h_1 = \sqrt{\theta_1\, Q\left(\sqrt[4]{\frac{U_m}{Q}} + \beta\sqrt{\frac{U_m}{Q}}\right)} \qquad (12)$$

El valor de h_1 calculado por esta fórmula se lleva al de la expresión de h (fórmula 11) y el problema queda resuelto.

Por último, poniendo en una sola fórmula todo el cálculo de h reemplazaríamos el valor deducido para h_1 y obtendríamos la siguiente:

$$h = \sqrt[3]{\theta_1 Q \left[\sqrt[4]{\frac{\theta_1 Q \left(\sqrt[4]{\frac{U_m}{Q}} + \beta \sqrt{\frac{U_m}{Q}} \right)}{\sqrt{2}}} + \gamma \right]}$$

de la que si sacamos factor $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ y hacemos $\dfrac{\theta}{\sqrt{2}} = \theta_2$ y $\gamma \sqrt{2} = \beta'$ tendremos la fórmula que nos habíamos propuesto establecer y que es la siguiente:

$$h = \sqrt[3]{\theta_2 Q \left[\sqrt[4]{\theta\, Q \left(\sqrt[4]{\frac{U_m}{Q}} + \beta \sqrt{\frac{U_m}{Q}} \right)} + \beta' \right]} \qquad (13)$$

Esta expresión en apariencia un poco compleja, no lo es, en realidad, porque la mayor parte de sus elementos son tabulables, limitándose las operaciones necesarias a un mínimum que será bien apreciado por aquellos que hayan tenido que usar el procedimiento de los tanteos en un caso como el que resuelve la fórmula que, como hemos dicho al principio, con ser el más común es el más complicado.

A continuación damos las tablas para usar cualesquiera de las fórmulas. Dichas tablas han sido calculadas para los valores de i y λ más usuales, así como para los seis valores de γ establecidos por Bazin.

Incorporamos, además, algunas otras tablas de valores que juzgamos de interés a los efectos de la solución del mismo problema.

*

TABLA I

Valores de $a = \dfrac{1}{43,5\sqrt{i}}$

Obras propias a la pendiente	i	a	*Dif. tab.*	$\frac{a}{2}$	*Dif. tab.*
	0.00005	3.252		1.626	
1) Canales de navegación de 0.000 a 0.00025			0.953		0.477
	0.00010	2.299		1.149	
2) Canales industriales ” 0.0004 ” 0.0005			0.413		0.211
	0.00015	1.876		0.938	
3) Grandes canales de riego ” 0.0002 ” 0.0005			0.250		0.125
	0.00020	1.626		0.813	
4) Pequeños ” ” ” ” 0.0006 ” 0.0008			0.172		0.086
	0.00025	1.454		0.727	
5) Canales de derivación ” 0.001 ” 0.002			0.127		0.064
	0.00030	1.327		0.663	
6) Acueducto pª. agua pot. ” 0.00015 ” 0.001			0.098		0.049
	0.00035	1.229		0.614	
7) Canales cloacales:			0.080		0.040
	0.00040	1.149		0.574	
de 1 a 2 mts. de diám. ” 0.00035 ” 0.0035			0.065		0.032
	0.00045	1.084		0.542	
” 0.6 ” 1 ” ” ” ” 0.001 ” 0.002			0.056		0.028
	0.00050	1.028		0.514	
” 0.3 ” 0.6 ” ” ” ” 0.002 ” 0.04			0.089		0.045
	0.00060	0.939		0.469	
” 0.2 ” 0.3 ” ” ” ” 0.0035 ” 0.135			0.070		0.035
	0.00070	0.869		0.434	
			0.056		0.028
	0.00080	0.813		0.406	
			0.047		0.023
	0.00090	0.766		0.383	
			0.039		0.019
	0.00100	0.727		0.363	

T A B L A II

Valores de las relaciones $N = \frac{sen\ \lambda}{2 - cos\ \lambda}$ y $N_1 = \frac{1 - cos\ \lambda}{sen\ \lambda}$

λ	Cotg. λ	Talud	N	N^2	N^3	$\sqrt[4]{N}$	$\sqrt[4]{N^3}$	$\frac{1}{N}$	N_1	λ
90°00'	0.000		0.5000	0.2500	0.1250	0.8409	0.5945	2.0000	1.000	90°00'
75°57'	0.250	1:4	0.5520	0.3047	0.1682	0.8620	0.6404	1.8011	0.780	75°57'
71°34'	0.333	1:3	0.5634	0.3174	0.1788	0.8664	0.6502	1.7749	0.721	71°34'
63°26'	0.500	1:2	0.5760	0.3318	0.1911	0.8711	0.6611	1.7361	0.618	63°26'
60°16'	0.571	1:1¾	0.5773	0.3333	0.1924	0.8717	0.6623	1.7322	0.580	60°16'
56°19'	0.666	1:1½	0.5757	0.3314	0.1908	0.8710	0.6609	1.7370	0.535	56°19'
53°07'	0.750	1:1⅓	0.5714	0.3265	0.1866	0.8694	0.6573	1.7500	0.500	53°07'
51°20'	0.800	1:1¼	0.5693	0.3241	0.1845	0.8686	0.6554	1.7565	0.481	51°20'
45°00'	1.000	1:1	0.5469	0.2991	0.1636	0.8599	0.6360	1.8284	0.414	45°00'
38°39'	1.250	1¼:1	0.5120	0.2621	0.1342	0.8459	0.6052	1.9531	0.351	38°39'
33°41'	1.500	1½:1	0.4749	0.2255	0.1071	0.8301	0.5721	2.1057	0.303	33°41'
29°44'	1.750	1¾:1	0.4382	0.1920	0.0841	0.8136	0.5385	2.2821	0.289	29°44'
26°34'	2.000	2:1	0.4045	0.1636	0.0662	0.7975	0.5072	2.4722	0.236	26°34'

T A B L A III

i	*Valores de la relación* $\theta = a\ N$ — *Para* λ *igual a*												
	90°00'	75°57'	71°34'	63°26'	60°16'	56°19'	53°07'	51°20'	45°00'	38°39'	33°41'	29°44'	26°34'
0.00005	1.6260	1.7951	1.8322	1.8731	1.8774	1.8722	1.8582	1.8514	1.7785	1.6650	1.5444	1.4250	1.3154
0.00010	1.1495	1.2690	1.2952	1.3242	1.3272	1.3235	1.3136	1.3088	1.2573	1.1771	1.0918	1.0074	0.9299
0.00015	0.9380	1.0355	1.0569	1.0806	1.0830	1.0800	1.0719	1.0680	1.0260	0.9605	0.8909	0.8221	0.7588
0.00020	0.8130	0.8975	0.9161	0.9366	0.9387	0.9361	0.9291	0.9257	0.8892	0.8325	0.7722	0.7125	0.6577
0.00025	0.7270	0.8026	0.8192	0.8375	0.8394	0.8371	0.8308	0.8278	0.7952	0.7444	0.6905	0.6371	0.5881
0.00030	0.6635	0.7325	0.7476	0.7643	0.7661	0.7639	0.7582	0.7555	0.7257	0.6794	0.6302	0.5815	0.5368
0.00035	0.6145	0.6784	0.6924	0.7079	0.7095	0.7075	0.7022	0.6997	0.6721	0.6292	0.5836	0.5385	0.4971
0.00040	0.5745	0.6342	0.6473	0.6618	0.6633	0.6615	0.6565	0.6541	0.6284	0.5883	0.5457	0.5035	0.4648
0.00045	0.5420	0.5984	0.6107	0.6244	0.6258	0.6240	0.6194	0.6171	0.5928	0.5550	0.5148	0.4750	0.4385
0.00050	0.5140	0.5674	0.5792	0.5921	0.5935	0.5918	0.5874	0.5852	0.5622	0.5263	0.4882	0.4505	0.4158
0.00060	0.4695	0.5183	0.5290	0.5409	0.5421	0.5406	0.5365	0.5346	0.5135	0.4808	0.4459	0.4115	0.3798
0.00070	0.4345	0.4797	0.4896	0.5005	0.5017	0.5003	0.4965	0.4947	0.4752	0.4449	0.4127	0.3808	0.3515
0.00080	0.4065	0.4488	0.4580	0.4683	0.4693	0.4680	0.4645	0.4628	0.4446	0.4162	0.3861	0.3562	0.3288
0.00090	0.3830	0.4228	0.4316	0.4412	0.4422	0.4410	0.4377	0.4361	0.4189	0.3922	0.3638	0.3357	0.3098
0.00100	0.3635	0.4013	0.4096	0.4187	0.4197	0.4185	0.4154	0.4139	0.3976	0.3722	0.3452	0.3186	0.3013

T A B L A IV

AÑO 18. Nº 9-10. NOVIEMBRE-DICIEMBRE 1931

Valores de la relación $\theta_1 = \dfrac{\sqrt{N^3}.\sqrt{2}}{87\sqrt{i}}$

i	*Para λ igual a*												
	90°00'	75°57'	71°34'	63°26'	60°16'	56°19'	53°07'	51°20'	45°00'	38°39'	33°41'	29°44'	26°34'
0.00005	1.3669	1.4724	1.4949	1.5200	1.5228	1.5195	1.5113	1.5069	1.4623	1.3915	1.3154	1.2381	1.1661
0.00010	0.9669	1.0415	1.0575	1.0752	1.0772	1.0749	1.0690	1.0659	1.0344	0.9843	0.9305	0.8758	0.8249
0.00015	0.7885	0.8494	0.8624	0.8768	0.8784	0.8765	0.8718	0.8692	0.8435	0.8027	0.7588	0.7142	0.6727
0.00020	0.6834	0.7362	0.7475	0.7600	0.7614	0.7598	0.7556	0.7534	0.7311	0.6957	0.6577	0.6190	0.5831
0.00025	0.6111	0.6583	0.6684	0.6796	0.6808	0.6794	0.6757	0.6737	0.6538	0.6221	0.5881	0.5536	0.5214
0.00030	0.5577	0.6008	0.6100	0.6202	0.6214	0.6200	0.6167	0.6149	0.5967	0.5678	0.5367	0.5052	0.4758
0.00035	0.5166	0.5564	0.5649	0.5744	0.5755	0.5742	0.5711	0.5695	0.5526	0.5259	0.4971	0.4679	0.4407
0.00040	0.4829	0.5202	0.5281	0.5370	0.5380	0.5368	0.5339	0.5324	0.5166	0.4916	0.4647	0.4374	0.4120
0.00045	0.4556	0.4908	0.4983	0.5067	0.5076	0.5065	0.5037	0.5023	0.4874	0.4638	0.4384	0.4127	0.3887
0.00050	0.4321	0.4654	0.4726	0.4805	0.4813	0.4803	0.4777	0.4763	0.4622	0.4398	0.4158	0.3914	0.3686
0.00060	0.3947	0.4252	0.4317	0.4389	0.4397	0.4388	0.4364	0.4351	0.4222	0.4018	0.3798	0.3575	0.3367
0.00070	0.3653	0.3935	0.3995	0.4062	0.4069	0.4060	0.4038	0.4027	0.3907	0.3718	0.3515	0.3308	0.3116
0.00080	0.3417	0.3681	0.3737	0.3800	0.3807	0.3799	0.3778	0.3767	0.3656	0.3479	0.3288	0.3095	0.2915
0.00090	0.3220	0.3468	0.3521	0.3580	0.3587	0.3579	0.3560	0.3550	0.3444	0.3278	0.3098	0.2916	0.2747
0.00100	0.3056	0.3292	0.3342	0.3398	0.3404	0.3397	0.3378	0.3369	0.3269	0.3111	0.2940	0.2768	0.2607

T A B L A V

Valores de la relación $\theta_2 = \dfrac{\theta}{\sqrt{2}}$

i	*Para* λ *igual a*												
	90°00'	75°57'	71°34'	63°26'	60°16'	56°19'	53°07'	51°20'	45°00'	38°39'	33°41'	29°44'	26°34'
0.00005	1.1499	1.2695	1.2957	1.3246	1.3277	1.3240	1.3141	1.3093	1.2577	1.1775	1.0922	1.0078	0.9302
0.00010	0.8129	0.8974	0.9160	0.9365	0.9386	0.9360	0.9290	0.9256	0.8892	0.8324	0.7721	0.7124	0.6576
0.00015	0.6633	0.7323	0.7474	0.7642	0.7659	0.7638	0.7580	0.7553	0.7256	0.6793	0.6300	0.5814	0.5366
0.00020	0.5750	0.6347	0.6479	0.6624	0.6638	0.6620	0.6570	0.6546	0.6288	0.5887	0.5461	0.5039	0.4651
0.00025	0.5141	0.5676	0.5793	0.5923	0.5936	0.5920	0.5875	0.5854	0.5624	0.5264	0.4883	0.4505	0.4159
0.00030	0.4692	0.5180	0.5287	0.5405	0.5418	0.5402	0.5362	0.5343	0.5132	0.4805	0.4457	0.4112	0.3796
0.00035	0.4346	0.4798	0.4897	0.5006	0.5017	0.5003	0.4966	0.4948	0.4753	0.4450	0.4127	0.3808	0.3515
0.00040	0.4063	0.4485	0.4578	0.4680	0.4691	0.4678	0.4643	0.4626	0.4444	0.4160	0.3859	0.3561	0.3287
0.00045	0.3833	0.4232	0.4319	0.4416	0.4426	0.4413	0.4380	0.4364	0.4192	0.3925	0.3641	0.3359	0.3101
0.00050	0.3635	0.4013	0.4096	0.4187	0.4197	0.4185	0.4154	0.4138	0.3976	0.3722	0.3452	0.3186	0.2940
0.00060	0.3320	0.3665	0.3741	0.3825	0.3834	0.3823	0.3794	0.3781	0.3631	0.3400	0.3153	0.2910	0.2686
0.00070	0.3073	0.3392	0.3462	0.3539	0.3548	0.3538	0.3511	0.3498	0.3361	0.3146	0.2919	0.2693	0.2486
0.00080	0.2875	0.3174	0.3239	0.3312	0.3319	0.3310	0.3285	0.3273	0.3144	0.2943	0.2730	0.2519	0.2325
0.00090	0.2708	0.2990	0.3052	0.3120	0.3127	0.3119	0.3095	0.3084	0.2962	0.2774	0.2573	0.2374	0.2191
0.00100	0.2571	0.2838	0.2897	0.2961	0.2968	0.2960	0.2938	0.2927	0.2812	0.2632	0.2441	0.2253	0.2131

TABLA VI

Valores de la relación $\beta = \dfrac{\gamma\sqrt{2}}{\sqrt[4]{N}}$

Categoría	γ	Para λ igual a												
		90°00'	75°57'	71°34'	63°26'	60°16'	56°19'	53°07'	51°20'	45°00'	38°39'	33°41'	29°44'	26°34'
I	0.06	0.1009	0.0984	0.0979	0.0974	0.0973	0.0974	0.0976	0.0977	0.0987	0.1003	0.1022	0.1043	0.1064
II	0.16	0.2690	0.2625	0.2611	0.2597	0.2595	0.2597	0.2602	0.2605	0.2631	0.2675	0.2725	0.2781	0.2837
III	0.46	0.7735	0.7546	0.7507	0.7467	0.7462	0.7468	0.7481	0.7488	0.7564	0.7689	0.7836	0.7994	0.8156
IV	0.85	1.4293	1.3943	1.3872	1.3798	1.3788	1.3799	1.3824	1.3837	1.3977	1.4209	1.4479	1.4772	1.5071
V	1.30	2.1860	2.1325	2.1216	2.1102	2.1088	2.1104	2.1143	2.1163	2.1376	2.1731	2.2145	2.2593	2.3049
VI	1.75	2.9427	2.8707	2.8561	2.8407	2.8387	2.8410	2.8462	2.8489	2.8776	2.9253	2.9810	3.0414	3.1028

TABLA VII

Valores de la relación $\beta' = \gamma\sqrt{2}$				Otras relaciones de los valores de γ				
Categoría	*Naturaleza de las paredes*	γ	β'	$2\gamma\sqrt{2}$	γ^2	$2\gamma^2$	$\sqrt{\gamma}$	$\frac{1}{\gamma}$
I	Muy lisas (enlucidos, etc.)	0.06	0.08484	0.16968	0.0036	0.0072	0.24495	16.6667
II	Lisas (Mad., pied. labrada)	0.16	0.22624	0.45248	0.0256	0.0512	0.40000	6.2500
III	Mampostería común	0.46	0.65044	1.30088	0.2116	0.4232	0.67823	2.1739
IV	Revestimientos en seco	0.85	1.20190	2.40380	0.7225	1.4450	0.92195	1.1765
V	Tierra (canales de irrig. comunes)	1.30	1.83820	3.67640	1.6900	3.3800	1.14017	0.7692
VI	Tierra con grandes resistencias	1.75	2.47450	4.94900	3.0625	6.1250	1.32287	0.5714

TABLA VIII

(1) *Valores máximos admisibles para la velocidad* U_m				(2) *Valores de* γ *y* λ *propios al terreno*	
Naturaleza del terreno	V_f *m/seg*	U_m *m/seg* $R<0.5$	U_m *m/seg* $R>0.5$	(3) γ	λ
Terreno de arena fina (médano)	0.25	0.40	0.35	1.30	26°34' — 29°44' — 33°41'
Terreno arenoso	0.45	0.60	0.50	1.30	
Tierra vegetal compacta	0.60	0.85	0.75	1.30	38°39' — 45° Toscas 51°20' 53°07' 56°19'
Ripio grueso > 0.10 mts.	0.80	1.10	1.00	1.75	38°39' — 45°
Mampostería en seco	1.30	1.60	1.50	0.85	60°16' — 63°26' — 71°34' — 75°57 — 90°
Mampostería con mortero	2.00	2.50	2.50	0.46	
Hormigón	2.50	3.00	3.00	0.16	
Roca estratificada (calcáreo)	1.80	2.20	2.00	1.75	71°34' — 75°57' — 90°
Roca compacta (granito)	2.50	3.00	3.00	1.75	

(1) Del "Manual de Hidráulica" del Ing. G. Céspedes.
(2) Se han limitado a las seis categorías clásicas de Bazin y a los trece taludes tabulados.
(3) Para todos los revestimientos con enlucidos se usará $\gamma = 0.06$ y $U_m = 2.50 — 3.00$ según la firmeza de la base del enlucido — Los valores de γ para canales en tosca puede bajar a 0 85 y para cemento proyectado (cement gun) alcanzar a 0.46.

T A B L A IX

Valores de los elementos de la Sección de mínima resistencia para $\omega = 1$ mt².
(Factor de generalización $= \sqrt{\omega}$*)*

λ	*Talud*	*h*	*l*	*L*	*R*	$\varkappa$	*Naturaleza de las paredes propia a* λ
90°00'	0	0.707	1.414	1.414	0.3535	3.829	Rocas compactas — Mamp. hidráulicas
75°57'	¼	0.743	1.159	1.530	0.3715	2.692	
71°34'	$^1/_3$	0.750	1.081	1.580	0.3750	2.667	
63°26'	½	0.759	0.940	1.699	0.3795	2.635	Rocas estratificadas — Mamposterías
60°16'	$^1/_{1\cdot75}$	0.760	0.882	1.750	0.3800	2.631	Revestimientos de cemento proyectado etc.
56°19'	$^1/_{1\cdot5}$	0.758	0.811	1.821	0.3790	2.638	Tocas muy duras
53°07'	$^1/_{1\cdot333}$	0.756	0.756	1.890	0.3780	2.645	Toscas duras
51°20'	$^1/_{1\cdot25}$	0.754	0.725	1.931	0.3770	2.652	
45°00'	1	0.740	0.613	2.093	0.3700	2.703	Tierras muy firmes $h < 1$ $R < 0.5$
38°39'	1.25	0.715	0.502	2.289	0.3575	2.797	” ” ” $h > 1$ $R > 0.5$
33°41'	1.50	0.689	0.418	2.485	0.3445	2.903	” firmes
29°44'	1.75	0.662	0.383	2.700	0.3310	3.021	” con ripio
26°34'	2	0.636	0.300	2.844	0.3180	3.145	” arenosas

Como aplicación desarrollaremos enseguida varios ejemplos haciendo uso de la cartilla de fórmulas empleada en la primera solución (cálculo independiente de h_1) y otros aplicando la fórmula completa que hemos deducido. Conviene advertir que los pocos valores adoptados para U_m (Tabla VIII), unidos a la aplicación del coeficiente moderno de Bazin establecido para solo seis categorías y al porcentaje de error en el establecimiento de h_1, procuran resultados con una aproximación que oscila alrededor de un 5 % si se tiene cuidado de aplicar un criterio lógico a las sucesivas aproximaciones decimales. Por otra parte la exactitud del resultado es suficiente para resolver satisfactoriamente el problema que nos habíamos propuesto dentro de los requerimientos de la práctica corriente.

SERIE I. — EJEMPLO Nº. 1.

Datos del proyecto	*Datos tabulados*
$Q = 1{,}200$ m³/seg.	$U_m = 3.00$ mt/seg.
$i = 0.0004$ p. m.	$N = 0{,}5000$
$\lambda = 90^0$, $\gamma = 0.06$ } Hormigón enlucido con cemento.	$\theta = 0.5745$
	$\frac{1}{N} = 2{,}0000$

Resolución:

$$\omega_m = \frac{1.2}{3} = 0.4 \;;\quad h_m = \sqrt{0.5 \times 0.4} = 0.45 \;;\quad R_m = \frac{0.45}{2} = 0.225$$

$$U_1 = 77\sqrt{0.225 \times 0.0004} = 0.73 \;;\quad \omega_1 = \frac{1.2}{0.73} = 1.64 \;;\quad h_1 = \sqrt{0.5 \times 1.64} = 0.90$$

$$h = \sqrt[3]{0.5745 \times 1.2(\sqrt{0.45} + 0.06)} = 0.79 \text{ mts.}$$

Verificación:

$$\omega = \overline{0.79}^2 \times 2 = 1.25 \text{ mts.}^2 \;;\quad R = \frac{0.79}{2} = 0.395$$

$$U = 79.19\sqrt{0.395 \times 0.0004} = 0.997 \backsim 1.00 \text{ mt./seg.}$$

$$Q = 1.25 \times 1 = 1{,}250 \text{ m}^3\text{/seg.}$$

Error $\backsim$ 4 %

*

SERIE I. — EJEMPLO Nº. 2

Datos del proyecto	*Datos tabulados*
$Q = 3{,}500$ m³/seg.	$U_m = 0.85$
$i = 0.0003$ p. m.	$N = 0.5693$
$\lambda = 51°20'$ } Tosca	$\theta = 0.7555$
$\gamma = 1.30$ } Tosca	$\frac{1}{N} = 1.7565$

Resolución:

$$\omega_m = \frac{3.5}{0.85} = 4.11 \; ; \; h_m = \sqrt{0.5693 \times 4.11} = 1.53 \; ; \; R_m = \frac{1.53}{2} = 0.76$$

$$U_1 = 34{,}85\sqrt{0.76 \times 0.0003} = 0.52 \; ; \; \omega_1 = \frac{3.5}{0.52} = 6.73 \; ; \; h_1 = \sqrt{0.5693 \times 6.73} = 1.96$$

$$h = \sqrt[3]{0.7555 \times 3.5\,(\sqrt{0.98} + 1.30)} = 1.82$$

Verificación:

$$\omega = \overline{1.82}^2 \times 1.76 = 5.83 \text{ mts}^2. \qquad R = \frac{1.82}{2} = 0.91 \text{ mts.}$$

$$U = 36.44\sqrt{0.91 \times 0.0003} = 0.60 \text{ m/seg.} \qquad Q = 5.83 \times 0.60 = 3{,}498 \text{ m}^3\text{/seg.}$$

Error $\backsim$ 0 %

*

SERIE I. — EJEMPLO Nº. 3

Datos del proyecto		*Datos tabulados*
$Q = 0.600$ m³/seg.		$U_m = 0.60$ m/seg.
$i = 0.0008$ p. m.		$N = 0.4749$
$\lambda = 33°41'$	Terreno	$\theta = 0.3861$
$\gamma = 1.30$	arenoso	$\frac{1}{N} = 2.1057$

Resolución:

$$\omega_m = \frac{0.6}{0.6} = 1 \;;\; h_m = \sqrt{0.4749 \times 1} = 0.6891 \;;\; R_m = \frac{0.6891}{2} = 0.3445$$

$$U_1 = 27\sqrt{0.3445 \times 0.0008} = 0.4479 \;;\; \omega_1 = \frac{0.6}{0.4479} = 1{,}339$$

$$h_1 = \sqrt{0.4749 \times 1.339} = 0.7984 \;;\; h = \sqrt[3]{0.3861 \times 0.6\,(\sqrt{0.3992 + 1.30})} = 0.7648$$

Verificación:

$$\omega = \overline{0.7648}^2 \times 2.1057 = 1.23 \text{ mts}^2. \qquad R = \frac{0.7648}{2} = 0.3824 \text{ mts.}$$

$$U = 28.02\sqrt{0.3824 \times 0.0008} = 49 \text{m/seg} \qquad Q = 1.23 \times 0.49 = 0.602 \text{ m}^3\text{/seg.}$$

Error $\backsim$ 0,33 %

*

SERIE I. — EJEMPLO Nº. 4

Datos del proyecto		*Datos tabulados*
$Q = 0.800$ m³/seg.		$U_m = 1.00$ m/seg.
$i = 0.0007$ p. m.		$N = 0.5469$
$\lambda = 45°$	Tierras	$\theta = 0.4752$
$\gamma = 1.30$	compactas	$\frac{1}{N} = 1.8284$

Resolución:

$$\omega_m = \frac{0.8}{1} = 0.8 \; ; \; h_m = \sqrt{0.5469 \times 0.8} = 0.6614 \; ; \; R_m = \frac{0.6614}{2} = 0.3307$$

$$U_1 = 26{,}62 \sqrt{0.3307 \times 0.0007} = 0.4049 \; ; \; \omega_1 = \frac{0.8}{0.4049} = 1.97$$

$$h_1 = \sqrt{0.5469 \times 1.97} = 1.03 \; ; \; h = \sqrt[3]{0.4752 \times 0.8 \left(\sqrt{0.5150} + 1.30\right)} = 0.91$$

Verificación:

$$\omega = \overline{0.91}^2 \times 1.8284 = 1.51 \text{ mts}^2. \qquad R = \frac{0.91}{2} = 0.45 \text{ mts.}$$

$$U = 29.48 \sqrt{0.45 \times 0.0007} = 0.53 \text{ mts/seg.}$$

$$Q = 1.51 \times 0.53 = 0.800 \text{ m}^3\text{/seg.}$$

Error $\backsimeq$ 0 %

*

Los ejemplos que siguen han sido resueltos con la fórmula general que hemos establecido y sus resultados son análogos a los anteriores pero con evidente simplificación de la planilla de cálculos. A objeto de hacer resaltar esa simplicidad damos a la planilla una forma recomendable que aconsejamos seguir a quienes se interesan por estos cálculos.

*

Fórmula a emplear:

$$h = \sqrt[3]{\theta_2 \, Q \left[\sqrt[4]{\theta_1 \, Q \left(\sqrt[4]{\frac{U_m}{Q}} + \beta \sqrt{\frac{U_m}{Q}}\right)} + \beta'\right]}$$

*

SERIE II. — EJEMPLO Nº. 1

Datos del proyecto	*Datos tabulados*	
$Q = 12$ m³/seg.	$U_m = 1.00$ m/s.	$\beta = 2.1104$
$i = 0.0005$ p. m.	$\theta_1 = 0.4803$	$\beta' = 1.8382$
$\lambda = 50^0 19'$ } Tosca muy	$\theta_2 = 0.4185$	$\frac{1}{N} = 1.7370$
$\gamma = 1.30$ } dura		

Resolución:

$$\frac{U_m}{Q} = \frac{1}{12} = 0.0833$$

$\beta\sqrt{\frac{U_m}{Q}} = 2.1104\sqrt{0.0833}$ (Tablas de Barlow) . . . . . $= 0.6091$

$+ \sqrt[4]{0.0833}$ (T. de B. doble lectura) . . . . . . $= 0.5372$

Suma . . . . . $= 1.1463$

Factor $\theta_1 Q = 0.4803 \times 12 = 5.7636$

Producto . . . . . $= 6.6068$

$\sqrt[4]{\ }$ (T. de B. doble lectura) $= 1.6031$

$+ \beta' = 1.8382$

Suma . . . . $= 3.4413$

Factor $\theta_2 Q = 0.4185 \times 12 = 5.0220$

Producto . . . . . $= 17.2822$

(T. de B.) $\sqrt[3]{\ } = h$ . . . . . $= 2.59$

Verificación:

$\omega = \overline{2.59}^2 \times 1.7370 = 11.65$ mts². $\quad R = \frac{2.59}{2} = 1.295$ mts.

$U = 40.54\sqrt{1.295 \times 0.0005} = 1.03$ mts/seg.

$Q = 11.65 \times 1.03 = 11.999$ m³ /seg.

Error $\backsim$ 0 %

*

SERIE II. — EJEMPLO Nº. 2

Datos del proyecto	*Datos tabulados*	
$Q = 6.00$ m³/seg.	$U_m = 2.50$ m/s.	$\beta = 0.7507$
$i = 0.0008$ p. m.	$\theta_1 = 0.3737$	$\beta' = 0.6504$
$\lambda = 71^0 34'$ Mampost. hidráulica	$\theta_2 = 0.3239$	$\frac{1}{N} = 1.7749$
$\gamma = 0.46$		

Resolución:

$$\frac{U_m}{Q} = \frac{2.5}{6} = 0.4166$$

$$\beta \sqrt{\frac{U_m}{Q}} = 0.7507 \sqrt{0.4166} \ldots\ldots = 0.4845$$

$$\sqrt[4]{0.4166} \ldots\ldots = 0.8034$$

Suma . . . . . $= 1.2879$

Factor $\theta_1 Q = 0.3737 \times 6 = 2.2422$

Producto . . . . . $= 2.8877$

$\sqrt[4]{\ }$ . . . . $= 1.3038$

$+\beta'$ . . . . $= 0.6504$

Suma . . . . . $= 1.9542$

Factor $\theta_2 Q = 0.3239 \times 6 = 1.9434$

Producto . . . . . $= 3.7978$

$\sqrt[3]{\ } = h$ . . . . . . $= 1.56$

Verificación:

$$\omega = \overline{1.56}^2 \times 1.7749 = 4.32 \text{ mts}^2. \qquad R = \frac{1.56}{2} = 0.78$$

$$U = 57.15 \sqrt{0.78 \times 0.0008} = 1.43 \text{ m/s.} \quad Q = 4.32 \times 1.43 = 6.178 \text{ m}^3\text{/seg.}$$

Error $\backsim$ 3 %

*

SERIE II. — EJEMPLO Nº. 3

Datos del proyecto	*Datos tabulados*	
$Q = 9.00$ m³/seg.	$U_m = 3.00$ m/s.	$\beta = 2.1325$
$i = 0.001$ p. m.	$\theta_1 = 0.3292$	$\beta' = 1.8382$
$\lambda = 75°57'$, $\gamma = 1.30$ } roca	$\theta_2 = 0.2838$	$\frac{1}{N} = 1.8011$

Resolución:

$$\frac{U_m}{Q} = \frac{3}{9} = 0.3333$$

$$\beta \sqrt{\frac{U_m}{Q}} = 2.1325 \sqrt{0.3333} \ldots\ldots = 1.2311$$

$$\sqrt[4]{0.3333} \ldots\ldots = 0.7598$$

Suma . . . . . $= 1.9909$

Factor $\theta_1 Q = 0.3292 \times 9 = 2.9628$

Producto . . . . . $= 5.8986$

$\sqrt[4]{\ }$ . . . . $= 1.5588$

$+ \beta'$ . . . . $= 1.8382$

Suma . . . . . $= 3.3970$

Factor $\theta_2 Q = 0.2838 \times 9 = 2.5542$

Producto . . . . . $= 8.6766$

$\sqrt[3]{\ } = h$ . . . . . $= 2.05$

Verificación:

$\omega = \overline{2.05}^2 \times 1.8011 = 7.57$ mts². $R = \frac{2.05}{2} = 1.02$ mts.

$U = 37.82 \sqrt{1.02 \times 0.001} = 1.21$ m/s. $Q = 7.57 \times 1.21 = 9.160$ m³/seg.

Error $\backsim$ 1.8 %

*

SERIE II. — EJEMPLO Nº. 4

Datos del proyecto	*Datos tabulados*	
$Q = 4{,}500$ m³/seg.	$U_m = 1.10$ m/s.	$\beta = 2.9253$
$i = 0.0006$ p. m.	$\theta_1 = 0.4018$	$\beta' = 2.4745$
$\lambda = 38°39'$ ⎧ Ripio	$\theta_2 = 0.3400$	$\frac{1}{N} = 1.9531$
$\gamma = 1.75$ ⎩ > 0.10		

Resolución:

$$\frac{U_m}{Q} = \frac{1.1}{4.5} = 0.2444$$

$$\beta \sqrt{\frac{U_m}{Q}} = 2.9253 \times \sqrt{0.2444} \ldots\ldots = 1.4423$$

$$\sqrt[4]{0.2444} \ldots\ldots = 0.7031$$

$$\text{Suma} \ldots\ldots = 2.1454$$

$$\text{Factor } \theta_1 Q = 0.4018 \times 4{,}5 = 1.8081$$

$$\text{Producto} \ldots\ldots = 3.8791$$

$$\sqrt[4]{} = 1.4036$$

$$+\beta' = 2.4745$$

$$\text{Suma} \ldots\ldots = 3.8781$$

$$\text{Factor } \theta_2 Q = 0.3400 \times 4.5 = 1.5350$$

$$\text{Producto} \ldots\ldots = 5.9335$$

$$\sqrt[3]{} = h \ldots = 1.81$$

Verificación:

$$\omega = \overline{1.81}^2 \times 1.9531 = 6.41 \text{ mts}^2. \qquad R = \frac{1.81}{2} = 0.90$$

$$U = 30.48 \sqrt{0.90 \times 0.0006} = 0.71 \text{ m/s.} \qquad Q = 6.41 \times 0.71 = 4.551 \text{ m}^3\text{/seg.}$$

Error $\backsim$ 1 %

*

SERIE II. — EJEMPLO COMBINADO
(Nos 5, 6 y 7)

Datos del proyecto

$Q = 3{,}600 \text{ m}^3/\text{seg.}$

$i = 0.0003$ p. m.

$\lambda = 63^\circ 29'$

$\gamma = \begin{cases} 0.06 \\ 0.16 \\ 0.85 \end{cases}$ Estudio de variaciones del error

Datos tabulados

	$\gamma = 0.06$	$\gamma = 0.16$	$\gamma = 0.85$
U_m	= 3.00 m/s.	”	1.60 m/s.
θ_1	= 0.6202	”	”
θ_2	= 0.5405	”	”
β	= 0.0974	0.2597	1.3798
β'	= 0.0848	0.2262	1.2019
$\frac{1}{N}$	= 1.7361	”	”

Resolución: — ($\gamma = 0.06$)

$$\frac{U_m}{Q} = \frac{3}{3.6} = 0.8333$$

$$\beta \sqrt{\frac{U_m}{Q}} = 0.0974 \sqrt{0.8333} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . = 0.0889$$

$$\sqrt[4]{0.8333} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . = 0.9554$$

Suma . . . . . = 1.0443

Factor $\theta_1 Q = 0.6202 \times 3.6 = 2.2327$

Producto . . . . = 2.3316

$\sqrt[4]{}$ = 1.2369

$+ \beta'$ = 0.0848

Suma . . . . . . = 1.3217

Factor $\theta_2 Q = 0.5405 \times 3.6 = 1.9258$

Producto . . . . = 2.5453

$\sqrt[3]{} = h$ . . . . = 1.36

Verificación:

$\omega = \overline{1.36}^2 \times 1.7361 = 3.21$ mts². $\quad R = \dfrac{1.36}{2} = 0.68$

$U = 81.08 \sqrt{0.68 \times 0.0003} = 1.16 \quad Q = 3.21 \times 1.16 = 3{,}723$ m³/seg.

Error $\backsim$ 3.4 %

*

Resolución: — $(\gamma = 0.16)$

$$\frac{U_m}{Q} = \frac{3}{3.6} = 0.8333$$

$\beta \sqrt{\frac{U_m}{Q}} = 0.2597 \sqrt{0.8333}$ . . . . $= 0.2370$

$\sqrt[4]{0.8333}$ $= 0.9554$

Suma . . . . . $= 1.1924$

Factor θ_1 $Q = 0.6202 \times 3.6 = 2.2327$

Producto . . . . $= 2.6623$

$\sqrt[4]{\ }$ $= 1.2767$

$+ \beta'$ $= 0.2262$

Suma . . . . . $= 1.5029$

Factor θ_2 $Q = 0.5405 \times 3.6 = 1.9258$

Producto . . . . $= 2.8943$

$\sqrt[3]{\ } = h$ . . $= 1.42$

Verificación:

$\omega = \overline{1.42}^2 \times 1.7361 = 3.50$ mts². $\quad R = \dfrac{1.42}{2} = 0.71$

$U = 73.15 \sqrt{0.68 \times 0.0003} = 1.16 \quad Q = 3.50 \times 1.06 = 3{,}710$ m³/seg.

Error $\backsim$ 3 %

*

Resolución: — ($\gamma = 0.85$)

$$\frac{U_m}{Q} = \frac{1.6}{3.6} = 0.4444$$

$$\beta \sqrt{\frac{U_m}{Q}} = 1.3798 \sqrt{0.4444} \ldots\ldots\ldots\ldots = 0.9108$$

$$\sqrt[4]{0.4444} \ldots\ldots\ldots\ldots = 0.8164$$

$$\text{Suma} \ldots\ldots = 1.7362$$

$$\text{Factor } \theta_1 \, Q = 0.6202 \times 3.6 = 2.2327$$

$$\text{Producto} \ldots\ldots = 3.8764$$

$$\sqrt[4]{\ } = 1.4035$$

$$+ \beta' = 1.2019$$

$$\text{Suma} \ldots\ldots = 2.6054$$

$$\text{Factor } \theta_2 \, Q = 0.5405 \times 3.6 = 1.9258$$

$$\text{Producto} \ldots\ldots = 5.0175$$

$$\sqrt[3]{\ } = h \ldots\ldots = 1.71$$

Verificación:

$$\omega = \overline{1.71}^2 \times 1.7361 = 5.08 \qquad R = \frac{1.71}{2} = 0.85$$

$$U = 44.8 \sqrt{0.85 \times 0.0003} = 0.71 \qquad Q = 5.08 \times 0.71 = 3{,}607 \text{ m}^3/\text{seg.}$$

Error $\backsimeq$ 0.2 %

*

NOTA: Este último ejemplo es parte de uno de los que servirán de base para estudiar la influencia del error (ϵ) según las variaciones de γ, los que se agregarán a una publicación próxima.