CAPITULO III

EL ESPACIO

§ 11.—La noción empírica del espacio

(La improbabilidad de los axiomas — El origen filogenético de la sensación espacial — El espacio empírico de los objetos — Lo mínimo del esfuerzo — El espacio óptico)

El espacio ha sido objeto de dos formas diversas de examen: se ha ensayado por una parte comprender el conjunto de sus propiedades generales con ayuda de la especulación, y por otra se han medido y explorado sus propiedades espaciales con ayuda de la geometría en su sentido original, confundiéndose un poco en los últimos tiempos los dos métodos. El primero al pretender saber algo en general antes de saberlo todo en particular, no ha dado resultado manifiesto, y por ello no nos interesa; mientras que el segundo debe sus éxitos indudables, justamente a que sentó desde un principio que, ignorándose todo lo referente al espacio, debía contentarse con el estudio de sus contingencias.

Pero, me objetarán muchísimos, en el espacio no hay contingencias, al contrario, las leyes de la geometría son incontrovertibles, evidentes y axiomáticas! Hay verdad en esto, pero las tres palabras, que el diccionario de la academia nos da como sinónimas, no lo son en el origen: evidente es lo cierto sin la menor duda; pero axiomático significaba entre los griegos, que crearon los axiomas de la geometría, solo lo que se estima. En geometría se prueba todo "de modo geométrico", a excepción de los fundamentos, que no pueden probarse de ningún modo y que por eso Euclides llamaba axiómata, cosas estimables, admisibles y tradicionales. Euclides sabía bien que no podía probar que entre dos puntos la límea recta es el camino más corto, pero lo supuso; y lo mismo su-

puso algunas cosas más y sobre estas suposiciones, llamadas cosas estimables, fundó su geometría (cf. § 28).

"De gustibus non est disputandum" y de los axiomas tampoco. Suponiendo, que la fuerza es la cualidad más estimable del hombre — lo que cada uno es libre de sostener o no — se puede deducir "de modo geométrico" que Dempsey (1) es un gran hombre; y suponiendo los axiomas de Euclides, se puede deducir la geometría euclidiana. Pero aunque la geometría sea incomparablemente más útil que el boxeo, a este respecto no está mejor fundada que la grandeza de Dempsey.

La verdad es que en los tiempos de Grecia hubo muchos que ensayaron por diversos métodos, comprobar que los axiomas no eran solo estimables sino verdaderos: los matemáticos expresan francamente su fracaso y los axiomas permanecen hoy aún tan en el aire como lo estaban en los tiempos de Euclides; sin embargo los especuladores no han abandonado el juego, y aunque sean pocos los que repitan con los escolásticos que los axiomas son verdades eternas porque emanan de Dios, serán muchos los que afirman con Kant—lo que encuentro más curioso aún— que un axioma es tan absolutamente verdadero y evidente, que justamente por eso no puede comprobarse; pues ninguna prueba real alcanzaría jamás a este grado de verdad.

Quien no crea en tales super-verdades teológicas o kantianas se bastará con Euclides, Gauss, Einstein y demas genios productivos y con la afirmación de que la geometría es una trabazón perfecta en sí, pero que su base continúa insegura. De modo que un cambio del espacio y de la geometría, como consecuencias de la teoría de la relatividad, no asustaba a los matemáticos. A los otros sí. ¿Por qué? ¿ de dónde viene esta ciega certidumbre de los hombres en los axiomas de la geometría que permitió a Euclides, no obstante su duda teórica, hacer de ellos el fundamento de la geometría, aceptada por todos?

Es explicable históricamente tal certidumbre. La designación de axiomático, (cosa estimable o tradicional) es más justa de lo que los denominadores pensaron; ya que estimamos los axiomas de la geometría euclidiana por su venerable vejez; fijáronse sensorialmente en tiempos remotos — antes de que el primer matemático los formulara y aún antes de que el primer hombre los pensara conscientemente: eran instintivos y por eso como cada instinto, absolutos, es decir no solo valían para el espacio restrin-

⁽¹⁾ El campeón mundial de boxeo en el año en que se publica este libro.

gido, del cual se habían deducido, sino para todo el espacio, que en este tiempo se creía conocer en su totalidad.

Cuando mucho más tarde nos enseñaron que "lo infinito" era más grande que lo imaginado — cosa que aún hoy día no concebimos verdaderamente— fué demasiado tarde; el espacio euclidiano existía ya. No sirve para nada repetirse que la base sobre la cual este gigantesco universo está construído no basta para soportarlo, (como un átomo no podía ser el fundamento de la tierra) que la suposición lógica (de conocer algo apreciable del espacio) era error también. La noción sensorial del espacio es absoluta, y si muchos millones de años fueron precisos para fijarla, claro que se precisarán al menos unos centenares para cambiarla. Entretanto, se puede dudar solo intelectualmente.

Es lo acontecido y muchos dudaron si en verdad un gran espacio es lo mismo que uno pequeño; sabemos p. ej. que Gauss midió una vez un triángulo de casi 2 500 kilómetros cuadrados para ver si encontraba las mismas proporciones que en el triángulo que dibujaba en su tablero. Encontró las mismas, lo que era de prever, no por cualquier consideración epistemológica, sinó por el simple cálculo, en que nadie ha pensado, que yo sepa, que en un triángulo relativamente tan pequeño, un aumento de la suma de los ángulos de un centésimo de segundo (lo cual es mucho menos de lo que los teodolitos de Gauss le permitían averiguar) significaría, que el radio de curvatura del espacio no tiene sino doscientos cincuenta mil kilómetros; es decir el espacio no alcanzaría hasta la luna! — lo que es, naturalmente, imposible. que se puede creer hoy de la magnitud del universo, el triángulo de Gauss hubiera debido ser, para darle una desviación apreciable, más grande que todo lo que se ve en un telescopio (1). Ocupándose demasiado de lo infinito matemático se olvida que las distancias cósmicas, aunque calculables en cifras distintas, son prácticamente ya infinitas. Pero aún si se hubiese demostrado una diferencia, ella no probaría la curvatura del espacio, sino solo la de los rayos de luz con que se medían los ángulos: lo que podría ser consecuencia de que la luz sigue la curvatura del espacio o que corre por si sola curvada en un espacio recto.

Volveremos más tarde a esta cuestión. Cierto es que a este respecto nuestros conocimientos empíricos son muy pobres; pero

⁽¹⁾ Se trata aquí solo de la curvatura general del espacio, no de sus posibles deformaciones locales, en las cuales *Gauss* no había pensado de ningún modo y que son mucho más grandes (ver § 47).

cuando la humanidad llegó a advertir tal pobreza había olvidado (¹) entretanto que su espacio estaba construido sobre ella. Creía al contrario conocer el espacio por sí con la ayuda de Dios, por entendimiento innato, por razón pura o por ¡qué sé yo! Lo que naturalmente fijaba el error primitivo.

En verdad no sabemos nada de un espacio en sí; conocemos objetos y fenómenos en él, pero nada más. Y como no hay método imaginable para distinguir, si ha cambiado el espacio mismo, o solo lo que cabe en él, espacio y su contenido son idénticos para nosotros: donde no hay objetos ni fenómenos, tampoco hay es-"Es imposible representarse un espacio vacío, de lo que se deduce su irreducible relatividad" dice Henri Poincaré (usando aquí la palabra relatividad en su sentido común sin referencia a la teoría de la relatividad) y añade como ilustración gráfica que el espacio desaparecería si el Panteón de Paris desapareciera. El espacio absoluto, invariable y rígido de Aristóteles y de Newton que en virtud de su naturaleza y sin referencia a ningún objeto exterior permanece siempre igual e inmóvil, es una ficción, una convención de nuestros sentidos primero, de nuestra mente después, y el hecho innegable de que fuera una vez una falla necesaria de nuestro pensamiento, no es una razón para que sea justo hoy en día.

Pero si no sabemos si el espacio como nos lo representamos existe, ni si es en todas partes igual al nuestro, creemos al menos conocer perfectamente nuestro espacio o mejor dicho la legítima ordenación de las cosas que nos rodean.

Hemos mencionado esta creencia ya en el primer capítulo; está basada en último término en una experiencia psíquica y sensorial. A la sensación amíbica de la existencia de cosas dentro y fuera de su cuerpo se añadió en los animales provistos de extremidades un vago sentido de la dirección; lo que el animal podía alcanzar con la boca estaba adelante, lo que alcanzaba con una u otra pata a la izquierda o a la derecha, y aquello para lo que debía volverse, atrás; así se formó también la noción de arriba y de abajo, en un principio íntimamente vinculada con la dirección de la gravedad; de modo que la relativación necesaria, una vez reconocida la tierra como un globo, resultaba bastante difícil para el

⁽¹⁾ Este olvido de las caucas que han conducido a una opinión o teoría, es muy común; con él comienza siempre la consagración de una teoría: ella es entonces aceptada sin reservas, no se la discute más. Un ejemplo muy significativo he dado en mi trabajo sobre la teoría miógena. (Madrid, 1923).

hombre; y lo es aún hoy día, como concederá cada uno, recordando el tiempo en que por primera vez oyó hablar de los antípodas; sabía perfectamente bien, creía estar indudablemente seguro de que el cielo está arriba y la tierra abajo, y ahora oye hablar de la existencia de hombres al otro lado de la tierra que señalando con el dedo la dirección de nuestro cielo, lo dirigen a la tierra!- No lo comprendió e involuntariamente, representándose a estos hombres, caminando como moscas en el cielo raso, creyó que deberían caer. Ciertamente le era muy difícil concebir que en el espacio no hubiera ninguna dirección de preferencia, y que nuestro arriba y abajo es relativo y no absoluto, dependiente del lugar en que se coloca el observador. Gracias solamente al argumento impresionante e incontestable de la primera circunnavegación realizada, la oposición contra esta relativación fué tan mínima que ni el feliz descubridor tuvo que ir a la hoguera, ni el globo terrestre figuró jamás en el índice expurgatorio. Hoy estamos acostumbrados y, ya adultos, no comprendemos las dificultades de hace cuatro siglos, como así mismo la humanidad dentro de unos siglos comprenderá las dificultades que nos causa a nosotros la nueva relativación.

El primitivo espacio de adentro y de afuera, común a todos los individuos, se extiende al espacio de las direcciones en aquellos que pueden moverse, pero queda sin embargo primitivo, no puede construirse con él ninguna geometría, ni la euclidiana, ni otra; pero carece de elementos que puedan dar lugar a error, por que no tiene ninguno específico.

Eran los ojos, los descubridores poderosos del nuevo mundo, que debía ser más tarde el mundo humano, quienes llevaran nuestra noción específica del espacio, dándonos con su elemento esencial, la línea recta, al mismo tiempo la posibilidad de todos los perfeccionamientos futuros y la fuente de todos los errores. Una amiba atraída por una irritación quimotáxica sigue también una línea recta (que es aquí como Jacques Loeb lo ha demostrado, una consecuencia física de la simetría bilateral del animal); pero ciertamente no la conoce, porque no la ve y por eso no tiene ninguna posibilidad de concebir en conjunto los tres puntos que la determinan (como nosotros no conocemos el "espacio total", porque no lo "vemos" y no tenemos ninguna posibilidad de concebir en conjunto sus determinantes.

Los ojos se desarrollaron, para que el animal pudiese acercarse a cosas lejanas o huirles, lo que es lo mismo con signo negativo: si el animal se aproximaba a algo visto delante de sí, la línea recta era la que debía seguir, sin que el objeto cambiara en el campo visual. Jamás el animal hubiera fijado su atención en la singularidad de esta línea, (que es la base de toda nuestra noción del espacio) si no hubiese sido más que una simple recta sin interés vital; pero esta línea tenía también un valor fisiológico: era la línea del esfuerzo mínimo.

Pronto supo el animal (aunque inconscientemente) que necesitaba en general menos fuerzas musculares siguiendo tal línea recta que cualquier otra; lo que le interesaba de veras, puesto que los animales (y los hombres también) tienen una percepción extraordinariamente fina para el mínimo de su trabajo, que podría lla-

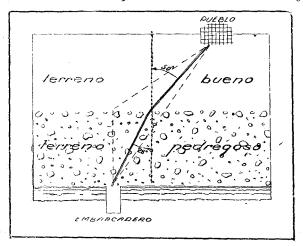


Fig. 11.-El descubrimiento inconsciente de la ley de los senos

marse aún pereza innata; lo saben todos los que conocen a hombres y animales. Menos conocido es el gran papel esta pereza desempeña en el desarrollo de las nociones instintivas e indirectamente en el de las intelectuales. Como ejemplo señalo el hecho de

un pueblo inglés, que distaba del mar unos veinte minutos; aproximadamente la mitad de esta distancia buen terreno, la otra cubierta de piedras. Comparando la velocidad de los pescadores que iban al desembarcadero, podíase comprobar que en el terreno malo caminaban 2|3 más lento. Lo curioso era que el sendero usado no se dirigía directamente al desembarcadero: en el límite del terreno bueno y malo, el camino doblaba de modo que, como demuestra el cálculo, los senos de los dos ángulos, que formaba la vertical con las dos partes del camino, eran proporcionales a las velocidades respectivas (ver la figura 11)

En verdad:

sen
$$50^{\circ} = 0.715$$

sen $28^{\circ}.5 = 0.477 = \frac{2}{3}$. sen 50° .

Como se prueba en óptica, donde esta relación de los senos es

conocida por la ley de *Snellius*, el camino es recorrido en estas eircunstancias en un mínimo de tiempo. Se comprenderá aún sin saber matemáticas, que el camino directo va demasiado por terreno malo, para poder ser el más rápido y cómodo y que el que pasa por un mínimo de terreno pedregoso es demasiado largo. Debe por eso existir entre los dos un camino que se recorra en el tiempo más corto. Esto lo han hallado los ignorantes pescadores solo por su pereza, en virtud de la cual querían llegar tan pronto y cómodo como fuera posible; y con ello han descubierto prácticamente la ley de la refracción y probablemente mucho antes de que *Snellius* la descubriera conscientemente para la ciencia. Han hecho más todavía: han dado ya a la ley de *Snellius* la profunda significación que vió *Fermat* en ella cuando enunció su célebre teorema, según el cual los rayos de luz van siempre por los caminos más cortos con respecto al tiempo (1).

Vemos así que el axioma euclidiano del camino más corto en la línea recta desaparece cuando deja de estar en concordancia con la ley fisiológica del esfuerzo mínimo, probándonos que no es el axioma sino la fisiología el arquetipo; lo matemático representa solo la función derivada.

Este ejemplo es además tan instructivo, porque nos muestra en el hombre reciente una práctica que es de todo punto comparable con los "sorprendentes" instintos animales; pues del mismo modo por pereza, es decir por economía— han aprendido las abejas a construir sus celdillas exagonales, han "aprendido" los huesos a formar su milagrosa estructura interior, cuyo valor el hombre comprende únicamente por leyes matemáticas complicadas.

Ni el hueso, ni la abeja, ni el pescador saben el ¿por qué?—ni aun se dan cuenta del ¿qué? — pero se acostumbran, y la costumbre influye después en su mentalidad! Si el hombre aprende algo consciente o inconscientemente, es solo una nueva adaptación o mejor dicho equilibración de las fuerzas extra e intracorporales

⁽¹⁾ Ya Newton había anotado de paso que la tierra era como un animal perezoso que corre alrededor del sol por el camino más cómodo. La generalización, de que todo en el mundo ocurre con un mínimo de esfuerzo (en el camino de la resistencia mínima) es quizá la más honda noción en física y moral; es debida a Fermat, y en los tiempos modernos, ha sido principalmente ponderada por Boltzmann. La teoría de la relatividad ha dado al "aperque" de Newton un nuevo sentido demostrando que los cuerpos bajo la influencia de la llamada fuerza gravitativa, realmente se mueven por donde la configuración del espacio les presenta el camino más cómodo. Las ideas de Einstein no son tan revolucionarias como se creía.

(cerebrales). La mayor valorización que el hombre da al equilibrio cerebral, le ha procurado el nombre de cultura; pero, aún con esta orgullosa designación es en el fondo lo mismo que la formación adecuada de un hueso. Quién comprenda el profundo sentido de este ejemplo, sabrá fácilmente de dónde arranca la base fisiológica de todos nuestros conceptos abstractos.

En todo caso, es probable que en los tiempos en que los articulados se desarrollaron, en aquellos tiempos de la primera revolución psíquica, como dice Georges Bohn, los animales hayan descubierto de un modo semejante, además de muchas otras cosas, también la ley del más corto camino en la línea recta, y con este primer descubrimiento de uno de los axiomas, más tarde formulados por Euclides, tuvieron para siempre fijada la noción de espacio que la humanidad tiene aun hoy. Comprendemos ahora por qué los axiomas no pueden probarse, sino que son contingencias en sí, pero necesidades para seres ópticos. Sí, son sensorialmente necesarios para los hombres y por eso no debe maravillar que esta antiquísima conquista pareciera innata; ya que es más "adecuado a la dignidad humana" pensar en un concepto innato, que en una pereza innata...

§ 12.—La medida del espacio

(La relativa exactitud de las medidas — El origen animal de las medidas — El método de medir — Los espejos cilíndricos y la imagen retiniana — La corrección de los errores senscriales — La omnipotencia sensorial)

Conocemos el espacio y sus propiedades, por la geometría, o sea "la doctrina para medir la extensión," aunque su acepción original fué solo medir la tierra (gea — tierra, metros — medida). Ya sabemos que es mejor la vieja expresión, pues para nosotros la extensión es en sí solo una hipótesis secundaria, cuya legitimidad no ha sido probada, conociendo solo "cosas en el espacio" y la pequeña tierra en el gran cosmos.

Pero en esta tierra — tal es la creencia — podemos al menos medir rigurosamente. En la práctica, la rigurosidad tiene sus límites: al decir que algo es exactamente igual a un metro, podemos solo afirmar que la diferencia con el verdadero metro es, según el grado de exactitud del método empleado, uno, un décimo, centésimo, o milésimo de milímetro; pero — ¿qué es el metro verda-

dero? La diez millonésima parte de un cuadrante del ecuador, se decía antes. Hoy se sabe que esto es falso y la definición científica de un metro es la longitud de la vara patrón de platino que existe en París; pero esa longitud nadie la conoce exactamente y tampoco con los mejores métodos puede conocérsela y menos aún reproducírsela exactamente, visto que un cuerpo real compuesto de moléculas que tienen cada una su tamaño distinto, no termina donde se quiere sino donde termina la molécula que está aproximadamente en este lugar; además estas moléculas están en movimiento continuo y al margen de un cuerpo hay aún condiciones especiales. Se ve que, si se quiere fijar una medida, no solo prácticamente sino rigurosamente exacta, se debe recurrir a la idea de una extensión irreal.

Es verdad que en la longitud de las ondas luminosas existe una medida teóricamente mejor, pero con ella la humanidad no ha aprendido a medir el espacio, y para ver las consecuencias en nuestro concepto del mismo al método de medir es preciso considerar los métodos usuales.

La medida del espacio es más vieja que la humanidad. Un animal tiene que saber, o al menos, — lo que por su efecto sobre las nociones instintivas generales es indiferente — tiene que reaccionar como si supiera: si puede o no alcanzar algo con la pata, y cuántos pasos o saltos necesita para atrapar su presa. Por pasos y brazadas medía el animal las distancias y también los hombres las miden por pasos y codos (medida del antebrazo, que en la mayoría de las lenguas conserva aun el nombre: "Elle" en alemán, "aûne" en francés, "pejus" en griego, "ulna" en latin, etc.). Análogamente otras designaciones, como la braza, el pié, la pulgada, el palmo, etc., recuerdan la primitiva mensuración por translación de partes corporales al lado de los objetos del ambiente, contando cuantas veces se podía ponerlas. También en este sentido la sentencia de Protágoras de que el hombre es la medida de todo, es textualmente verdadera: incluído el metro (aunque teórica y conscientemente tomado de la tierra) todas las medidas están práctica e inconscientemente en relación con nuestro cuerpo, pues el metro es aproximadamente la vieja medida del paso, un bastón para medir, justamente manejable. Pero sea la medida como fuere: lo principal es el método para medir con ella.

El hombre sabe bien que la longitud, como él la ve, no es una propiedad intrínseca de los cuerpos: el elefante lejano parece más pequeño que el ratón que está cerca. Creía posible hasta hace poco sin embargo determinar la longitud de un cuerpo poniendo una regla al lado.

Veremos más adelante que tampoco esta longitud es una propiedad intrínseca del cuerpo (la longitud es una cosa no menos accidental que el color!) Pero en todo caso el físico con sus aparatos sutiles no puede medir de otro modo que como el sastre mide el paño: debe tomar una vara de cualquier longitud (línea, pulgada, metro etc.), ponerla junto al objeto a medir, y ver cuántas veces ha de ponerla. Se puede complicar el método, usando catetómetros u oftalmómetros, ángulos o espejos, estesiómetros o franjas de interferencia; en el fondo será siempre lo mismo; toda medición de cualquier modo que se haga, se funda siempre en una comparación y yuxtaposición de dos objetos reales: para saber p. ej. la longitud y anchura del paralelógramo de la fig. 12 es preciso po-

ner la medida tres y dos veces, respectivamente, en sus lados. De esta simple e incuestionable descripción del método de tomar medidas espaciales derivan ya dos consecuencias muy importantes para la teoría de la relatividad:

Screen of States

Primero: no se pueden jamás medir ob- Fig. 12.-Método de medir jetos en movimiento, (cfr. 31) pues, ¿quién

petos en movimiento, (cfr. 31) pues, ¿quién podría poner una medida a un cuerpo en movimiento? El sastre que, tomando la medida, pide a su cliente que se esté quieto, es más sabio a este respecto que los físicos, que no vieron esta dificul-

segundo: como se miden únicamente cosas reales con otras también reales, solamente se puede medir suponiendo que la medida usada no cambia al transportarla de la posición 1, a las posiciones paralelas de 2 a 6, y después a las perpendiculares

de 7 a 10.

Nadie duda de que la medida no cambie por esta operación pero tampoco nadie había aún dudado de que un kilogramo no fuese en todas partes un kilogramo, sin embargo sabemos hoy que un pedazo de plomo que pesa sobre el ecuador mil gramos justamente, pesará en los polos casi dos gramos más.

Podría ser que de un modo semejante, cambiara también la longitud. Henri Poincaré insistió principalmente en esta forma de la relatividad del espacio, que es en verdad muy instructiva para desquiciar la creencia en el espacio absoluto, pero directamente nada tiene que ver con la teoría de la relatividad; ya lo tratamos

por otra parte en el § 9. Más importante es el hecho de que una variación parcial quedaría inadvertida en ciertas condiciones: En verdad sería difícil averiguar empíricamente si cada vara que mide en la dirección norte-sur justamente un metro, colocada en la posición este-oeste mide un poco más o un poco menos, pues

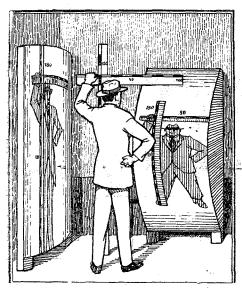


Fig. 13. - La relatividad de la medida

si se tomase otra vara para ver si la primera se ha acortado o alargado, la segunda cambiaría, naturalmente, lo mismo. Tal como si un hombre se mirara en espejos cilíndricos (ver la fig. 13); él que tiene 1,65 cm. en la vertical y 60 cm. en la horizontal parece en el espejo convexo más delgado (y en un espejo cóncavo más ancho); pero la escala, que ha variado proporcionalmente, nos exactamente idéntica medida que en el objeto mismo. Un ejemplo más ins-

tructivo, aunque menos representable, ofrecen nuestros ojos. Este órgano incomparable, del cual dijo Helmholtz injustamente que está tan mal trabajado ópticamente, que lo tiraría a la cabeza del mecánico que le llevara obra tan chapucera, proyecta, es cierto, una imagen bastante incorrecta sobre nuestra retina esférica; lo que, al igual que la curvatura que se da a un cliché en una rotativa, tampoco puede llamarse una falla, puesto que en el ojo como en la prensa, por otros aparatos adaptados expresamente a esta falla, todo se corrige; de modo que las imágenes finales, en el diario como en el cerebro, son completamente adecuadas: al menos permiten la orientación y nadie puede deducir de ellas la curvatura en el cliché o en la retina.

Un tablero de ajedrez B (fig. 14) da la imagen retiniana A: no solamente los lados están cambiados (lo de arriba está abajo, y lo izquierdo se ha vuelto derecho) sino que también todo lo que es en la naturaleza rectilíneo, se hace en el ojo sensiblemente curvo. Sin embargo nadie lo ve como tal. La imagen cerebral es de nuevo rectilínea como en la realidad. Tantas veces la humanidad

y sus antecesores han notado que deben inclinarse para tomar lo que en el ojo está arriba, y levantarse para tomar aquello que está abajo; tantas veces han probado que una línea, que se configura en la periferia de nuestra retina como curva, es recta si se la apun-

A Imagen retiniana de B.	B Imagen cerebral y objeto reat de A	С
	Imagen retiniana de C	I Imagen cerebral y objeto real de B

Fig. 14. - Imagen de un tablero de ajedrez.

ta (lo que es la única indicación que el hombre tiene para averiguar la rectiliniedad) que con el tiempo estas asociaciones se cumplen por sí mismas instintivamente y sin permitir discusión alguna; principalmente el conjunto entre la imagen retiniana curva y la noción rectilínea se ha fijado tan firmemente, que una línea que es curva en el ojo nos parece evidentemente recta en el mundo exterior; mientras una línea retiniana recta nos parece curva. (14 B y C). No es preciso añadir que las medidas son falsas también; que las fajas periféricas nos parecen más largas y los cuadrados más grandes de lo que se diseñan sobre la retina. Se puede hacer la descripción del hecho, diciendo que el sentido espacial de la retina cambia de adentro hacia afuera; cada milímetro en la retina central tiene un valor espacial más pequeño que un milímetro periférico. Aquí como siempre el órgano sensorial no nos da nociones verdaderas en sí; la verdad se forma solo por la cooperación de todos los sentidos. En el caso mencionado el arreglo se ha hecho ya hace mucho tiempo en los animales y nosotros lo poseemos por herencia milenaria. Por eso nos parece la cosa más natural del mundo; pero otros defectos de nuestra sensación espacial, como por ejemplo los que nos señala la teoría de la relatividad, van a corregirse solo en este momento y por eso no nos parecen en un principio naturales, sino inverosímiles. La diferencia consiste únicamente en la mayor o menor antigüedad del fenómeno: en el fondo es la misma clase de corrección.

Podría preguntarse por qué estas faltas no se han corregido también ya hace mucho. Esto es muy comprensible, porque los animales han aprendido a corregir las diversas faltas de sus ojos por las experiencias de los otros sentidos y por los movimientos de su cuerpo lo que era solo posible, naturalmente, para los fenómenos de la tierra, de los cuales percibían señales también por otros sentidos, pero de ninguna manera para los fenómenos cósmicos, de los cuales tenían solo noticias por los ojos. Si fuese verdad que los rayos de luz no siguen una dirección rectilínea sino curvilínea, esto podría percibirse solo en el caso de que la curva fuera tan pronunciada que la diferencia se hiciera perceptible en las relaciones terrestres; pero si el radio de esta curva es tan grande (millones de años de luz) que las líneas ópticas en la tierra son sensiblemente rectas, una averiguación será posible solo sabiendo algo de las estrellas por otros métodos que los ópticos. Pero aún no tenemos hoy ningún método para saber si Arcturo está donde le vemos o en otra parte. Se pueden idear métodos para averiguar tales errores. Si pudiésemos p. ej. determinar la dirección en la cual obra la atracción de una estrella y si ésta fuese diferente de la línea visual, la cuestión estaría resuelta. En verdad en los últimos tiempos con tales métodos indirectos (mucho más complicados aun) se ha logrado verificar que siempre hemos medido los objetos cósmicos un poco — un poquito — erróneamente; pero estos métodos, que apenas son posibles con los aparatos más delicados, superan en mucho el poder de los pobres aparatos orgánicos de que los animales y los hombres de ayer disponían: por eso tales errores fueron inevitablemente incorregibles. La noción del espacio debía ser falsa, y permanecer falsa hasta que tuviésemos los aparatos adecuados; pues midiendo solo con nuestros sentidos de ningún modo podemos escapar al espacio de la amiba, o si se quiere al de los articulados, porque las correspondientes imágenes se forman con una energía de impresión tal, que no permiten sensorialmente una duda, ni aun a aquel que sabe que son falsas.

Semejante poder omnipotente de la impresión visual (y sensorial en general) es tan grande que la verdad sensorial nos parece la verdad en sí: una pseudo-verdad que no podemos vencer

jamás con los sentidos, sino sólo con la mente. Sin embargo, tal victoria intelectual, no vale para los sentidos que permanecen indómitos o se conformaran — si se conforman del todo solo muy lentamente por una práctica continua, pemaneciendo el nuevo mundo intelectual irrepresentable e imaginario, hasta que en un tiempo futuro acaso la noción lógica se tranforme en instinto. No podemos saber si tal cambio acontecerá jamás, porque nos falta la experiencia de si las nociones puramente intelectuales, que solo han surgido en tiempos relativamente modernos, pueden metamorfosearse así como se han metamorfoseado las nociones sensoriales. Pero, naturalmente, aun en el caso de que tal no representabilidad subsistiera eternamente, ello no sería causa bastante para rechazar la verdad, una vez abiertos los ojos mentales: la representabilidad, no puede servir jamás como piedra de toque de la realidad.

Es consecuencia de nuestras limitaciones fisiológicas, que lo no-representable pueda ser tan cierto como lo representable. Unicamente lo inimaginable o lo ilógico no es nunca verdadero. Tampoco es definitivo este dictamen: acaso la lógica será también relativada un día, pero hasta la fecha es la base única e incommovible de nuestro saber (con respecto a las posibles restricciones cf. el § 35 sobre las bases fisiológicas de la causalidad). Por eso no son los sentidos, sino el experimento y la lógica las verdaderas piedras de toque para la verdad: si ellas optan por algo irrepresentable, esto debe considerarse como la realidad.

Nuestro tiempo y espacio comunes son representables porque tos animales, en virtud de su organización, los han creado justamente con el fin de ser representables y con ello útiles; su indudable representabilidad no habla en pro, y la indudable irrepresentabilidad del tiempo y espacio einsteinianos no habla en contra de su realidad.

§ 13.—Las dimensiones del espacio

(Posibilidad de seres uni- y bidimensionales — líneas curvas y planos espaciales — la contingencia de la tridimensionalidad — las diferentes geometrías — la curvatura del espacio)

Nuestro espacio es tridimensional; lo que significa que vemos cada cuerpo real extendido en tres direcciones: largo, ancho, alto. No hay cuerpos de más o menos dimensiones, pues no existen puntos, líneas y planos reales.

Un punto que existe, por pequeño que sea, p. ej, un átomo, tiene también las tres dimensiones. Pero abstrayendo de la realidad puede imaginarse un "punto matemático", que no tiene ninguna extensión, ninguna dimensión, ningún grado de libertad; expresión que quiere decir que un punto no tiene libertad de moverse en ninguna dirección sin salir de su lugar, y para cuya determinación no es necesario nada más, porque no puede alojar otro punto que él mismo. Una fila de puntos es una línea matemática que tiene una dimensión (mientras naturalmente el más fino hilo tiene tres) y cada punto en ella tiene un grado de libertad (puede moverse en una dirección) y su posición está determinada por una cifra positiva o negativa, que mide su distancia desde un punto cero. Un plano matemático (una suma de líneas), también una abstracción, tiene dos dimensiones, cada punto en ella posee dos grados de libertad para moverse, y está determinado por dos cifras. Un cuerpo real tiene tres dimensiones. Más dimensiones no existen. Todo esto parece muy simple, pero no lo es.

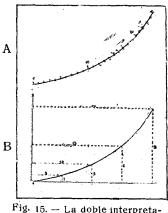
La aparente sencillez proviene de que los hombres — y entre ellos muy célebres físicos como *Helmholtz*, han creído poder representarse objetos bidimensionales, como la superficie de un cuerpo y objetos unidimensionales como la arista de un cuerpo, olvidando que estas formaciones desaparecerían si el cuerpo real no existiese detrás de ellas, y que además para verlas, y aún para representárnoslas deberíamos estar fuera de ellas, es decir en la tercera dimensión. Un objeto verdaderamente bidimensional es tan irrepresentable como uno tetradimensional; pero el hombre cree poder regalarle una u otra de sus dimensiones conocidas mientras que para adicionar algo de nuevo quiere saber qué es.

En este sentido las tres dimensiones son cualidades reales de los cuerpos materiales; pero además tienen otra significación menos clara.

Un punto es al menos algo inequívoco; pero la línea, como resultante de un punto que se mueve, no lo es: un punto moviéndose con translación uniforme engendra una línea recta que tiene ciertamente solo una dimensión, pero moviéndose de otra manera engendra una línea curva, que en virtud de su desarrollo es unidimensional; mas, en virtud de su forma definitiva, cabe solo en un plano, y es por eso bidimensional. Si el punto se mueve en una helicoide, su trayectoria puede ser considerada como uni- o tridimensional y como las superficies y cuerpos están compuestos de líneas, se ve ya desde un principio, que su dimensión

depende del concepto de la línea recta, es decir en la realidad, de la cuestión de si los rayos de luz son rectilíneos o no.

Conforme a la doble naturaleza de una línea curva, los puntos en ella se pueden determinar en dos formas: por una parte, si la línea es considerada como existente por sí misma, es posible determinar cada punto por una sola cifra positiva o negativa (ver fig. 15 A,); pero considerada como parte de un plano, se necesitan dos cifras para determinar un punto (fig. 15 B.).



Pig. 15. — La doble interpretación de una línea curva Conforme a la doble naturaleza de una línea curva, los puntos en ella se pueden determinar en dos formas: por una parte, si la línea es considerada como existente por sí misma, es posible determinar cada punto por una sola cifra positiva o negativa (ver fig. 15 A,); pero considerada como parte de un plano, se necesita dos cifras para determinar un punto (fig. 15 B.).

La posibilidad de ver en una línea una formación uni o bidimensional, tiene también una significación real: que nos mostrará lo que

unidimensional: usando en verdad un ser línea medidas exteriores, es decir comparándola con algo fuera deella, se puede determinar su curvatura, pero con medidas puramente interiores no. En verdad, si los observadores no miraran la línea (y no pudieran mirarla sin salir de ella), se podría juntaruna medida a la otra, lo mismo si la línea fuese recta que curva; de lo que se sigue que un ser unidimensional no podría jamás comprobar si su línea, que es su espacio, es curva o no. No sería necesario para eso que la curvatura fuera tan mínima que, aplicandoa ella la unidad de la medida, prácticamente coincidiera con la curva, porque en un mundo unidimensional, representado por una línea curva, las medidas tendrían siempre, ya por sí mismas una curvatura igual a la de la línea misma.

A seres unidimensionales la segunda o tercera dimensión les es sensorialmente tan inaccesible como a nosotros la cuarta. Pero aquellos no podrían, aún mentalmente, probar la dimensión que les falta, lo que los seres tridimensionales y una parte de los bidimensionales pueden hacer. Es fácil demostrarlo.

Una superficie curva cabe solo en el espacio tridimensional,

pero puede ser considerada también como una formación bidimensional que está curva. Sin embargo existe la diferencia de que, mientras en una línea no se puede constatar jamás la curvatura sin alejarse de ella, esto es posible en algunas superficies; lo que tiene su razón, en que hay una única clase de componentes de una línea, los puntos que no tienen ninguna forma especial y son entre sí equivalentes y reemplazables, mientras que los elementos de una superficie tienen su forma distinta: un plano p. ej. puede componerse de cuadrados, triángulos, exágonos, y es posible por eso ver, si la superficie en cuestión puede componerse de estos fragmentos: en la superficie de una esfera p. ej. no puede colocarse ningún cuadrado.

En general hay dos formas de superficies: las unas son desarrollables, las otras no.

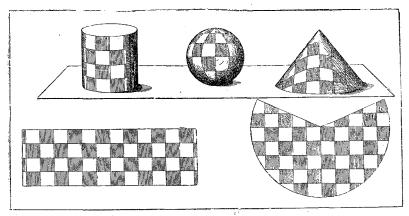


Fig. 16. -Superficies desarrollables y no-desarrollables

Un plano, una hoja de papel, puede doblarse alrededor de ciertos cuerpos como un cilindro o un cono; pero no alrededor de otros (p. ej. de una esfera). Inversamente, las superficies laterales de cilindros y conos son desarrollables o rectificables. En estas superficies desarrollables, nada cambia si están desarrolladas o no: los cuadrados en ellas quedan como eran (ver la fig. 16) y por eso tal curvatura no puede determinarse (sin salir de la superficie) al igual que en una línea. En otras superficies, como en la de una esfera (fig. 16) no se pueden dibujar las mismas figuras, que en un plano; su geometría "plana" es otra, y por esta diferencia la curvatura puede determinarse en la superficie misma, sin salir de ella.

Puede darse a la misma formación un diferente número de dimensiones, lo que depende esencialmente de las formas que se eligen como elementos. No puedo profundizar la cuestión del análisis matemático; pero un ejemplo mostrará el significado de tal variabilidad de dimensiones: nuestro espacio vulgar, considerado como el lugar en el cual se propagan ondas esféricas (como las que salen de una fuente de luz), es unidimensional, porque para cada medida basta una cifra para designar dónde está la onda; si se consideran los rayos que salen de un punto fijo (sin ocuparse de dónde se encuentra la luz a cada momento) es bidimensional; y tridimensional considerándole como un conjunto de puntos aislados. Pero el mismo espacio común es ya pentadimensional como campo en el cual obran fuerzas; pues en este caso la magnitud y la dirección de la fuerza se añade como dos dimensiones más.

Si el hombre en general atribuve al espacio solo tres dimensiones y cree las demás superfluas, es por "una propiedad del alma humana", como ha dicho Gauss tan juiciosamente. Podemos especificar esta propiedad del alma como una correspondencia lógica de la necesidad fisiológica de aislar los cuerpos del conjunto de la naturaleza, como objetos que creemos reales y absolutos. Esta materialización de los cuerpos, la trataremos en el § 37, más detalladamente; ella es también un error inevitable de nuestros sentidos y por eso nos parece muy natural. En todo caso es ella la que nos obliga a ver en el punto el elemento del espacio: un punto matemático no es real en el sentido materialista; una línea matemática (una dirección) tampoco. Pero nosotros no podemos concebir intuitivamente esta banalidad, porque somos materialistas ingenuos, para los cuales un punto será siempre un pequeñísimo grano de arena y una línea un finísimo hilo. Si fuera así, naturalmente el punto sería el elemento de la línea. Pero sin esta grosera (y falsa) representación, una dirección puede ser tan elemental como un punto - y con ella, como elemento, el espacio no sería ya tridimensional. Se deduce de esto que la tridimensionalidad, como espacio y tiempo, es solo una imagen sensorial, una consecuencia fisiológica de nuestra organización.

Cada uno de estos espacios posibles tiene su propia geometría; pero como estos espacios y sus geometrías no son ya representables y pueden "mirarse" únicamente por fórmulas, basta aquí el paradigma bidimensional: en la superficie sin curvatura, en el plano, vale nuestra geometría común, la eucliniana; la línea recta es la más corta; las paralelas no se cortan; la suma de los ángulos en un triángulo es igual a dos rectos etc. En cada otra superficie, en cada "continuo bidimensional", para usar la designación de Gauss, se puede también dibujar figuras, pero ellas obe-

decen a otras leyes. En la esfera p. ej. no es la línea recta, sino la del círculo mayor, la más corta; no hay paralelas que no se corten; la suma de los ángulos en un triángulo es mayor que dos rectos etc. Tiene además una propiedad muy interesante, que es impor-

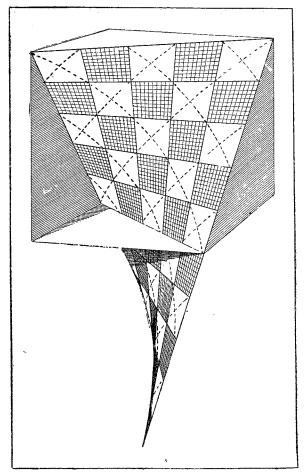


Fig. 17. — Ejemplo de un continuo bidimensional, (Un hiperboloide con sus dos familias de lineas rectas, y las diagonales curvilíneas)

tante para la cuestión del infinito: su superficie no es infinita, naturalmente, pues tiene un valor dado (= $4 \pi r^2$), pero no es limitada, tampoco; es decir sus circunferencias mayores, que representan sus líneas rectas, no tienen límites, pues siguiéndoles se puede caminar eternamente en línea recta, aunque volviendo de vez en cuando por el camino recorrido.

Para dar una idea de la variabilidad de los continuos bidimensionales, añado en la fig. 17 otra superficie menos conocida

(una parte de un hiperboloide); tiene la singularidad de que en él hay dos familias de líneas rectas, que van cada una hasta el infinito no cortándose jamás, pero cortándose sí con las de la otra familia, de modo que resulta algo así como un tablero de ajedrez. Solo que aquí únicamente en una parte restringida (representada en el medio de la figura 17) las fajas son aproximadamente rectangulares. Los que vivieran cerca de este centro, como nosotros vivimos según lo que afirman los astrónomos, cerca del centro del universo, tendrían también una geometría casi-euclidiana. Todos los otros no, pues en todos los demás puntos de este mundo los tableros tendrían fajas que serían romboides irregulares. Además todas las otras líneas, p. ej. las diagonales, son curvas (hipérbolas).

Se ve por estos ejemplos que una geometría "plana" es diferente en distintas superficies. Sin embargo, se comprende que hay para cada una leyes rigurosas propias — o en otros términos — una geometría propia.

Por la diferencia de las figuras que se pueden dibujar en una superficie, la forma y naturaleza de ésta, naturalmente, pueden ser determinadas sin salir de ella. De modo que en verdad aquellos seres bidimensionales que vivieran en un continuo bidimensional no-desarrollable podrían enterarse por experiencias, si su superficie es curva o no, es decir si su espacio es bi- o tridimensional.

Así como una superficie puede ser curva de diferente manera, el espacio tridimensional lo puede ser también; lo que se notaría por el hecho, de que los cubos o tetraedros de los cuales se compone el espacio no serían más isósceles e iguales. Esta desigualdad permitiría la determinación de la curvatura; solo que los seres tridimensionales tienen la suerte de poder, en todo caso, averiguar la curvatura de su espacio; pues como no hay "espacio desarrollable", todo espacio imaginable debe darnos la posibilidad de medir su curvatura, por que bastará la averiguación en un plano, dado que en un espacio curvo cada plano debe ser curvo también. Del método a seguir hablaremos en el párrafo siguiente.

§ 14.—La verificación de un espacio curvo

(La red rectangular en un plano y sobre un globo — la dificultad de una averiguación directa en la tierra — la triangulación de un pantano — espacio y física)

El método para verificar la curvatura de una superficie o de un espacio es en todos los casos igual; pero para fijar las ideas supongamos la superficie más conocida, la de un globo, nuestra tierra p. ej. Si estuviese envuelta por una niebla impenetrable y perpetua, no se conociera ni el sol, ni las estrellas, ni el horizonte con sus objetos paulatinamente emergentes; y siendo casi imposible la navegación en un mar, donde nada se viera, una circunnavegación resultaría bastante improbable. Faltarían pues a esta humanidad todos los datos para llegar a comprender que la tierra es un globo. Los hombres, aislados de los demás en cada continente (supuesto que se hubieran desarrollado en tres lugares), avanzando siempre sobre una superficie, limitada en todas partes por el océano insalvable, creerían forzosamente, aún con una cultura bastante desarrollada, vivir en una planicie y lo creerían con un instinto incomparablemente más firme que el de los salvajes de nuestra tierra, que viendo la puesta y luego la salida del sol, deben tener al menos una vaga noción de que hay algo como una vía tras de la supuesta planicie terrestre.

Sin embargo, aun en tales circunstancias la forma esférica de la tierra podría demostrarse, porque ninguna niebla habría podido impedir el desarrollo de las matemáticas. Los matemáticos — euclidianos naturalmente (¹) — sabrían, lo que sabían ya los egipcios, que con 24 varas iguales pueden formarse nueve cuadrados (fig. 18) y que con este procedimiento un plano — es decir únicamente una superficie plana o desarrollable — puede ser llenado con cuadrados (o con polígonos triangulares o exagonales) hasta lo infinito! Si fuese curva ocurriría de otra manera; la operación no sería posible. La falta volveríase tanto más evidente, cuanto

⁽¹⁾ La razón del por qué cada ser vivo en cualquier lugar del universo forzosamente debe tener una matemática euclidiana será dada en el § 48.

más se agrandara la red. La figura 19 está dibujada con líneas rectas (con líneas curvas el resultado sería el mismo). Si

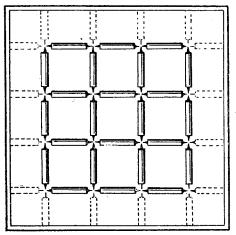


Fig. 18. - Una red cuadrada en un piano

el cuadrado central de la figura 18, está levantado distancia a) los (por la cuadrados laterales cuatro medios, levantados también sus lados interiores. caen por esto con sus lados exteriores un poco haadentro y forman la figura dibujada con líneas negras. Se ve muy bien que las diagonales de los cuadrados angulares son ahora más cortas, de modo que sería imposible co-

locar aquí cuadrados iguales. Por otra parte se concibe, que no sería difícil calcular por las diferencias de medida, p. ej. de las diagonales, el grado de curvatura de la superficie.

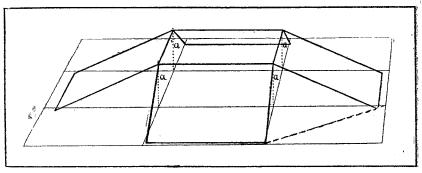


Fig. 19.-La posibilidad de medir una curvatura en de una superficie sin salir de ella

¡Es decir, teóricamente! Prácticamente las diferencias entre las líneas geodésicas (¹) y las que unen dos puntos directamente son en la tierra, aun en distancias relativamente largas, solo mí-

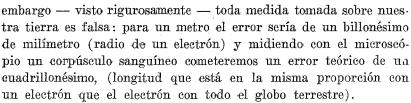
⁽¹⁾ Líneas geodésicas son las trazadas sobre la superficie de la tierra (y después en sentido general sobre cualquier superficie curva) y por eso teóricamente curvas, pero prácticamente rectas — si no se trata de muy grandes distancias.

nimas. La figura 20 con su tabla muestra que la diferencia entre el arco y la cuerda disminuye rápidamente: mientras que para el diámetro terrestre (12 720 km.) su línea geodésica, el semicículo, mide 20 000 km. (diferencia 57 %), ella es ya para una distancia de 12 000 km. solo = 27 % y para 1000 km. = 0,1 %. En distancias inferiores a diez kilómetros arco y cuerda no son ya distinguibles, pues una calle de Nueva York no se mide por milímetros, y menos aun un jardín, por mierones (²); de modo que toda

Linea geodésica (arco)	Linea recta (cuerda)	Diferencia
20 000 Km	12.720 Km	56.2%
15.6 80	1/2 000	30 6%
11.510	10000	15 1 %
8.649 11	8 000	8 1%
6 2-8 " 4.069 " 2.008	1 6,000	2.7
100.001 " 10.000.001	1000 "	/ Km. / m. / m.m.
1.000.000.001 M 1.00.000.000.001 10.000.000.000.001	1000 m. 100 ·	1 μ (baster) 1 μμ 10-3 (molécula)
1000.000 000.000.co1	1000 mm. 100 " 10 "	10-6 (electron) 10-9 (nucleo atem) 10-12 10-15

Fig. 20 — Tabla IV — Comparación de las lineas geodésicas y rectas en la tierra la tabla no tiene valor práctico ninguno: las largas distancias no se miden directamente y las cortas no difieren sensiblemente. Solo en distancias medianas, como de unos cien kilómetros, la averiguación de unos metros sería posible por determinaciones minuciosas en trabajos de años; con tales distancias se ha determinado en efecto la forma esferoidal de la tierra. Pero las construcciones y agrimensuras de los geómetras e ingenieros no se alteran: para ellos un cuadrado geodésico continúa siendo uno matemático. Sin

⁽²⁾ Mikron <u>un milésimo</u> de milímetro. Se puede medir una longitud con una exactitud de seis decimales, pero en la calle de Nueva York la aiferencia aparecería solo en el séptimo, en un jardin de 100 metros solo en el undécimo decimal.



Como se ve, es poco, pero algo! — y lo mismo que contra el espacio de los relativistas, podría argumentarse contra quién en el mundo nebuloso pretendiera la curvatura de la tierra, "que el viejo espacio plano no puede ser falso, porque no ha engañado jamás a nadie". La analogía es tanto más justa cuanto que los errores que resultan de la curvatura terrestre para objetos pequeños son aproximadamente del mismo orden que los que resultan del movimiento: una flecha de un metro, cayendo de una altura de medio kilómetro, se acorta $0,00005~\mu$, según la teoría de la relatividad, en su caída de $100~\mathrm{m}$. p. seg. lo que es aun $50~\mathrm{veces}$ más que la diferencia en las medidas por consecuencia de la diferencia entre geodésicas y cuerdas.

No podemos medir directamente ni lo uno, ni lo otro, pero asi como tal imposibilidad no habla contra la forma esférica de la tierra, tampoco habla contra el acortamiento por el movimiento o contra la curvatura del espacio. Hay otras posibilidades de probar indirectamente — mediante las estrellas — la forma de la tierra, y hay otras posibilidades — que nos vienen también de las estrellas — para probar la toería de la relatividad; pues vivimos, afortunadamente, no todos en la tierra nebulosa: podemos ver las estrellas, es decir algo más alto que nuestro suelo!

Prácticamente, se ha establecido la curvatura de la tierra no de la manera descrita arriba, sino comparando la dirección de su superficie en diversos puntos con una línea que esté fuera de su superficie, o sea con la dirección de los rayos de una estrella. Sin embargo la posibilidad de averiguar una tercera dimensión sin salir de la superficie bidimensional es teóricamente importante, pues lo mismo se podrá definir matemáticamente una cuarta dimensión sin salir — lo que no podemos — de nuestro espacio tridimensional! y aunque esto para nosotros no fuese más representable que para los hombres de la niebla la curvatura de su tierra, tenemos que aceptarlo como aquellos la curvatura terrestre.

Sin embargo una certidumbre absoluta sobre la dimensión del espacio no se alcanza por ninguna medida; un simple ejemplo lo demostrará; la figura 21 A nos muestra un exágono regular, dividido por seis radios en seis triángulos equiláteros. En ella son,

como es bien sabido los radios y los lados iguales; si se quisiera combinar tal figura con seis bastoncillos de 102 mm. como radios y seis otros de 100 mm. como lados, claro está que en un plano ella

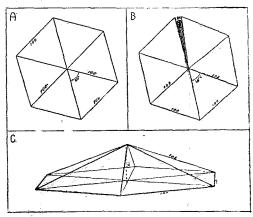


Fig. 21.
Aumento de los radios por una causa espacial.

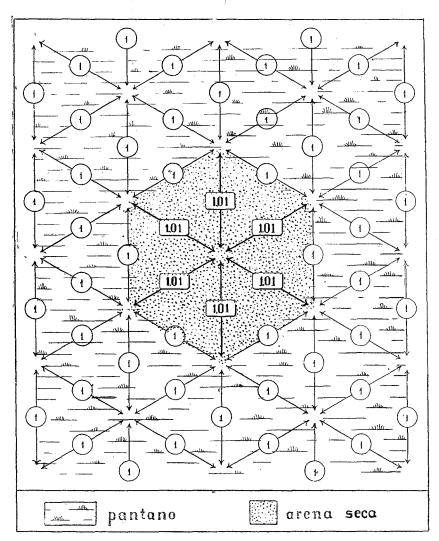
no se cerraría nunca, quedaría una abertude 14 mm. 21 B), que se cerraría solo si el centro fuese levantado mm. (fig. 21 (C). Por eso, si se midiesen en un terreno los radios exágono de un 102 mm. y sus lados = 100 mm. se podría deducir que el centro está 20 mm. elevado.

Pero esta conclusión no será estrictamente obligatoria. Hay muchas causas además de las eminencias del terreno, que alteran las medidas: la humedad p. ej. que alarga las varas de madera. Triangulando una comarca llana y pantanosa con un centro arenoso y seco, en este centro, donde las varas se acortarán, se necesitarán unas varas más; resultaría una aparente distribución de las medidas, como lo indica la fig. 22 en la página siguiente. Tal diferencia se explicaría por una elevación en este punto.

Naturalmente un hombre mirando la llanura perfecta, buscará otra explicación, y con el tiempo hallará, que el acortamiento es debido a la sequedad; pero en el mundo nebuloso, donde faltaría la verificación por la visión, los observadores probablemente arribarían a otra conclusión: repitiendo las experiencias y viendo que donde hay arena existen los signos matemáticos de una elevación, creerían, en conformidad con las leyes de la geología, que el terreno es justamente seco, por que es más elevado.

Se comprende — y por eso he dado el ejemplo — que aquí, como en casos análogos, ciertos fenómenos físicos llegan a insinuarnos una curvatura del espacio y viceversa: el mismo hecho puede explicarse por un cambio espacial o por una fuerza desconocida y queda en general al arbitrio nuestro su interpretación. Tal relación íntima, muy curiosa, entre el espacio y la física — que no sería posible si el espacio mismo no fuese también una propiedad física del mundo real — la reencontraremos de hecho en la teoría de la gravedad: no se podía distinguir jamás con los méto-

dos físicos actuales, y como tenemos razón de creer, con ningún otro, si existe un campo de gravedad, un movimiento en el espacio o una alteración (curvatura) del espacio mismo! Lo que no debe olvidarse para juzgar de la verdad "absoluta" de la teoría de la relatividad. Las verdades también son siempre relativas .



¡Fig. 22 — Aumento de los radios por una causa fisica

Sabiendo esto, los discretos relativistas, que hablan del principio clásico de la relatividad de Galilei, han dado a su alargamiento del principio solo el nombre de teoría, queriendo con este

nombre designar, que es en último término relativamente igual que lo que se cree de la realidad de los fenómenos. Hay únicamente que relacionarlas entre sí por leyes inalterables. Ellas no cambian; ellas son "lo absoluto en sí."