AÑO 11. Nº 4-5-6. ABRIL-MAYO-JUNIO DE 1924

PERFIL BELLET *

Por el Ing. Fernando Sánchez Sarmiento

Vicedecano y profesor en la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, de la Universidad Nacional de Córdoba

---

Este perfil de dique de mampostería a gravedad, que responde a las modernas teorías, es la aplicación práctica del teórico triangular a paramentos rectos, y a la vez un caso particular del perfil justo racional. Está formado de dos triángulos: el principal A B C al que se le asigna un peso P_2 que constituye el macizo, y el C D E de peso P_1 que constituye el coronamiento.

Este perfil tiene la ventaja de su fácil construcción y cálculo abreviado, pues lo que interesa conocer en él es únicamente la base, que se obtiene en una sola aplicación de fórmula, y se la determina de modo que para dicha junta, se satisfaga estrictamente la condición denominada de "la presión hidrostática" propuesta por M. Lévy, suponiendo que el nivel del embalse enrase con el plano de corona (fig. 1)

Empleando la notación con la cual la fórmula de Bellet siempre la encontramos expresada, indicaremos con:

y, la altura de agua, o sea también la del triángulo A B C

e_0, el espesor en corona.

m, la proyección horizontal del paramento mojado.

(*) El perfil Bellet se encuentra tratado en forma más general, en la obra «Método racional para el Cálculo de los perfiles de los diques de mampostería a gravedad», a publicarse en el próximo mes, de la cual es autor el Ing. Fernando Sánchez Sarmiento, con la colaboración del Ing. Carlos A. Ninci.

e, el espesor total en la base del perfil.

p, compresión para la junta de base en el paramento de aguas arriba embalse lleno.

k, densidad de la mampostería.

$\mu = \frac{m}{e}$, coeficiente para el que se prescribe adoptar el valor 0.03

$\eta = \frac{e_o}{e}$, coficiente cuyo valor puede tomarse comprendido entre 1/20 a 1/3.

$\gamma = \frac{p}{y}$, coeficiente para el que se adopta comúnmente: $\gamma = 1$.

Es de notar, que la proyección m del paramento mojado y el espesor de corona e_o, dependen de la longitud e que resulta para la base, mediante los respectivos coeficientes μ y η cuyos valores antes expresados, se indican como los más convenientes para esta clase de perfiles.

Expresando la compresión unitaria p, para la arista A del paramento interior que da la ley del trapecio, en función de la distancia ε del centro de presión de la resultante de las fuerzas exteriores, al extremo exterior T del tercio central en la junta de base, se tiene

$$p = \frac{6N\varepsilon}{e^2}. \qquad (1)$$

Designando ahora con Q la componente horizontal del empuje del agua, con π la componente vertical, con N la carga total sobre la base, y tomando momentos con respecto al punto T, se tiene la siguiente ecuación de equilibrio estático:

$$\varepsilon = \frac{M_T \pi + M_T P_2 + M_T P_1 - M_T Q}{N},$$

o bien

$$\varepsilon = \frac{1}{N}\left(M_T \pi + M_T P_2 + M_T P_1 - \frac{y^3}{6}\right),$$

expresión que sustituida en (1), da

$$p = \frac{6}{e^2}\left(M_T \pi + M_T P_2 + M_T P_1\right) - \frac{y^3}{e^2},$$

de donde

$$\frac{y^2}{e^2} = \frac{6}{ye^2}\left(M_T \pi + M_T P_2 + M_T P_1\right) - \gamma,$$

luego

$$e = \frac{y}{\sqrt{\frac{6}{e^2 y}\left(M_T \pi + M_T P_2 + M_T P_1\right) - \gamma}}.$$

En ella se tiene

$$M_T \pi = \left(\frac{2}{3}e - \frac{m}{3}\right) \cdot \frac{my}{2} = \frac{y}{6} m (2e - m) = \frac{e^2 y}{6} \mu (2 - \mu),$$

$$M_T P_2 = \left[\frac{2}{3}e - \frac{1}{3}(m + e)\right] \frac{Key}{2} = \frac{e - m}{3} \cdot \frac{Key}{2} = \frac{e^2 y}{6} K (1 - \mu),$$

$$M_T P_1 = \left[\frac{2}{3}e - \left(m + \frac{2}{3}e_0\right)\right] \frac{K e_0^3 y}{2(e - m)} = \frac{2e - 3m - 2e_0}{3} \cdot \frac{K e_0^2 y}{2(e - m)} =$$

$$= \frac{e^2 y}{6} \; \frac{2 - 3\mu - 2\eta}{1 - \mu} \; K \eta^2,$$

y por consiguiente :

$$e = \frac{y}{\sqrt{\mu(2 - \mu) + K(1 - \mu) + K\eta^2 \frac{2 - 3\mu - 2\eta}{1 - \mu} - \gamma}},$$

o sea finalmente,

$$e = \frac{y}{\sqrt{K - \gamma - \mu(\mu + K - 2) + K\eta^2 \frac{2 - 3\mu - 2\eta}{1 - \mu}}} \quad . \qquad (2)$$

Asi también

$$N = \pi + P_2 + P_1 = m\frac{y}{2} + e\frac{y}{2}K + \frac{e_0}{2} \; \frac{e_0 y}{e - m} K,$$

de donde

$$N = \frac{ey}{2}\left(\mu + K + \frac{K\eta^2}{1 - \mu}\right). \qquad (3)$$

La posición del centro de gravedad del macizo, se determina, por una simple ecuación de momentos tomados con respecto al punto A :

$$V = \frac{M_A P_1 + M_A P_2}{P_1 + P_2},$$

en la que

$$M_A P_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{e_0^2 yK}{e-m}\left(m + \frac{2e_0}{3}\right) = \eta^2 e^2 \cdot \frac{yK}{6} \cdot \frac{2\eta + 3\mu}{1-\mu},$$

$$M_A P_2 = \frac{1}{2} e yK \cdot \frac{1}{3}(m+e) = e^2 \cdot \frac{yK}{6}(1+\mu),$$

$$P_1 + P_2 = \frac{yK}{2}\left(\frac{e_0^2}{e-m} + e\right) = e\frac{yK}{2} \cdot \frac{1-\mu+\eta^2}{1-\mu}, \qquad (3')$$

luego

$$V = \frac{e}{3} \cdot \frac{1-\mu^2+\eta^2(2\eta+3\mu)}{1-\mu+\eta^2}. \qquad (4)$$

Coronamiento - La superficie del triángulo C D E, se sustituye por la C F G (fig. 2), siendo F G un arco de parábola, a condición de que la posición de sus respectivos centros de gravedad, no varíe con relación a la vertical que pasa por el punto C; se trata de determinar la ecuación de la parábola, - la que debe ser tangente a la recta C B y tener por eje la C D contenida en el plano de corona.

La condición impuesta se traduce en la siguiente ecuación de momentos, tomados con respecto al vértice C :

$$M_c . \overline{CGH} - M_c . \overline{FGH} = \overline{CFG} . \frac{2}{3} e_0 \qquad (5)$$

siendo $e_0 = \overline{CD}$ la dimensión teórica del coronamiento.

Si se designa con $u = \overline{CH}$ y $v = \overline{GH}$, se tiene separadamente:

$$M_c . \overline{GCH} = \frac{uv}{2} \cdot \frac{2u}{3} = \frac{uv}{3} \cdot u,$$

$$M_c . \overline{FGH} = \frac{2}{3} \cdot \frac{u}{2} \cdot v \cdot \left(\frac{3}{5}\frac{u}{2} + \frac{u}{2}\right) = \frac{uv}{3} \cdot \frac{4u}{5}$$

$$\overline{CFG} . \frac{2}{3} e_0 = \left(\frac{uv}{2} - \frac{uv}{3}\right) \cdot \frac{2e_0}{3} = \frac{uv}{6} \cdot \frac{2e_0}{3} = \frac{uv}{3} \cdot \frac{e_0}{3},$$

valores que sustituidos en la (5) da, previa reducción:

$$u - \frac{4u}{5} = \frac{e_0}{3}, \qquad \text{de donde} \qquad u = \frac{5}{3} e_0 \qquad (6)$$

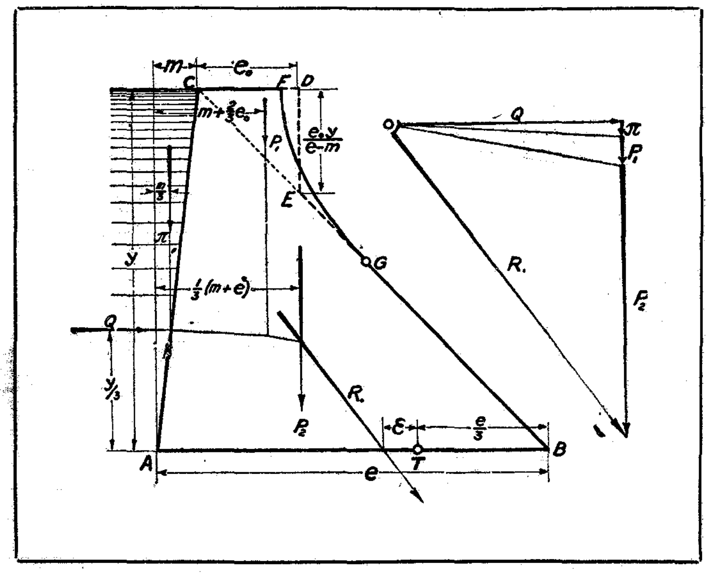
m
e₀
C
F
D
m+⅔e₀
P₁
e₀.y / e-m
E
G
O
Q
π
P₁
R.
P₂
y
⅓(m+e)
Q
y/3
P₂
R.
ε
e/3
A
T
B
e

Fig. 1

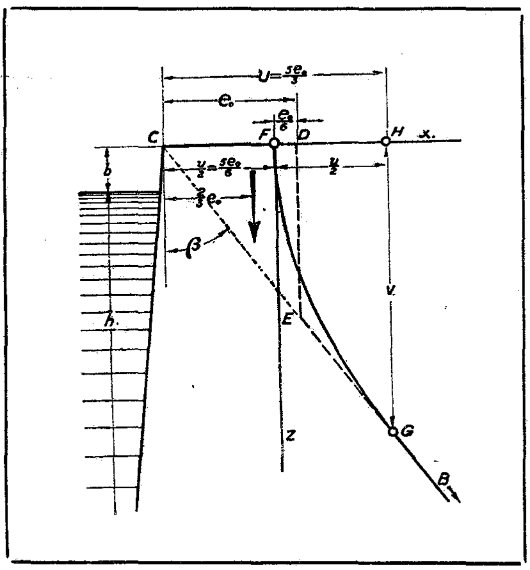
v = 5e₀/3
e₀
e₀/6
C
F
D
H
x.
b
v/2 = 5e₀/6
v/2
⅔e₀
β
v.
h.
E
G
z
B

Fig. 2

Asi resulta el espesor práctico en corona

$$\overline{CF} = \frac{u}{2} = \frac{5}{6} e_o \; ;$$

como también además:

$$\overline{FD} = \frac{e_o}{6}, \qquad \text{y} \qquad \overline{GH} = V = u \cot g \beta = \frac{5}{3} e_o \cot g \beta \; . \tag{7}$$

Con las relaciones (6) y (7) se tienen los suficientes elementos para determinar el parámetro de la parábola de vértice F, siendo G uno de sus puntos y tomando por ejes las rectas Fx y Fz; así pues

$$\text{parámetro} \quad 2p = \frac{V^2}{u/2} = \frac{\frac{25}{9} e_o^2 \cot g^2 \beta}{\frac{5}{6} e_o} = \frac{10}{3} e_o \cot g^2 \beta,$$

de consiguiente, resulta para la parábola la ecuación:

$$z^2 = \frac{10}{3} e_o \cot g^2 \beta . x .$$

Finalmente, con los datos del problema, se tiene

$$e_o = \eta e, \qquad \cot g \beta = \frac{y}{e - m} = \frac{y}{e(1-\mu)},$$

y entonces

$$z^2 = \frac{10\eta}{3e} . \left(\frac{y}{1-\mu} \right)^2 x \; . \tag{8}$$

Por otra parte, la superficie parabólica $\overline{CFG}$ es menor que la del triángulo $\overline{CDE}$ que sustituye.

En efecto:

$$\overline{CDE} = \frac{1}{2} e_o \overline{DE} = \frac{1}{2} e_o^2 \frac{V}{u} = \frac{3}{10} e_o V,$$

$$\overline{CFG} = \frac{uV}{6} = \frac{5}{18} e_o V,$$

y por tanto

$$\frac{\overline{CDE}}{\overline{CFG}} = \frac{3/10 \; e_o V}{5/18 \; e_o V} = \frac{27}{25}$$

de modo que

$$\overline{CDE} = \frac{27}{25}\,\overline{CFG} = 1.08\,\overline{CFG}$$

o también

$$\overline{CFG} = \frac{25}{27}\,\overline{CDE} = 0.926\,\overline{CDE}.$$

Esta diferencia es tan insignificante, que generalmente no se la toma en cuenta al calcular este perfil.

De los perfiles que responden a la teoría moderna de diques, el de Bellet es el más recomendable para un anteproyecto, lo que se confirma, si con los resultados que dan las fór– (2), (3'), (4) y (8) se forma un cuadro para los distintos valores de η, tomando $\mu = 0.03$, $\gamma = 1$ y $k = 2.3$.