AÑO 8. Nº 1. MARZO DE 1921

OPERACIONES PRACTICAS DE ASTRONOMIA ESFERICA

Determinación de la posición geográfica de un punto

Considerando que la falta material de tiempo durante los estudios de Ingeniería, impide practicar debida y asiduamente, esta rama tan importante de la astronomía y que, si bien es cierto, que existen muchas y excelentes obras al respecto, no indican en la generalidad de los casos, el camino a seguir para obtener la posición geográfica de un punto, de la manera más fácil, rápida y exacta, he creído prestar una modesta ayuda a los señores estudiantes y aún a los señores ingenieros que se hayan preocupado poco de estos trabajos, encarando la solución práctica de este complejo problema y colocándome en las condiciones más corrientes; es decir, disponiendo del material científico mínimo y absolutamente imprescindible para esta clase de operaciones.—Es así que supongo al operador, sobre el terreno, munido de su teodolito, un sextante, uno o varios cronómetros con la hora del primer meridiano y demás elementos, como ser: termómetros, barómetros, cintas de medir, etc., inclusive tablas de logaritmos vulgares, idem de adición y sustracción, efemérides (para mis operaciones, Connaissance des Temps, año 1918) y algunos otros libros útiles, Colección de tablas de Mendoza o bien de Navegación, de Pastor y Bachmann y obras de astronomía esférica (Brünnow, Pastor, etc.), tratados de Trigonometría y otros de matemáticas, con aplicación directa a nuestros cálculos.

Dispuestas así las cosas, puede verse en el presente trabajo el modo cómo he procedido y que, en resumen, es el siguiente:

1°.—A la determinación de la meridiana;

2°.—A la determinación de la latitud; y

3°.—A la determinación de la longitud.

Con el objeto de que los elementos a determinar sean independientes unos de los otros, y como supongo *únicamente conocida la hora del primer meridiano* (*Greenwich*), llego a la siguiente conclusión:

Que *ante todo* debo determinar la *meridiana*, puesto que, conocida ésta, obtendré fácilmente la *latitud* y la *hora local*, y por ende, la *longitud* del punto de observación.

Prescindiendo de algunos métodos especiales y que expondré en seguida, diré: que encuentro dos métodos aplicables al caso, el de *alturas correspondientes* de un astro o el de *mayores elongaciones* por las *cuatro tangentes*.—Obtenida por cualquiera de estos métodos, un primer valor de la *meridiana*, determino la latitud y con ésta, que es un elemento nuevo que introduzco en los cálculos, determino otra vez aquella y puedo así comparar y promediar los resultados y aún calcular los errores probables cometidos, como podrá verse al final de este estudio.

Análogamente procedo para la obtención de los otros elementos.

Como métodos especiales y con los cuales puede obtenerse la posición del punto, he aplicado el de Gauss y de Cagnoli, (ver apéndice), los cuales por su sencillez, por eliminar los errores instrumentales y buenos resultados, si se tiene la prolijidad de elegir los astros en posiciones favorables, recomiendo muy especialmente.

También agrego en el Apéndice tablas de *mayor elongación* para las latitudes comprendidas entre 29 y 35° (que abarca la provincia de Córdoba) y otras, y solución de algunos problemas interesantes y de inmediata aplicación práctica.

Antes de terminar, me permito aconsejar que, con el objeto de no tropezar con dificultades en los cálculos e interpretación de sus resultados, se dé un repaso a la Trigonometría, sobre todo en lo que se refiere al valor de las líneas y signos que, como es bien sabido, influyen de una manera fundamental en los cálculos.

Bosquejado así este trabajo, solo me resta manifestar, lo repito, que el propósito principalísimo que lo ha inspirado, es, el de contribuir dentro de la más modesta esfera a facilitar la tarea de los operadores, cuando se vean en el caso de tener que abordar la solución de este interesante problema, Si alguna utilidad puede prestarles se habrán satisfecho ampliamente mis aspiraciones.

Francisco Roque
Ingeniero Civil

Córdoba—1919.

CAPITULO I.

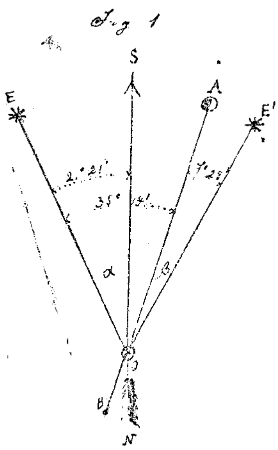
Determinación de la meridiana

1.—*Por alturas iguales de un astro a uno y otro lado de ella* — (alturas correspondientes).

Este es uno de los métodos más sencillo y práctico, como también más exacto, sobre todo, si se observan alturas de estrellas.

Ejemplo:

El 18 de octubre de 1918, se ha observado al Naciente una altura de *Achernar,* siendo el ángulo que hace esta estrella con la línea de fé igual a 35° 14'; cuando la estrella ha llegado a la misma altura al Poniente, el ángulo que ella forma con la línea es de 7° 28'.



Se quiere encontrar la posición de la línea meridiana.

Como se vé en la figura, el ángulo formado por la estrella en sus dos posiciones, cuando tiene la misma altura, es igual a $\alpha + \beta = 35^{a}\ 14' + 7^{\circ}\ 28' = 42^{\circ}\ 42'$; luego la posición de la línea meridiana es la de la bisectriz de este ángulo o sea la que hace un ángulo con cualquiera de las líneas E O, E' O, igual a ½ 42° 42' igual a 21° 21'; por consiguiente el ángulo que hace la línea de fé A B con el punto Sur (S) o sea el azimut de esta línea, es S.35° 14' — 21° 21' O, o sea S.13° 53' O.

Manera de operar:

Colocado el instrumento en el punto O, perfectamente nivelado y hecha la coincidencia de los ceros del nonius y del limbo azimutal, aflojaremos el tornillo de presión inferior y haremos girar todo el instrumento hasta que el anteojo se encuentre en dirección a la estrella E.—En seguida buscaremos ésta y llevaremos la posición del anteojo hasta que el cruzamiento de los hilos del retículo coincida con la estrella; en este momento fijaremos el limbo azimutal y zenital; después, aflojando el tornillo de presión superior, haremos girar la alidada, llevaremos el anteojo a la posición A O (línea de fé) y leeremos el ángulo E O A que, en nuestro caso, es de 35° 14'.—En seguida y sin variar la posición del anteojo en altura, esperaremos que la estrella venga a coincidir con el cruzamiento de los hilos del retículo del otro lado de la línea de fé lo que, para nuestro ejemplo, tuvo lugar, cuando el ángulo A O E' fué igual a 7° 28.—Luego, la meridiana hará con A O, un ángulo igual a 21° 21' — 7° 28 o 35° 14' — 21° 21 igual a 13° 53', como se ha dicho. En lugar de tomar una sola altura a ambos lados del meridiano, pueden tomarse varias, cambiando la posición del anteojo en el sentido vertical y sacar el promedio de los resultados, para obtener un sólo valor del azimut de la línea de fé, que en este caso será muy exacto, por cuanto los errores se hacen más pequeños, promediando los resultados.

Cuando el astro observado es el Sol, hay que tener en cuenta la variación de la declinación para aplicar la corrección correspondiente al ángulo formado por el Sol en sus dos posiciones al Este y Oeste del meridiano. Esta fórmula es la siguiente:

$$\text{Corrección} = \frac{\Delta\ \delta}{\cos\delta\ \text{sen}\ t} \qquad \text{en la cual}$$

$\Delta\ \delta$ = Variación de la declinación en el intervalo de tiempo comprendido entre las horas de ambas observaciones, igual a (T' — T) x var. horaria.

φ = Latitud.

$$t = \frac{T' - T}{2} \text{ reducido a arco}$$

Aplicando esta fórmula obtenemos la corrección para el arco de horizonte total (A' — A).—Por consiguiente, restando de este valor la corrección y partiendo el resultado por 2, tendremos la dirección de la meridiana, medida a partir de cualquiera de ambas posiciones del Sol.

Como se vé, es necesario conocer la latitud del lugar, la que puede obtenerse procediendo en la forma que se indica en el artículo correspondiente.

Ejemplo: El día 12 de febrero de 1919, en Villa Allende, latitud 31° 17' Sur, se observaron las siguientes alturas *iguales* del borde inferior del Sol, a las horas que se indican a continuación y a uno y otro lado del meridiano. La posición del astro en el retículo, era la siguiente: 
y los ángulos azimutales, con la línea de fé, iguales a 78° 40' y 76° 53 al Este y Oeste, respectivamente. Se pide la dirección de la línea meridiana.

— *Naciente* —

h = 43° 42' (borde inferior);
A = 261° 43' (borde oriental. *Lectura circ. azimutal;*
Hora = 9^h 13^m de la mañana.

— *Poniente* —

h = 43° 42, (borde inferior);
A' = 106° 10' (borde oriental) *Lectura circ. azimutal;*
Hora = 3^h 11^m 29^s de la tarde.

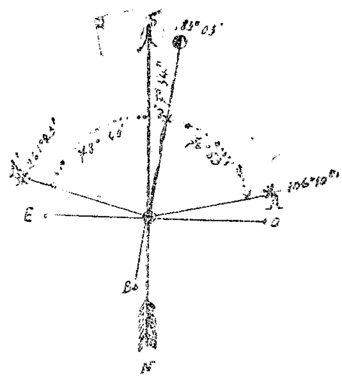
Línea de fé — Lectura círculo azimutal 183° 03'

Si nos fijamos en la figura, veremos que los ángulos azimutales del Sol con la línea de fé, son iguales a 78° 40' y 76° 53', respectivamente, es decir, que:

$A_z = 78° \, 40'$ al Este

$A'_z = 76° \, 53'$ al Oeste

Fig. 2



$T' - T = 5^h \, 58^m \, 29^s = 5^h,97$

$t = \frac{T' - T}{2} = 2^h \, 59^m 14^s = 44°48'30''$

Var. $\underline{\delta}$ el $12 = 49'', 46$

$\triangle \delta = 5^h,97 \times 49'', 46 = 295'' = +$
$+ \, 4' \, 55''$

$$\left(\begin{array}{l} \log. S = \log. \cos \varphi + \\ \quad + \log. \text{sen} \ t \end{array} \right) \left\{ \begin{array}{l} \log. \triangle \delta = \underline{2.4698220} \\ \log. \cos \varphi = 9.9317679 \\ \log. \text{sen} \ t = \underline{9.8480273} \\ \log. S = \underline{9.7797952} \end{array} \right.$$

Log. corr para $(A' - A) = 2.6900268$ (log. $\triangle \delta$ — log. S)
Correc. total $= 489'' = 8' \, 09''$

Correc. para $\frac{A' - A}{2} = 4' \, 04''$

$A' - A = 155° \, 33'$ $\quad \frac{A' - A}{2} = 77° \, 46' \, 30''$

Correc. $= \underline{0.° \; 4' \, 04''}$

Dirección meridiana $= 77° \, 42' \, 26''$

1.ª observación $= 78° \, 40' \, 00''$

Azimut línea de fé $= 0° \, 57' \, 34''$ al Oeste

Como se vé, el método es un poco molesto y exige mucha precaución en las observaciones, por lo cual es preferible tomar alturas de estrellas.

2°.—*Determinación de la meridiana por la mayor elongación de dos estrellas circumpolares.*

Método de las cuatro tangentes.

Aquí solo nos ocuparemos de este método, por cuanto el otro, lo he tratado extensamente en el artículo que publiqué el año próximo pasado, en la "Revista del Centro de Estudiantes de Ingeniería".

Consiste éste en observar las mayores elongaciones de dos estrellas, al uno y otro lado del meridiano y en aplicar cualquiera de las fórmulas siguientes:

$$(1)\ \text{tg. } {}^1/_2\,(A - A') = - \text{tg. } {}^1/_2\,(A + A')\ \text{tg. } {}^1/_2\,(d + d')\ \text{tg. } {}^1/_2\,(d - d')$$

$$(2)\ \text{tg. } {}^1/_2\,(A + A'') = - \text{tg. } {}^1/_2\,(A - A'')\ \text{cot. } {}^1/_2\,(d + d'')\ \text{cot. } {}^1/_2\,(d - d'')$$

Es conveniente, para la mayor exactitud, que cuando se aplique la fórmula (1), las declinaciones de las estrellas sean muy poco diferentes y cuando la (2) sea su diferencia lo más grande posible.

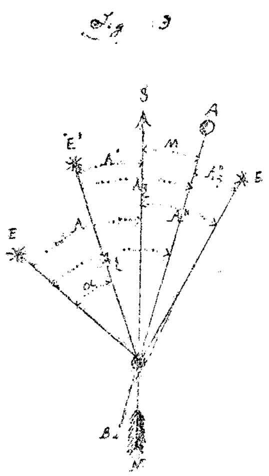
Para determinar la hora aproximada de las mayores elongaciones, emplearemos la fórmula:

$$\cos t = \frac{\text{tg}\ \varphi}{\text{tg}\ \delta}$$

que nos dará el ángulo horario, del cual deduciremos la hora sideral de las mayores elongaciones y que convertiremos en hora media por el procedimiento conocido, (Nº 28. Tomo VI. Revista del Centro Estudiantes de Ingeniería).—En cuanto a la latitud, siempre podremos obtenerla aproximadamente, por la culminación de una estrella cualquiera o por un mapa de la región donde operamos.

Como puede verse en la figura, E, E', E'' son las posiciones de tres estrellas en el momento de sus mayores elongaciones.

Si se observan éstas de un solo lado de la meridiana, conoceremos siempre (A — A') puesto que este ángulo que llamaremos α y que es igual a la diferencia de sus azimutes, en el instante de sus mayores elongaciones, es igual a la diferencia de los ángulos azimutales $A_z - A'_z$ (ángulo que hacen las estrellas con la línea de fé A, B), medidos contemporáneamente. Es decir, que tendremos:



$$A - A' = A_z - A'_z \qquad (a)$$

Para las posiciones E y E'' tendremos evidentemente que

$$A + A'' = A_z + A''_z \qquad (b)$$

Dos ejemplos nos harán ver el procedimiento.

1.—El día 25 de octubre de 1918, se han observado las mayores elongaciones de Achernar y γ Hidra (m) de un mismo lado del meridiano (al Naciente), obteniendo como valores de A_z y A'_z 52°, 42', 20'' y 32° 08', respectivamente. Determinar el valor de A. (Ver figuras 1er. y 2° caso).

Según la fórmula (a), tenemos que

$$A - A' = A_z - A'_z = 52° 42' 20'' - 32° 08' = 20° 34' 20''$$

d (declinación Achernar) = — 57° 39' 22''

d' (declinación γ Hidra) = — 74° 29' 48''

de donde

$$d + d' = 132° \ 09' \ 10'' \qquad d - d' = 16° \ 50' \ 26''.$$

Aplicando la fórmula:

$\operatorname{tg} \frac{1}{2}(A + A_1) =$ tendremos

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2}(A + A_1) = - \operatorname{tg} \frac{1}{2}(20°34'20'') \operatorname{ctg} \frac{1}{2}(132°09'10'') \cot \frac{1}{2}(16°50'26'')$$

$$\text{tg } {}^1/_2 (A + A_1) = - \text{tg } 10^\circ 17' 10'' \text{ cot } 66^\circ 04' 35'' \text{ cot } 8^\circ 25' 13''$$

$$\begin{array}{lr} \log \text{ tg } {}^1/_2 (A + A_1) = \log \text{tg } 10^\circ 17' 10'' & 9.2588297 \\ + \log \cot 66^\circ 04' 35'' & 9.6470231 \\ + \log \cot \ 8^\circ 25' 13'' & 0.8296539 \\ \hline \log \text{ tag } {}^1/_2 (A + A_1) = & 9.7355067 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \tfrac{1}{2} (A + A_1) &= 28^\circ 32' 28'' \\ A + A_1 &= 57^\circ 04, 56'' \\ A - A_1 &= 20^\circ 34' 20'' \\ (\text{suma}) \ 2 \ A &= 77^\circ 39' 16'' \\ A &= 38^\circ 49' 38'' \end{aligned}$$

Por consiguiente, el azimut M de la línea de fé, es igual a

$$A_z - A = 52^\circ 42' 20'' - 38^\circ 49' 38'' = \underline{13^\circ 52' 42'' \text{ S. O.}}$$

2.—El mismo día se operó con Achernar y α Triángulo Austral. Determinar el valor de A.

$$A + A_1 = A_z + A_{,z} = 52^\circ 42' 20'' + 11^\circ 05' 40'' = 63^\circ 48' 00''$$

$$\begin{aligned} d &= - 57^\circ 39' 22'' \\ d' &= - 68^\circ 52' 30'' \\ d + d' &= 126^\circ 31' 52'' \\ d - d' &= 11^\circ 13' 08'' \end{aligned}$$

Apliquemos la fórmula (1):

$$\text{tg } \tfrac{1}{2} (A - A_,) = - \text{tg } \tfrac{1}{2} (A + A_,) \text{ tg } \tfrac{1}{2} (d + d') \text{ tg } \tfrac{1}{2} (d - d')$$

$$\text{tg } \tfrac{1}{2} (A - A_1) = \text{tg } 31^\circ 54' 00'' \text{ tg } 63^\circ 15^\circ 56'' \text{ tg } 5^\circ 36' 34''$$

$$\begin{array}{lr} \log \text{ tg } \tfrac{1}{2} (A - A_1) = \log \text{ tg } 31^\circ 54' 00'' & 9.7941011 \\ + \log \text{ tg } 63^\circ 15' 56'' & 0.2978271 \\ + \log \text{ tg } \ 5^\circ 36' 34'' & 8.9921877 \\ \hline \log \text{ tg } \tfrac{1}{2} (A - A_,) = & 9.0841159 \end{array}$$

$$
\begin{aligned}
\tfrac{1}{2}\,(A - A_{,}) &= 6^\circ\ 55'\ 12'' \\
A - A_{,} &= 13^\circ\ 50'\ 24'' \\
A + A_{,} &= 63^\circ\ 48'\ 00'' \\
2\,A &= 77^\circ\ 38'\ 24'' \\
A &= \underline{\underline{38^\circ\ 49'\ 12''}}
\end{aligned}
$$

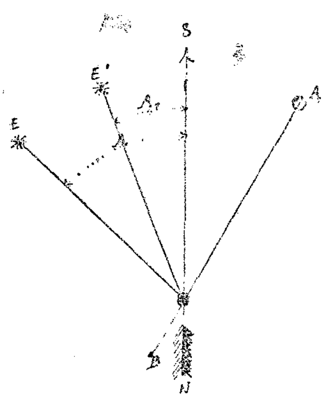
Azimut línea de fé igual a

$52^\circ\ 42'\ 20'' - 38^\circ\ 49'\ 12'' = \underline{13^\circ\ 53'\ 08'}$ S. O.

En el primer caso hemos obtenido el valor de $(A + A_{,})$ conociendo $(A - A_{,})$ y en el segundo el de $(A - A_{,})$ conociendo $(A + A_{,})$.

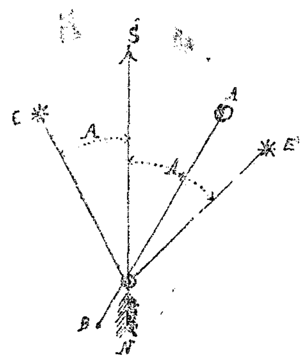
1er. caso.

Fig 4



2do. caso.

Fig 5



Nota:—Es indiferente aplicar cualquier fórmula de las *dos* a cualquier caso, pues siempre conocemos tres elementos de los cuatro; luego podremos obtener el que nos falta.

Ejemplo:

Resolvamos el primer caso, para el cual aplicamos antes la fórmula (2) aplicando ahora la (1). Como nuestra incógnita es $\frac{1}{2}$ (A + A,) tenemos que:

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(A + A,) = \frac{\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(A - A,)}{\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(d + d') \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(d - d')} \text{ ; luego}$$

$$\log \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(A + A,) = \log \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(20^\circ\ 34'\ 20'') -$$
$$- \log \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(132^\circ\ 09'\ 10'') - \log \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(16^\circ\ 50'\ 26'')$$
$$\log \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(A + A,) = \log \operatorname{tg} 10^\circ\ 17'\ 10'' - \log \operatorname{tg} 66^\circ\ 04'\ 35'' - \log \operatorname{tg} 8^\circ\ 25'\ 13''$$

$$\begin{array}{lr}
\log \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(A + A,) = \log \operatorname{tg} 10^\circ\ 17'\ 10'' & \underline{9.2588297} \\
\quad - \log \operatorname{tg} 66^\circ\ 04'\ 35'' & 0.3529770 \\
\quad - \log \operatorname{tg} 8^\circ\ 25'\ 13'' & \underline{9.1703026} \\
 & 9.5232796 \\
\log \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(A + A,) = & 9.7355501
\end{array}$$

$$\tfrac{1}{2}(A + A_1) = 28^\circ.32'\ 36''$$
$$A + A, = 57^\circ\ 05'\ 12''$$
$$A - A, = 20^\circ\ 34'\ 20''$$
$$2A = 77^\circ\ 39'\ 32''$$
$$A = 38^a\ 49'\ 46''$$

Como vemos, este resultado difiere en segundos de los otros. El azimut de la línea de fé será:

52° 42' 20'' — 38° 49' 46'' = 13° 52' 34'' S.O.

3.— *Determinación de la meridiana por alturas absolutas de un astro.*

La determinación de la meridiana por este método, exige el conocimiento de la latitud, — la cual podemos calcular fácilmente por alturas meridianas, desde el momento que ya tenemos establecido el meridiano del lugar, por las observaciones anteriores.[1]

(1)—Ver capítulo siguiente: Latitud.—

El método consiste en tomar una serie de alturas y de ángulos azimutales correspondientes, adoptando el promedio aritmético de ellas para reducirlas a una sola altura y ángulo azimutal; o bien determinar el azimut del astro para cada altura y promediar los resultados.

Las fórmulas correspondientes más usuales son las que siguen:

$$(1)\ \cos^2 {}^1/_2\, A = \frac{\text{sen } k \text{ sen } (k - d)}{\text{sen } Z \text{ sen } c}$$

$$(2)\ \text{tg}^2 {}^1/_2\, A = \frac{\cos k \cos (k - d)}{\text{sen } (k - h) \text{ sen } (k - \varphi)} \text{ en las que}$$

(para 1) $2\,k = h + d + c$ — c = colatitud

(para 2) $2\,k = h + \varphi + d$ — d = distancia polar

$c = 90^\circ - \varphi$ — Z = distancia zenital

$d = 90^\circ \pm \delta$ — φ = latitud

$z = 90^\circ - h$ — δ = declinación

h = altura del astro

Apliquemos la primera a un ejemplo:

1.—El día 15 de marzo de 1918, se tomaron varias alturas de Castor al Poniente de la línea de fé, cuyo promedio corregido de la refracción, fué de 24° 11'.—El ángulo azimutal con la línea de fé, era igual a 12° 04'.

Se pide el azimut de la línea de fé.

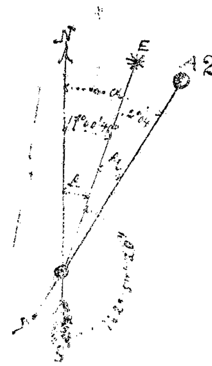
$\varphi =$	31° 35' S	colog sen Z		0.0398912
$\delta = +$	32° 04'	,, ,, c		0.0688478
$Z =$	65° 49'	log ,, k		9.9224377
$d =$	122° 04' ($90^\circ + \delta$)	,, ,, (k — d)		8.3087941
$c =$	58° 35	,,	$\cos^2 {}^1/_2\, A =$	8.3399708
$2\,k =$	246° 28	,,	$\cos {}^1/_2\, A =$	9.1699854
$k =$	123° 14'	${}^1/_2\, A =$ 81° 29' 40"		
$k - d =$	1° 10'	$A =$ 162° 59' 20"		

Por consiguiente, el azimut de la estrella es S 162° 59' 20'' E ó N 17° 00' 40'' E; luego, la línea de fé tiene por azimut:

$$\alpha = A + Az = 17^{\circ}\ 00'\ 40'' + 12^{\circ}\ 04' = 29^{\circ}\ 04'\ 40''\ \ \text{N. E.}$$

2.—Pollux — h = 29° 44' A,z = 38° 21' (al O. Línea de fé). Apliquemos la fórmula (2) y tendremos:

Fig. 6

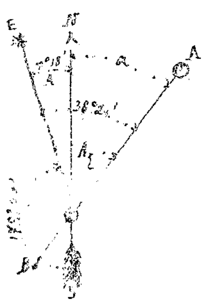


$$h = 29^{\circ}\ 44' \qquad \delta = 28^{\circ}\ 13'$$
$$\varphi = -\ 31^{\circ}\ 25' \qquad d = 61^{\circ}\ 47'$$
$$d = 61^{\circ}\ 47' \qquad \log\cos 30^{\circ}\ 03'\ \ 9.9373116$$
$$2k = 60^{\circ}\ 06' \qquad \text{"}\ \ \text{"}\ \ 31^{\circ}\ 44'\ \ 9.9296770$$
$$k = 30^{\circ}\ 03' \qquad \text{colog. sen}\ 0^{\circ}\ 19'\ \ 2.2575225$$
$$k - d = -\ 31^{\circ}\ 44' \qquad \text{"}\ \ \text{"}\ \ 61^{\circ}\ 28'\ \ 0.0562388$$
$$k - h = 0^{\circ}\ 19' \qquad \log tg^{2}\ {}^{1}/_{2}\ A \quad 2.1807499$$
$$k - \varphi = 61^{\circ}\ 28' \qquad \log tg\ {}^{1}/_{2}\ A \quad 1.0903749$$
$${}^{1}/_{2}\ A = 85^{\circ}\ 21'$$
$$A = 170^{\circ}\ 42'$$

Luego el azimut de la estrella, es igual a S. 170° 42' O., o N. 9° 18' O.; por consiguiente, el azimut de la línea de fé, es:

Fig. 7

$$\alpha = Az - A = 38^{\circ}\ 21' - 9^{\circ}\ 18' = 29^{\circ}\ 03'\ 00''\ \ \text{N. O.}$$



Según el estudio de estas fórmulas, hecho por mis distinguidos colegas, ingenieros J. del Viso y J. Morra, y publicado en el Nº 2, año 1, setiembre de 1914, de la Revista de la Universidad Nacional de Córdoba, la segunda fórmula es la más conveniente aplicar, por las siguientes razones:

1°. — "Porque se aplica indistintamente y de la misma manera a los dos hemisferios".

2°. — "Porque no se aparta de la convención general y universal que rige con respecto a los signos de φ y δ.".

3°. — "Porque dá siempre los azimutes referidos al polo sur, en concordancia con la definición de azimut".

4°. — "Porque la regla práctica para determinar el signo de la fórmula, es general y no tiene excepción".

Otro ejemplo:

3.—El promedio de varias alturas de α Cruz, fué de 41° 16' y el ángulo al Naciente con la línea de fé 45° 49'. ¿Cuál es el azimut de la línea de fé?

$$\delta = -\ 62^\circ\ 38'\ 30''$$
$$\varphi = -\ 31^\circ\ 24'\ 50''$$

Aquí tenemos que

$h =$	$41^\circ\ 16'\ 00''$	$= +\ 41^\circ\ 16'\ 00''$
$\varphi =$	$-\ 31^\circ\ 24'\ 50''$	$= -\ 31^\circ\ 24'\ 50''$
$d =$	$90^\circ - (-\ 62^\circ\ 38'\ 30'')$	$= +\ 152^\circ\ 38'\ 30''$
$2\ k =$		$=\ 162^\circ\ 29'\ 40''$
$k =$		$= +\ 81^\circ\ 14'\ 50''$
$k - d =$	$81^\circ\ 14'\ 50'' - 152^\circ\ 38'\ 30''$	$= -\ 71^\circ\ 23'\ 40''$
$k - h =$		$= +\ 39^\circ\ 58'\ 50''$
$k - \varphi =$	$81^\circ\ 14'\ 50'' - (-\ 31^\circ\ 24'\ 50'')$	$= +\ 112^\circ\ 39'\ 40''$

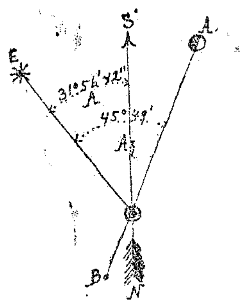
Cálculo

log cos k	9.1823328
log cos (k — d)	9.5038604
colog sen (k — h)	0.1921082
,, ,, (k — φ)	0.0348925
log $tg^2\ {}^1/_2$ A	8.9131939
log tg ${}^1/_2$ A	9.4565969

$${}^1/_2\ A = 15^\circ\ 58'\ 06''$$
$$A = 31^\circ\ 56'\ 12''$$

AÑO 8. Nº 1. MARZO DE 1921

Fig. 8



Por consiguiente, el azimut α de la línea de fé, es:

$$\alpha = Az - A = 45^\circ 49' 00'' - $$
$$- 31^\circ 56' 12'' = 13^\circ 52' 48''$$

Nota:—Como se vé, para aplicar la fórmula (1), habrá que sumar a δ 90° o restar de 90 δ si δ y φ son de distinto o igual signo, respectivamente, con el objeto de obtener *d;* es decir, que:

Si δ y φ, iguales signos $d = 90^\circ - \delta$

Si δ y φ, diferentes signos $d = 90^\circ + \delta$.

En cuanto a la segunda, habrá que considerar a φ y δ con sus signos propios, positivos si son boreales y negativos si australes.

Circunstancias favorables para la aplicación de cada uno de los métodos:

1er. *método*

(Alturas iguales)

Deben hacerse las observaciones bastante alejadas del meridiano del lugar, para que las variaciones en azimut correspondientes a las alturas observadas, sean grandes.

2° *método*

(De las cuatro tangentes)

Para la aplicación de la fórmula (1), se procurará que las estrellas elegidas difieran muy poco en declinación y para la aplicación de la (2), que la diferencia sea la más grande posible.

3er. *método*

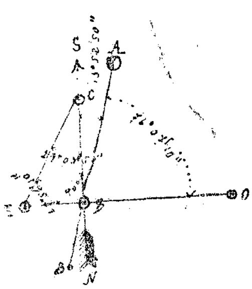
(Por una altura)

Las condiciones más favorables para las observaciones, es cuando el astro se encuentra cerca del vertical primero; de modo, pues, que será conveniente observar alturas de estrellas cuya declinación difiera poco de la latitud del lugar.

Resumen

Tenemos establecidas dos líneas de fé: *A B* y *C E'*, cuyos rumbos son S. 13° 52' 50'', O. y N. 29° 03' 50'' E.

Fig. 1.



En cualquier momento, pues, podremos trazar nuestra meridiana que nos servirá de base para las operaciones subsiguientes. Aquellos valores son los promedios de los obtenidos en los cálculos. B y C son los puntos de estación del instrumento.

CAPITULO II.

DETERMINACIÓN DE LA LATITUD

1.—*Latitud por dos alturas meridianas equizenitales.*

Se dice que dos alturas son equizenitales, cuando son próximamente iguales y corresponden a diferente lado del zenit. Este método es muy exacto, por cuanto los errores instrumentales se reducen al mínimun.

En lugar de tomar dos alturas, se pueden tomar varios pares, operando con cada uno aisladamente, y después sacar el promedio

La fórmula es:

$$\varphi = \frac{z + z_{,}}{2} + \frac{\delta + \delta'}{2}$$

z y z, = distancias zenitales;
δ y δ' = declinaciones.

1er. par de estrellas

	Sirio		β. Cruz
Altura corregida =	75° 11' 20"		62° 11' 10"
Z, =	— 14° 48' 40"	z =	27° 48' 50"
δ =	— 16° 36' 01"	=	— 59° 13' 47"
φ =	— 31° 24' 41"	φ =	— 31° 24' 57"

2.° par de estrellas

	α Cruz		Spiga
Altura corregida =	58° 54' 18"		69' 11' 35"
Z =	+ 31° 05' 42"	z, =	20° 48' 25"
δ =	— 62° 30' 27"	δ =	10° 36' 20"
φ =	— 31° 24' 25"	φ	— 31° 24' 45"

3er. par de estrellas

	Achernar		Rigel (β Orión)
Altura corregida =	63° 45' 15"		66° 52 25"
Z =	+ 26 14' 45"		— 23° 07' 35"
δ =	— 57° 39' 22"		— 8° 17' 45"
φ =	— 31° 24' 37"	φ =	31° 25' 20"

4.° par de estrellas

	Canopus		Rigel (β Orion)
Altura corregida =	68° 46' 06"		66° 52' 25"
z =	+ 21° 13' 54"		— 23 07, 35"
δ =	— 52' 39' 04"		— 8° 17' 45
φ =	— 31° 25, 10"	φ	— 31° 25' 20"

5.º par de estrellas

	Régulo	β Navío
Altura corregida =	46° 12' 50"	52° 01' 21"
Z =	— 43° 47' 10'	+ 37° 58' 39"
δ =	— 12° 21' 55"	— 69° 22' 39"
φ =	— 31° 25' 15"	φ — 31° 24' 00"

6.º par de estrellas

	α Orión	Canopus
Altura corregida =	51° 10' 57"	68° 46' 06"
Z =	— 38° 49' 03"	+ 21° 13' 54"
δ =	+ 7° 23' 33"	— 52° 39' 04"
φ =	— 31° 25' 30"	— 31° 25' 10"

Promedio latitud	1er.	par	= —	31° 24' 49"
»	» 2.º	»		» 24' 35"
»	» 3er.	»		» 24' 58"
»	» 4.º	»		» 25' 15"
»	» 5.º	»		» 24' 37"
»	» 6.º	»		« 25' 20"
	Suma		= —	188° 29' 34"
	Promedio		= —	31° 24' 56"

Nota:—Si las observaciones son buenas, debe haber poca diferencia entre las latitudes deducidas de cada par de alturas observadas.

2.—*Cálculo de la latitud, cuando se conoce el valor de la mayor elongación de una estrella.*

Aplicando el método de las *cuatro tangentes,* ya explicado, podremos obtener muchos valores de mayores elongaciones de estrellas y de ellos deducir otros tantos de latitud. Su promedio nos dará ésta con bastante aproximación.

De la fórmula:

$$\text{sen } A = \frac{\cos \delta}{\text{con } \varphi} \text{ deducimos que } \cos \varphi = \frac{\cos \delta}{\text{sen } A} \text{ (a)}$$

Aplicación:

1.—Se ha observado la mayor elongación de Achernar y resultó ser igual a 38° 49' 17''.

Calcular la latitud.

Aplicando la fórmula (a), tenemos:

$\log \cos \varphi = \log \cos \delta - \log \text{sen } A;$

$\log \cos \varphi = 9.7283536$

$\quad\quad\quad\quad - 9.7972024$

$\log \cos \varphi = 9.9311512 \qquad \varphi = 31° \ 25, \ 01''.$

2.—Se ha observado la mayor elongación de α Cruz y resultó de 32° 34' 50''.—Calcular la latitud.

Procediendo en la misma forma, tendremos que:

$\log \cos \varphi = 9.6623366$

$\quad\quad\quad\quad - 9.7311735$

$\log \cos \varphi = 9.9311631 \qquad \varphi = 31° \ 24' \ 50''.$

Si conocemos la dirección de la línea meridiana y aproximadamente la latitud, lo que siempre sucede, podemos determinar la hora a qué más o menos, tienen lugar las mayores elongaciones, y midiendo éstas, tendremos el elemento *A* de la fórmula anterior, que nos servirá para determinar la latitud.

El modo de proceder, es el siguiente: colocado el teodolito en estación, nivelado y hechas las coincidencias de los ceros, haremos girar el instrumento, hasta que el anteojo quede en el plano meridiano. En esta posición, ajustaremos el tornillo de presión inferior y aflojaremos el superior, de modo que el círculo azimutal superior o alidada pueda girar; entonces, dirigiremos la visual a la estrella cuya elongación queremos determinar, y siguiendo su marcha, observaremos el instante en que ella no sale del hilo vertical del retículo; lo que, como sabemos, tiene lugar, cuando su azimut es *máximo,* o lo que es lo mismo, *máxima su elongación.* Midiendo entonces este ángulo, obtendremos su valor (A) y lo introduciremos en la fórmula correspondiente, anterior, de la latitud.

3.—*Determinación de la latitud por la observación de dos alturas circunmeridianas de un astro.* (1)

Consiste este método en observar dos alturas de un astro antes o despues o antes y despues de su paso por el meridiano y muy próximo a él, como también las horas correspondientes. La diferencia entre la hora del paso del astro por el meridiano y las horas observadas, nos harán conocer los ángulos horarios P y P_1 correspondientes a las alturas h y h, que son los elementos que intervienen en la fórmula correspondiente para calcular la altura meridiana h_m

Fórmula:

$$h_m = {}^1/_2 (h + h_,) + {}^1/_2 (h_, - h) \frac{P^2 + P_,^2}{P^2 - P_,^2}$$

Ejemplo:

Se han observado dos alturas de *Achernar* muy próximas al meridiano, las cuales corregidas del error instrumental y de la

(1) Nota — Para resolver este problema y los otros en que interviene el *horario* es necesario conocer la *hora local.* En consecuencia, debe determinarse ésta por cualquier método, siendo preferible el de *pasajes de estrellas por el meridiano* si se conoce la longitud aproximada del lugar o la *hora del 1er. meridiano,* correspondiente al instante de la observación. Si no se conocieran estos elementos, se observarán pasajes del Sol — (Ver capítulo III — Determinación de la longitud — (A), (B), (C))

refracción, fueron $h = 62^{\circ}\ 40'\ 20''$ y $h = 63^{\circ}\ 36'\ 20''$ y sus horas correspondientes 10h 50m 20s y 10h 55m 40s. Se pide la latitud.

Como se vé, hay que conocer dos cosas con la mayor exactitud posible, y que son: la longitud del lugar con respecto al meridiano de las efemérides y el tiempo medio local, para obtener la hora del paso por el meridiano, del cual deduciremos P y $P_,$.

En nuestro caso tenemos:

$h = 62^{\circ}\ 40'\ 20''$ Hora $10^h\ 50^m\ 20^s$

$h_1 = 63^{\circ}\ 36'\ 20''$ $10^h\ 55^m\ 40^s$

Hora del paso $= 10^h\ 58^m\ 45^s$

$\delta = -\ 57^{\circ}\ 39'\ 22''$

De aquí deducimos que:

$$P = 10^h\ 58^m\ 45^s - 10^h\ 50^m\ 20^s = 8^m\ 25^s$$

$$P_, = 10^h\ 58^m\ 45^s - 10^h\ 55^m\ 40^s = 3^m\ 05^s$$

$P^2 = 70.9$ $P^2 + P_,^2 = 81.1$

$P_,^2 = 10.2$ $P^2_1 - P^2 = 60.7$

Luego tendremos que:

$$h = 62^{\circ}\ 40'\ 20''$$
$$h_, = 63^{\circ}\ 36'\ 20''$$
$$h + h_, = 126^{\circ}\ 16'\ 40''$$
$$\tfrac{1}{2}(h + h_,) = 63^{\circ}\ 08'\ 20''$$
$$h_, - h = 0^{\circ}\ 56'\ 00''$$
$$\tfrac{1}{2}(h_, - h) = 0^{\circ}\ 28'\ 00''$$

Por consiguiente:

$$h_m = 63^{\circ}\ 08'\ 20'' + \left(0^{\circ}\ 28'\ 00'' \times \frac{81.1}{60.7}\right) =$$

$$= 63^{\circ}\ 08'\ 20'' + (0^{\circ}\ 28'\ 00'' \times 1.33) = 63^{\circ}\ 45'\ 34''$$

y

$$Z = +\ 26^{\circ}\ 14'\ 26''\ \text{(positivo — cara al Sur)}$$

y por fin

$$\begin{aligned} \varphi = \delta + Z = &- 57^\circ\ 39'\ 22'' \\ &+ \underline{26^\circ\ 14'\ 26''} \\ &- 31^\circ\ 24'\ 56'' \end{aligned}$$

4.—*Por reducción al meridiano.*

Consiste este método en tomar la altura de un astro o el promedio de varias alturas muy próximas unas de otras, y la hora o promedio de las horas correspondientes a aquellas. Con estos datos se determinará el ángulo horario correspondiente y se aplicará en seguida la fórmula:

$$\cos Z = \operatorname{sen} h + 2 \cos \varphi \cos \delta \operatorname{sen}^2 \tfrac{1}{2} t \quad \text{(a)}$$

que nos hará conocer Z, la que sumada o restada de δ, nos dará la latitud φ.

Para estar seguro de que no se han cometido errores y *como interviene en la fórmula, la latitud estimada* (aproximada), hay que repetir los cálculos introduciendo en ella para valor de φ, el *que se obtuvo en el cálculo anterior* y así sucesivamente hasta que el resultado sea igual al obtenido *anteriormente* o hasta que éste cambie de sentido; es decir, que si (φ) ha ido disminuyendo, veamos que aumenta o vice-versa. En este caso, la latitud, con mucha aproximación, será el *promedio* de los dos últimos resultados.

Como la fórmula no es calculable por logaritmos vulgares, por tratarse del logaritmo de una suma, habrá que transformarla en otra que lo sea y así tendremos que, si llamamos a

$$\operatorname{sen} h = M$$

$$2 \cos \varphi \cos \delta \operatorname{sen}^2 \tfrac{1}{2} t = N$$

$$\log (M + N) = \log \left\{ M \left(1 + \frac{N}{M}\right) \right\} = \log M + \log \left(1 + \frac{N}{M}\right)$$

El valor de $\frac{N}{M}$ se obtiene fácilmente restando del logaritmo de N el de M y buscando el número correspondiente.

Sumando este númerro con 1 y buscando su logaritmo, obtendremos el logaritmo $(1 + \frac{N}{M})$ y finalmente sumando éste con log M, se tendrá el valor de log cos Z, cuyo arco correspondiente será la *distancia cenital* buscada.

Este método da muy buenos resultados haciendo las observaciones con estrellas y procurando que el horario no sea mayor de 30°; sin embargo, en el ejemplo que presentamos, el horario es casi de 60° y el resultado, dado los elementos de que disponemos, no puede ser mejor.

Ejemplo:

1.—El día 31 de octubre de 1918, en latitud estimada — 31° 20', y l = $4^h.16$, se tomaron varias alturas de *Achernar* al Naciente, cuyo promedio fué de 42° 34' 20'', siendo la hora media correspondiente 7h 01m 31s. Se pide el valor de la latitud.

Achernar (31 de octubre de 1918).

$$\delta = -\ 57^{\circ}\ 38'\ 53''$$

$$\alpha = \quad 1^h\ 34^m\ 44,^s3$$

Cálculo del horario

T_s a las 12 en Creenwich (C. de T.)	$14^h\ 35^m\ 54^s, 61$
Correc. para $4^h\ 16^m$ (l)	$+\ 42^m, 19$
T_s a las 12 m, en el lugar observación	$14^h\ 36^m\ 36^s,\ 7$
t_m observación	$7^h\ 01^m\ 31^s$
Correc. para $7^h\ 01^m\ 31^s$	$1^m\ 9^s$
Hora local t. s.	$21^h\ 39^m\ 16^s,\ 7$
α estrella	$1^h\ 34^m\ 44^s,\ 3$
Angulo horario (t)	$20^h\ 04^m\ 32^s$

el que reducido a arco es:

$$t = 301^{\circ}\ 08' \qquad (o\ 58^{\circ}\ 52')$$

Cálculo de φ

1.—$\cos Z = \operatorname{sen} 42°34'20'' + 2. \cos 31°20' \cos 57°38'53'' \operatorname{sen}^2 29°26'$

$$
\begin{aligned}
\log \operatorname{sen} 42°\ 34'\ 20'' &= 9.8302800 = \log M \\
\log 2 &= 0.3010300 \\
\log \cos 31°\ 20' &= 9.9315374 \\
\log \cos 57°\ 38'\ 53'' &= 9.7284500 \\
2 \log \operatorname{sen} 29°\ 26' &= \underline{9.3828890} \\
& \quad 9.3439064 = \log N \\
& \quad \underline{9.8302800} = \log M \\
\log \left(\frac{N}{M}\right) &= \bar{1}.5136264 \\
\frac{N}{M} &= 0.326305 \\
\left(1 + \frac{N}{M}\right) &= 1.326305 \\
\text{lofi } \left(1 + \frac{N}{M}\right) &= 0.1226418 \\
\log M &= \underline{9.8302800} \\
\log (M + N) &= 9.9529218 = \log \cos \underline{Z} \\
Z &= 26°\ 11'\ 50'' \\
\delta &= -\ \underline{57°\ 38'\ 53''} \\
\varphi &= -\ 31°\ 27'\ 03''
\end{aligned}
$$

2.—Apliquemos nuevamente la fórmula haciendo $\varphi = -31°27'$ y tendremos que:

$$Z = 26°\ 14'\ 02'', \text{ luego}$$

$$\varphi = -57°\ 38'\ 53'' + 26°\ 14'\ 02'' = -31°\ 24'\ 51''.$$

3.—Apliquemos nuevamente haciendo el valor de $\varphi = 31°\ 24'\ 50'$ y obtendremos

$$Z = 26^\circ\ 13'\ 30'' \qquad \text{y}$$

$$\varphi = -\ 57^\circ\ 38'\ 53'' + 26^\circ\ 13'\ 30'' = -\ 31^\circ\ 25'\ 33''$$

Si nos fijamos un poco, vemos que φ iba disminuyendo del cálculo 1 al 2 y que ahora aumenta del 2 al 3 luego, la latitud debe estar comprendida entre estos dos últimos valores, o sea igual muy aproximadamente a su promedio,

$$\underline{\varphi = -\ 31^\circ\ 25'\ 12''}$$

Nota: — Cuando se opere con el sol, hacemos notar que la *hora verdadera será el ángulo horario,* si la observación se hace después de medio día o su *complemento* a 12^h si se hace antes.

Otra:—Pueden simplificarse los cálculos utilizando los logaritmos de adición y sustracción.—También puede calcularse Z con las tablas de las líneas naturales, aunque este procedimiento es muy largo.—Apliquémoslo al cálculo 1 y tenemos:

$$\text{sen}\ 42^\circ\ 34'\ 20'' = \underline{0.67652}$$
$$\cos\ 31^\circ\ 20'\ 00'' = 0.85416$$
$$\cos\ 57^\circ\ 38'\ 53'' = 0.53512$$
$$\text{sen}\ 29^\circ\ 26'\ 00'' = 0.49141$$
$$\text{sen}^2\ 29^\circ\ 26'\ 00'' = 0.24148$$

Aplicando la fórmula: $\cos Z = M + N$

$M = 0.67652$

$N = 2 \times 085416 \times 0.053512 \times 0.24148 = 0.22075$

$\cos Z = M + N = 0.67652 + 0.22075 = 0.89727$

de donde, volviendo a las tablas de las líneas naturales e interpolando, encontramos para valor de

$$\underline{Z = 26^\circ\ 11'\ 54''}$$

con una diferencia en más de 1''.

Para ver cómo se opera con los logaritmos de adición y sustracción, observar el cálculo de *h*, que, en el método de Gauss (apéndice), se hace, aplicando esos logaritmos.

6.—*Por una altura y conocimiento del tiempo.*

Cuando se tiene la hora local bastante exacta y se opera con estrellas circumpolares (de Hidra, Centauro, Triángulo, etc.), y sobre todo, cuando éstas están muy próximas al Polo, pueden obtenerse valores muy exactos para la latitud. La operación consiste en tomar alturas y horas correspondientes, — con el mayor esmero posible.

Las fórmulas son las siguientes:

$$(a)\ \mathrm{tg}\ M = \frac{\mathrm{tg}\ \delta}{\cos t}$$

$$(b)\ \cos(\varphi - M) = \frac{\mathrm{sen}\ h\ \mathrm{sen}\ M}{\mathrm{sen}\ \delta}$$

$$(c)\ \varphi = (\varphi - M) + M$$

Ejemplo:

Apliquémoslas al caso anterior y tenemos:

$$\delta = -57^\circ\ 38'\ 53''$$
$$t = 58^\circ\ 52'$$
$$h = 42^\circ\ 34'\ 20''$$

$$(a)\ \log\ \mathrm{tg}\ M = \log\ \mathrm{tg}\ 57^\circ\ 38'\ 53'' - \log \cos 58^\circ\ 52'$$

$$= 0.1982922$$
$$- 9.7135169$$

$$\log\ \mathrm{tg}\ M = 0.4847753 \qquad M = 71^\circ\ 51'\ 57''$$

$$(b)\ \log \cos(\varphi - M) = \log\ \mathrm{sen}\ 42^\circ\ 34'\ 20'' +$$
$$+ \log\ \mathrm{sen}\ 71^\circ\ 51'\ 57'' - \log\ \mathrm{sen}\ 57^\circ\ 38'\ 53''$$

log sen 42° 34' 20"	9.8302800
,, ,, 71° 51' 57"	9.9778745
comp. log sen 57° 38' 53	0.0732579
log cos (φ — M)	9.8814124 (φ — M) = 40° 26' 40"

(c) $\varphi = (\varphi - M) + M$

$$\varphi - M = 40^\circ\ 26'\ 40''$$
$$M = -\ 71^\circ\ 51'\ 57''$$
$$\varphi = -\ 31^\circ\ 25'\ 17''$$

Vemos que la diferencia que existe entre este valor y el anterior (reduc. al meridiano), es sólo de 0° 0' 05''.

Circunstancias favorables para la determinación de la latitud

1*er. método*

(Alturas meridianas equizenitales)

Deben tomarse alturas mayores de 20°, para atenuar en lo posible los errores de refracción.

2° *método*

(Mayor elongación de circumpolares)

Puede tomarse cualquiera de las circumpolares.

3*er. método*

(Por dos alturas circunmeridianas)

Deben tomarse las más próximas posibles del meridiano (10' al máximun).

4° *método*

(Por reducción al meridiano)

Debe procurarse que el horario no sea mayor de 30°.

5° *método*

Operar con circumpolares muy próximas al Polo. (± 15°) y conocer con mucha exactitud la hora local.

En general, las alturas que se tomen deben ser lo *más próximas al meridiano,* si se quiere una gran exactitud.

CAPITULO III.

DETERMINACIÓN DE LA LONGITUD

La determinación de esta *coordenada*, es la que ofrece mayores dificultades en la práctica.—Como sabemos, lo que se procura siempre, es obtener la diferencia de longitudes entre el punto del observador (o de estación) y otro de longitud conocida, con respecto a un primer meridiano, que puede ser cualquiera.

Generalmente, los más empleados son los de Greenwich, París, Berlín, etc.

Para nuestros cálculos, como lo hemos expresado al principio de este trabajo, hemos adoptado el de Greenwich, puesto que nuestras efemérides (Connaissance des Temps), están calculadas para aquel meridiano.

Siendo la diferencia de longitudes entre dos puntos, igual a la diferencia de sus horas locales en un mismo instante físico, la determinación de la *hora local* o la determinación de la *hora del primer meridiano* (en nuestro caso el de la efemérides Obs. de Greenwich), son los dos problemas más útiles que debemos resolver, puesto que, su aplicación inmediata, nos hará conocer la longitud del punto de observación.

Determinación de la hora media local

Como los cronómetros de que disponemos marcan el tiempo medio y todas las observaciones que hemos practicado y las que practicaremos más adelante se refieren a esta clase de tiempo, sólo nos ocuparemos aquí de él, procurando ser lo más explícitos posible en las explicaciones, por tratarse, como ya se ha dicho, de asunto de tanta importancia al objeto que nos proponemos.—

Al respecto, diremos, que tres son los casos que se pueden presentar.

A) Determinar la h_m local conociendo la *hora sideral* de la observación y la *hora media* simultánea del *primer meridiano*.

B) Determinar la misma, conociendo la *hora sideral* de la observación y la *longitud del lugar* (sin aplicación, para el caso de determinación de longitudes) y

C) Determinar la misma, sin conocer ninguno de ambos elementos (hora del primer meridiano y longitud).

Damos a continuación, para el caso A, la fórmula correspondiente, y dos ejemplos numéricos; para el B, otros dos y para el C, uno.—Creemos que estos ejemplos demostrarán de una manera clara y precisa, la aplicación de las fórmulas y el modo de proceder.

En la fórmula *A* puede reemplazarse el *valor* $\frac{3^m 56^s, 55}{24}$ por $9^s,85$.—Si la he hecho figurar de esta manera en ella, es para que se recuerde su orígen y podamos darnos cuenta de la razón de su existencia, la cual, además, no necesita otra explicación, sino su simple y atenta lectura y observación.

Van en seguida, las fórmulas

(A) Para obtener la hora media local, conociendo la hora sideral de la observación y la hora media simultánea del primer meridiano, se empleará la fórmula siguiente:

$$H_m = H_s - \left\{ H_s^1 \text{ a } 0^{hm} + H_m^1 \; \frac{3^m\, 56^s, 55}{24} \right\}$$

H_m = hora media local

H_s = hora sideral de la observación

H_s^1 a 0^{hm} = tiempo sideral a medio día medio del 1er. meridiano.

H_m^1 = hora media en el instante de la observación correspondiente al 1er. meridiano.

Ejemplo:

1.—El 23 de enero de 1918, en Córdoba, y marcando el cronómetro $17^h\ 26^m\ 38^s$, tiempo medio de Greenwich, se ha determinado la hora sideral de ese instante, por medio del cálculo de un ángulo horario, y la que resultó ser de $9^h\ 20^m\ 45^s$.—¿Cuál será la hora media local correspondiente?

$$H_m = 9^h\ 20^m\ 45^s - 20^h\ 08^m\ 02^s,74 + (17^h,44 \times 9^s,85) =$$
$$= 9^h.\ 20^m.\ 45^s - (20^h\ 08^m\ 02^s,74 + 0^h\ 02^m\ 51^s,78) =$$
$$= 9^h\ 20^m\ 45^s - 20^h\ 10^m\ 54^s,52 = 13^h\ 09^m\ 50^h,48$$

2.—El mismo día, a las $14^h\ 10^m\ 03^s$, tiempo medio de Greenwich, se ha obtenido como tiempo sideral de una observación, $6^h\ 03^m\ 38^s$.—Se pregunta la hora media local correspondiente.

$$H_m = 6^h\ 03^m\ 38^s - 20^h\ 08^m\ 02^s,74 + (14^h,17 \times 9^s,85) =$$
$$= 6^h\ 03^m\ 38^s - 20^h\ 08^m\ 02^s,74 + 0^h\ 02^m\ 19^s,57 =$$
$$= 6^h\ 03^m\ 38^s - 20^h\ 10^m\ 22^s,31 = 9^h\ 53^m\ 15^s,7$$

(B) Para obtener la hora media local conociendo la hora sideral de la observación y la longitud del lugar, se empleará la siguiente fórmula:

$$H_m = H_s - H_s \text{ á } 0^{hm}$$

Ejemplo:

¿Cuál es la hora media correspondiente a la hora sideral $6^h\ 03^m\ 38^s$, en Córdoba, cuya longitud es, con respecto a Greenwich, $4^h\ 16^m\ 48^s$ Oeste?

$$H_{ms} = 6^h\ 03^m\ 38^s - (20^h\ 08^m\ 02^s,74 + \text{Correc. para longitud de}$$
$$\text{Córdoba} = C = 4^h,28 \times 9^s,85 = 42^s,15)$$
$$H_{ms} = 6^h\ 03^m\ 38^s - 20^h\ 08^m\ 44^s,89 = 9^h\ 54^m\ 53^s$$

Estas horas son sidereas; por consiguiente, hay que convertirlas en medias, restando de ellas lo que da la tabla V de la C. des Temps.

$$\text{Para } 9^h\,54^m - 1^m\,37^s,313$$
$$\text{»} \quad 53^s - 0^s,145$$
$$\text{Corrección} = 1^m\,37^s,458$$

Hora media local:

$$9^h\,54^m\,53^s - 0^h\,01^m\,37^s,458 = 9^h\,53^m\,15^s$$

Nota:—Si la longitud es Este, la corrección *C* debe restarse de Hs.

Ejemplo:

En un lugar situado a $3^h\,50^m\,20^s$ al Este de Greenwich, se quiere saber la hora media local correspondiente a la siderea $10^h\,25^m\,12^s$, el 23 de enero de 1918.

$$H_{ms} = 10^h\,25^m\,12^s - (20^h\,08^m\,02^s,74 - C)$$
$$C = 3^h\,84 \times 9^s,85 = 37^s,82$$
$$H_{ms} = 10^h\,25^m\,12^s - (20^h\,08^m\,02^s,74 - 0^h\,00^m\,37^s,82)$$
$$10^h\,25^m\,12^s - 20^h\,07^m\,24^s,92 = 14^h\,17^m\,47^s$$

Hay que convertir estas horas sidereas en medias (tabla V —C. des Temps).

$$\text{Para } 14^h\,17^m\,00^s = 0^h\,02^m\,20^s,399$$
$$\text{»} \quad 47^s = 0,128$$
$$0^h\,02^m\,20^s,527$$

Hora media local.

$$14^h\,17^m\,47^s - 0^h\,02^m\,20^s,52 = 14^h\,15^m\,26^s,56$$

o sean las $2^h\,15^m\,26^s$'56 a. m.

(C) Para obtener la hora media local sin conocer la *hora del primer meridiano ni la longitud,* lo más *práctico,* seguramente es, observar el paso del Sol por el meridiano.—En ese momento, como sabemos, la *hora verdadera* será $0^h\,0^m\,0^s$ y la *hora media correspondiente* al meridiano de las tablas (Greenwich), será igual al *ángulo horario del sol medio,* dado por las mismas, para la fecha de la observación (columna 9, página par — Angle horaire du soleil moyein Conn. des Temps—1918).—Pero, resulta que, para obtener nuestra hora, debemos aplicar una corrección, desde el momento que aquel *ángulo horario del sol medio* varía con la longitud.—¿Cómo calcularla, si no conocemos esta última?—Muy sencillamente. Siempre conocemos, aunque sea *grosso modo,* la longitud. Reduciendo ésta a horas y fracción decimal y multiplicándola por la *variación horaria* que nos da la columna 10 (C. des T.), obtendremos el valor que yo llamo *Corr* (corrección), que sumado o restado del *ángulo horario del sol medio,* nos dará el valor de este mismo ángulo para el *lugar de la observación* o sea el *tiempo medio local.*

La variación de este ángulo, por *hora de longitud,* es tan pequeña que no alcanza a *un segundo, veinticinco centésimos* ($1^s,25$); de modo, pues, que con toda seguridad, podremos determinar la *hora media local* con un error menor que aquel ($1^s,25$), porque siempre podremos conocer la longitud con un error menor que *una hora* (1^h), disponiendo de planos o mapas de la región, que también siempre existen.

Ejemplo:

1.—El día 6 de noviembre de 1918, se ha observado el paso del borde Occidental del Sol, por el meridiano, marcando en ese momento el cronómetro las $11^h\,35^m\,56^s$.—¿Cuál es la hora media local?

A $0^h\,0^m\,0^s$ t. v. $\qquad$ $23^h\,43^m\,41^s,89$ t. m.

Correc. para $1 = 4^h\,16^m\,48^s = 4^h,28$ (long. estación)

$$4^h,28 \times 0^s,092 = +\,0^s,39$$

Angulo horario del sol medio	$23^h\,43^m\,41^s,89$
	$= \;+\,0^s,39$
o tiempo medio local	$23^h\,43^m\,42^s,28$ $\qquad$ (a)

Como el reloj marcaba $23^h\,35^m\,56^s$, cuando el borde Poniente del Sol pasaba por el meridiano, el paso del *centro* de este astro habrá tenido lugar a las $23^h\,35^m\,56^s$ + duración del pasaje del semidiámetro (columna 7, pág. par C. des T.).

La duración del pasaje está dada en t. s.; habrá que convertirla a t. m.; es decir, que

dur. del paso = $1^m\,7^s,39 - 0^m\,0^s,18 = 1m\,7^s,21$. (Ver tabla V — pág. 704 — C. de T. 1918).

Por consiguiente, la hora del paso del centro del Sol, tuvo lugar a las

$$23^h\,35^m\,56^s + 1^m\,7^s,21 = 23^h\,37^m\,03^s,21$$

hora del cronómetro. Como debió marcar $23^h\,43^m\,42^s,28$ (a), está atrasado en $23^h\,43^m\,42^s,28 - 23^h\,37^m\,03^s,21 = 6m39^s,07$.

Para este día, vemos en las tablas que el error máximo que se puede cometer (para 24^h de longitud), es igual a $1^s,80$, error insignificante si se consideran los elementos e instrumentos de que disponemos.

Si hubiéramos, como en los casos anteriores, querido deducir la hora *local*, de la hora *sideral*, el error máximo (para 24^h de longitud) que habríamos cometido, sería de $3^m\,56^s,55$ (aceleración de las fijas).—Luego, vemos, que debemos preferir el método expuesto.

Para el caso nuestro (longitud = $4^h\,16^m\,48^s$, Greenwich), el error que cometeríamos prescindiendo de la longitud, sería de *42 segundos,* error muy grande; y aplicando el segundo método sólo sería de $0^s,32$, (o sea un error 130 *veces menor,* — Ver C. de T., pág. 22 — 1918).

El error *máximo maximorum* que podemos cometer (época — diciembre) es de $1^s,246$ por hora de longitud; luego, para esta época, en el caso nuestro, sería de $5^s,33$ ($1^s,25$ x $4^h,27$).

En consecuencia, aplicando este método y repitiendo las operaciones varios días, y sobre todo eligiendo épocas en que la variación de la *ecuación del tiempo* sea *muy pequeña* (en el año actual, a mediados de febrero, mayo, julio y principios de noviembre), obtendremos la *hora media local* con una gran precisión.

(*Continuará*)