

PROYECCIONES CARTOGRÁFICAS EN NUESTRA PROVINCIA

El desarrollo económico de Córdoba y las exigencias que resultan de su rápido progreso, imponen la confección de mapas exactos del territorio de la Provincia.

El Departamento Topográfico que tiene la misión de satisfacer tal necesidad, ha iniciado ya los trabajos geodésicos y cartográficos correspondientes. Con objeto de dar a conocer los elementos científicos que sirven de base para su preparación, inicia el autor de la presente una serie de publicaciones, en las cuales expondrá ampliamente los métodos y procedimientos que se emplearán con el fin indicado.

En este primer estudio propónese el autor informar sobre las proyecciones que se usarán para las publicaciones cartográficas de dicha repartición y, por consiguiente, todas las consideraciones que en él se hacen, lo son con un concepto cartográfico, quedando otras partes para tratar en estudios próximos desde un punto de vista rigurosamente matemático.

I

**OBSERVACIONES GENERALES
SOBRE LAS PROYECCIONES CARTOGRAFICAS**

**1. Representación gráfica
de pequeñas extensiones**

Las operaciones geodésicas y los levantamientos topográficos tienen, en general, el propósito de facilitar datos para la confección de un plano gráfico.

Todos estos trabajos se efectúan, como es natural, sobre la esfera terrestre, mientras que las representaciones gráficas tienen lugar en un plano. Pero, por causa de que la superficie de la esfera no se puede desarrollar en el plano, estas representaciones siempre estarán sujetas a deformaciones. Sin embargo, siendo muy grandes las dimensiones de la esfera terrestre, estas deformaciones no tienen influencia notable o excesiva, salvo para las grandes extensiones de la tierra solamente.

Para una mensura, la esfera terrestre se puede considerar como plana, es decir, los datos de levantamientos son aptos, sin corrección o modificación alguna, para la confección de una representación gráfica en una escala reducida.

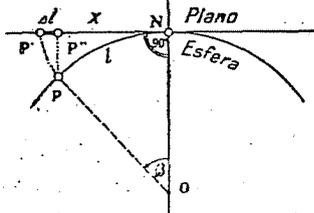


Figura 1.

Tratándose de pequeñas extensiones, la substitución de un elemento esférico por su proyección ortogonal es admisible por la razón de que la diferencia entre ellos no es bien apreciable, pero cuando se trata de grandes extensiones, tal substitución origina un

pequeño error. Este es, según la figura 1:

— 151 —

$$\Delta l = l - x$$

donde

l = arco sobre la esfera terrestre y
 x = su proyección ortogonal.

Siendo

$$l = r \beta$$

$$x = r \operatorname{sen} \beta = r \left(\beta - \frac{\beta^3}{6} + \dots \right)$$

resulta

$$\Delta l = \frac{l^3}{6 r^2}$$

Sustituyendo por el radio medio de la esfera terrestre $r = 6370$ km, se obtiene

$$\Delta l \text{ cm} = 0,4 \left\{ \frac{l \text{ m}}{10.000} \right\}^3$$

Para $l = 30$ km. — 6 leguas —, resulta que $\Delta l = 11$ cm, cantidad sin importancia si se piensa en errores inevitables en líneas de tal extensión.

Considerando l como radio de un círculo, podemos decir, entonces, que una superficie de la esfera terrestre de 3000 km² — 110 leguas² — y también más, según la exactitud que se exige para los datos de levantamiento, se puede considerar como plana para todos los trabajos geodésicos y cartográficos respectivos.

2. Generalidades sobre proyecciones

No sucede lo mismo cuando se trata de representar vastas extensiones de la esfera terrestre.

En este caso ya es necesario establecer bien claramente el modo de representación de los elementos de la esfera sobre el plano, es decir, es necesario aplicar una cierta *proyección*.

Cada proyección es un convenio, respecto a la figuración de los elementos esféricos en plano, que se expresa en lenguaje matemático por ciertas ecuaciones, llamadas: *ecuaciones principales de la proyección*, y que deben ser tales que coordinen a cada punto de la esfera un punto único del plano.

Sea P un punto esférico y φ, λ sus coordenadas geográficas, a las cuales corresponda un punto P' del plano, con coordenadas rectangulares x y y . La cartografía matemática establece las funciones, según las cuales las coordenadas del punto P' del plano dependen de las del punto P sobre la esfera. Estas funciones son en general:

$$x = f(\varphi, \lambda) \quad (1)$$

$$y = g(\varphi, \lambda) \quad (2)$$

A una variación infinitesimal del lugar del punto de la esfera, corresponde una semejante de su proyección, (4) es decir, del punto en el plano.

$$dx = \frac{\delta f}{\delta \varphi} d\varphi + \frac{\delta f}{\delta \lambda} d\lambda \quad (3)$$

$$dy = \frac{\delta g}{\delta \varphi} d\varphi + \frac{\delta g}{\delta \lambda} d\lambda \quad (4)$$

Así, las ecuaciones principales de la proyección ortogonal sobre un plano tangente por el polo de la esfera terrestre, son:

$$x = f(\varphi, \lambda) = r \cos \varphi \cos \lambda$$

$$y = g(\varphi, \lambda) = r \cos \varphi \operatorname{sen} \lambda$$

por consiguiente, designando además:

$r d\varphi = dm =$ elemento del meridiano

$r dr = dp =$ elemento del paralelo

se obtiene:

$$dx = -\operatorname{sen} \varphi \cos \lambda dm - \cos \varphi \operatorname{sen} \lambda dp.$$

$$dy = -\operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} \lambda dm + \cos \varphi \cos \lambda dp$$

De las ecuaciones 3 y 4 ó, mejor dicho aún, de estas dos últimas, correspondientes a nuestro ejemplo, se puede deducir que:

$$dx, dy \cong dm, dp$$

es decir: los elementos esféricos sufren, en general, una deformación en la representación del plano y que:

$$dx = F(\varphi, \lambda)$$

$$dy = G(\varphi, \lambda)$$

diferentes, pues, para igual variación dm y dp de punto a punto, lo que significa que se pueden establecer relaciones entre elementos infinitesimales de las dos superficies solamente.

Para que a cada punto de la esfera corresponda un único del plano, es necesario de que el determinante:

$$D = \begin{vmatrix} \frac{\partial f}{\partial \varphi} & \frac{\partial f}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial g}{\partial \varphi} & \frac{\partial g}{\partial \lambda} \end{vmatrix} \cong 0$$

Todas las proyecciones que mencionaremos más adelante, cumplen, en general, esta condición.

En nuestro ejemplo es:

$$D = -\operatorname{sen} \varphi \cos \varphi$$

diferente de cero para todos los puntos que no estén situados matemáticamente en el ecuador o en el polo, caso excepcional en que esta proyección queda indefinida.

3. Modos de representación

De muchas maneras se puede representar la esfera en el plano. Una de las más importantes es aquella en que los ángulos esféricos conservan su magnitud verdadera en la proyección. Este modo de representación podemos llamar, según Gauss: *conforme*.

Los ángulos de un triángulo infinitesimal $A B C$

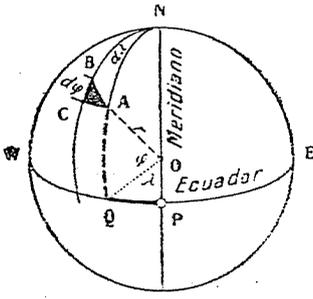


Figura 2

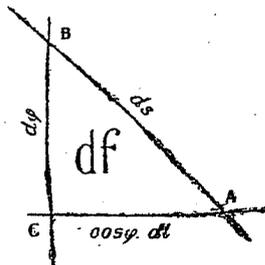


Figura 3

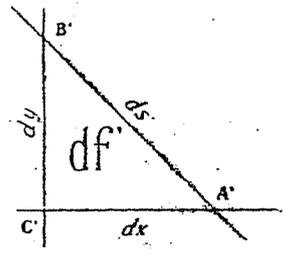


Figura 4

de la esfera, deben ser pues iguales a los del triángulo $A' B' C'$ del plano. Esto sucede cuando el triángulo $A B C$ es semejante al $A' B' C'$.

En este caso

$$d\varphi : \cos \varphi d\lambda = dy : dx \quad (5)$$

Para que una proyección sea "conforme" debe cumplir esta condición. La ecuación tiene dos variables. Una de ellas se puede fijar convenientemente; la otra se obtiene después por medio de integración.

Otro modo importante de representación es aquel que conserva las superficies en su magnitud verdadera. Esta forma de representación se puede llamar, según la designación de Lambert: *equivalente*.

La superficie del triángulo esférico infinitesimal $A B C$ debe ser, pues, igual a la del plano $A' B' C'$. Eso sucede cuando:

$$\cos \varphi \, d\varphi \, d\lambda = dx \, dy \quad (6)$$

Para que una proyección sea "equivalente", debe cumplir esta condición. También esta ecuación tiene dos variables. Fijando una, resulta la otra por medio de integración.

Fué el matemático alemán J. H. Lambert, quien aplicó por primera vez este procedimiento, estableciendo proyecciones "conformes" y "equivalentes" (13).

Es imposible conseguir para una proyección la "conformidad" y la "equivalencia" al mismo tiempo. Resultarían, pues, grandes deformaciones de las superficies empleando una proyección conforme, y deformaciones notables de los ángulos, empleando una equivalente. Si no es una condición la conservación de los ángulos ó de las superficies en su magnitud verdadera, conviene emplear una proyección *mediadora*, la cual, si bien deforma los ángulos y las superficies al mismo tiempo, lo hace solamente de un modo reducido.

Las proyecciones mediadoras son, en general, muy fáciles de definir geométricamente, por lo cual se llaman también proyecciones *sencillas*.

4. Clasificación de las proyecciones

Para poder confeccionar un plano gráfico reducido de la esfera terrestre, es necesario proyectarla sobre un plano o una superficie desarrollable, ya sea sobre un cono o cilindro.

Según la superficie adoptada para esta traslación tenemos:

- proyecciones planas
- proyecciones cónicas
- proyecciones cilíndricas.

Las más importantes son las proyecciones cónicas; pues las cilíndricas y las planas son casos especiales de aquellas.

En general, las proyecciones planas son inferiores a las dos restantes, porque el plano se adapta menos a la esfera que el cono y el cilindro.

Según el caso, si el plano, cono o cilindro de referencia es tangencial o secante a la esfera terrestre, tenemos:

- proyecciones sobre superficies tangentes y
- proyecciones sobre superficies secantes.

Las últimas resultan, naturalmente, más favorables que las primeras en lo que se refiere al total de las deformaciones.

Según la posición del eje de la superficie de referencia se distinguen:

- proyecciones normales
- proyecciones transversales
- proyecciones inclinadas.

Si el eje de la superficie de referencia coincide con el eje de la esfera terrestre, tenemos el caso de proyecciones *normales*. En este caso el cilindro toca la esfera en el ecuador, el cono en un paralelo y el plano en el polo. Son estas las proyecciones que más se usan en la cartografía. (3) (12).

Cuando el eje de la superficie de referencia está en el ecuador, las proyecciones resultantes se llaman *transversales*. El cilindro toca la esfera terrestre en un meridiano (ecuador auxiliar), el cono en un círculo (paralelo auxiliar), y el plano en un punto (polo auxiliar). Los círculos que cortan de la esfera los planos por el eje de la superficie de referencia se pueden considerar como meridianos auxiliares. Las proyecciones transversales tienen singular importancia en la geodesia y en el catastro. (1).

En caso de una posición cualquiera del eje de las superficies de referencia, fuera del polo y del ecuador de la esfera terrestre, tenemos las proyecciones *inclinadas*. Los planos “normales al eje”, determinan paralelos auxiliares de la esfera, y los planos “por el eje”, meridianos auxiliares. Estas proyecciones se aplican en la geodesia y en el catastro para reemplazar cónicas normales (9).

El mejor ejemplo de relación entre los puntos de un sistema normal y un inclinado nos muestra la esfera celeste, con sus coordenadas ecuatoriales (declinación y ascensión recta) y eclípticas (longitud y latitud).

5. Las proyecciones cónicas

La figura 5 representa la esfera terrestre con un cono tangente por el paralelo medio φ_0 , libremente elegido.

Prolongando los planos de los meridianos hasta cortar el cono, se obtienen líneas rectas. Llevando a estas líneas los puntos de los meridianos, según una ley convenida, se consigue la proyección cónica de la esfera.

Abriendo el cono por la línea opuesta al meridiano medio y desarrollándolo en el plano, se obtiene la representación de la esfera en el plano.

Los meridianos se representan en la proyección por líneas rectas, convergentes en un mismo punto y los paralelos por arcos de círculos concéntricos, del mismo origen.

El radio del paralelo medio en la proyección es:

$$R_0 = r \cotg \varphi_0 \quad (7)$$

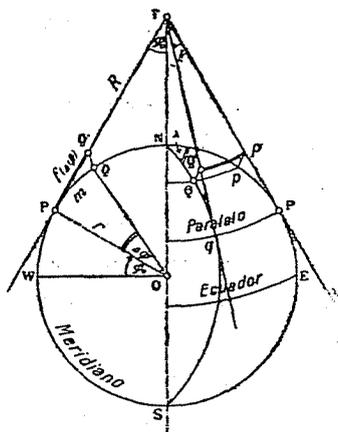


Figura 5.

A cualquier otro paralelo en la proyección corresponde un radio R que es mayor o menor de R_0 , según si φ es menor o mayor de φ_0 . La diferencia $\Delta R = R - R_0$ es una función de la distancia de este paralelo desde el paralelo medio, así que:

$$R = R_0 + f(\Delta\varphi)$$

El ángulo l que forman dos líneas rectas, (proyecciones de dos meridianos), es una función del ángulo λ que estos encierran entre sí; es decir, $l = f(\lambda)$. Esta función fácilmente se deduce, en caso de un cono tangente, del hecho que el paralelo medio conserva su longitud en el desarrollo. Un elemento del paralelo es

$$\begin{aligned} \text{en original: } dp &= r \cos \varphi_0 d\lambda \\ \text{en proyección: } dp &= r \cotg \varphi_0 dl \end{aligned}$$

así que

$$dl = \operatorname{sen} \varphi_0 d\lambda$$

Las proyecciones como estas, que representan los meridianos por líneas rectas, se llaman *proyecciones naturales*, distinguiéndolas de las *proyecciones modificadas*, como la proyección de Bonne, que los representan por curvas transcendentales.

Tenemos, pues, como *las ecuaciones principales* de las proyecciones cónicas, normales, tangenciales y naturales, las siguientes:

$$R = R_0 + f(\Delta\varphi) \quad (8)$$

$$l = \operatorname{sen} \varphi_0 \lambda \quad (9)$$

La segunda ecuación es invariable para un cono adoptado, mientras que la primera puede variar todavía.

Las principales proyecciones cónicas son:

la cónica sencilla = equidistante

$$R = R_0 + m$$

$$l = \text{sen } \varphi_0 \lambda$$

la cónica conforme

$$R = R_0 + m + \frac{m^3}{6 r^2} \dots \dots \dots (10)$$

$$l = \text{sen } \varphi_0 \lambda$$

y la cónica equivalente

$$R = R_0 + m - \frac{m^3}{6 r^2} + \dots$$

$$l = \text{sen } \varphi_0 \lambda$$

donde

r = radio de la esfera

$m = r \Delta\varphi = \text{arc } (\Delta\varphi) = \text{arco del meridiano.}$

La proyección sencilla fué ya empleada por Tolomeo, la conforme y la equivalente son invenciones de J. H. Lambert.

Como se ve, la proyección sencilla es el promedio de la proyección conforme y equivalente, descuidando valores de cuarto y superior orden, como fué indicado primeramente por el geodesta austriaco J. Frischauf. (3).

Los radios R resultan, en la mayoría de los casos, muy grandes

y por consiguiente poco aptos para dibujar los arcos de los círculos referidos, con un compás. Conviene, y en cierto modo es también más exacto, poseer *coordenadas rectangulares* de puntos elegidos, en tal número que el arco de círculo entre ellos se pueda trazar como línea recta.

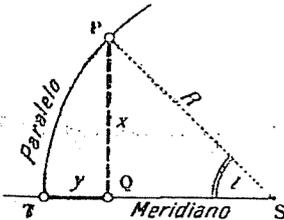


Figura 6.

Con las indicaciones de la figura 6 resulta:

$$x = R \operatorname{sen} l \quad (11)$$

$$y = 2 R \operatorname{sen}^2 \frac{l}{2} \quad (12)$$

6. Las proyecciones cilíndricas

Cuando el paralelo, en que el cono toca la esfera es el ecuador, el cono se transforma en un cilindro tangente.

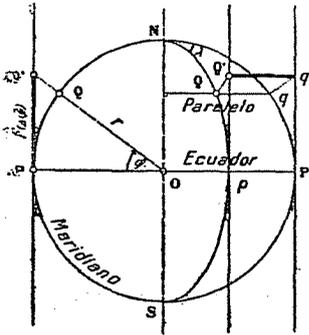


Figura 7.

La figura 7 representa las circunstancias del caso. Prolongando los planos de los meridianos hasta que corten el cilindro, se obtienen líneas rectas que después de abrir el cilindro representarán los meridianos en la proyección. Estas líneas, como es natural, son paralelas y, por causa de que el ecuador se desarrolla por su longitud verdadera,

también equidistantes para meridianos que encierran igual diferencia de longitud entre sí. Siendo un elemento del ecuador

$$\text{en original: } de = r d\lambda$$

$$\text{y en proyección: } de = dx$$

resulta

$$dx = r d\lambda$$

Llevando ahora los puntos de los meridianos sobre estas líneas, según una ley adoptada

$$y = f(\varphi)$$

se obtiene la proyección cilíndrica de la esfera.

Por el hecho de que a los puntos de igual latitud corresponden igual y , se deduce que los paralelos también se representarán por líneas rectas y paralelas. La distancia entre ellas depende únicamente de la función elegida $y = f(\varphi)$.

Las dos redes de líneas, correspondientes a los meridianos y a los paralelos son, además, perpendiculares entre sí, lo que es muy cómodo para la construcción gráfica de las cuadrículas geográficas.

Son pues *las ecuaciones principales* de las proyecciones cilíndricas normales y tangenciales.

$$x = \text{arc } \lambda \quad (13)$$

$$y = f(\varphi) \quad (14)$$

La primera de ellas es invariable para un cilindro adoptado, mientras que la segunda puede variar.

Análogas al cono, hay también tres proyecciones cilíndricas principales. Las fórmulas respectivas son:

Para la *cilíndrica sencilla = equidistante*

$$\begin{aligned} x &= \text{arc } \lambda \\ y &= \text{arc } \varphi = m \end{aligned} \quad (15)$$

para la *cilíndrica conforme*

$$\begin{aligned} x &= \text{arc } \lambda \\ y &= m + \frac{m^3}{6 r^2} + \dots \end{aligned} \quad (16)$$

y para la *cilíndrica equivalente*

$$\begin{aligned} x &= \text{arc } \lambda \\ y &= r \text{ sen } \varphi = m - \frac{m^3}{6 r^2} + \dots \end{aligned}$$

Como se ve, entre las proyecciones cilíndricas es igualmente la mediadora la más sencilla respecto a definición, como a la cantidad de los cálculos que necesariamente han de efectuarse.

La proyección cilíndrica conforme es invención del geógrafo alemán de la Edad Media, G. Mercator (1569) y la equivalente de J. H. Lambert.

Singular importancia tienen las proyecciones cilíndricas en posición transversal, para la geodesia y el catastro. (I).

7. Proyecciones planas o azimutales

Cuando el paralelo en que el cono toca la esfera es el polo, el cono se transforma en un *plano tangente*.

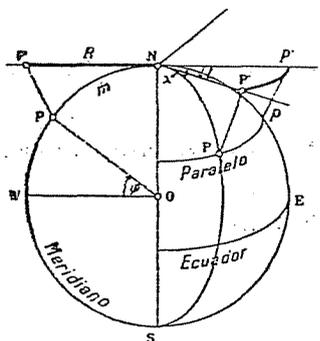


Figura 8

La figura 8 representa las circunstancias de este caso. Prolongando los planos de los meridianos hasta que corten el plano tangente, se obtienen líneas rectas que representarán los meridianos en la proyección. Estas líneas se cortan, como es evidente, en un punto y tienen la inclinación entre sí

$$l = \lambda$$

Sobre estas líneas se llevan los puntos de la esfera, según una ley adoptada:

$$R = f(\varphi)$$

Por causa de que los puntos de igual latitud tienen igual R , resulta que los paralelos se representarán en la proyección por círculos concéntricos.

Las *ecuaciones principales* de las proyecciones planas, normales y tangenciales son, pues:

— 163 —

$$R = f(\varphi) \quad (17)$$

$$l = \lambda \quad (18)$$

que fácilmente se deducen de las respectivas al cono, sustituyendo en ellas $\varphi = 90^\circ$ y $Ro = O$.

La segunda ecuación hace que los ángulos entre las líneas rectas, proyecciones de los meridianos de la esfera encierren entre sí iguales ángulos que los meridianos respectivos, por cuya razón estas proyecciones se llaman también *azimutales*.

La elección de la primera ecuación principal depende de nuestro criterio, mientras que la segunda ya es invariable para un plano adoptado.

En caso de que R resulte demasiado grande para la confección de un mapa, nos podemos servir de coordenadas rectangulares, en relación al polo, como origen y al meridiano medio, como eje principal. Será, pues:

$$x = R \cos l$$

$$y = R \operatorname{sen} l$$

Hay también tres proyecciones planas principales. Las fórmulas respectivas, — sustituyendo z por $90^\circ - \varphi$, — son para la *plana sencilla = equidistante*:

$$R = \operatorname{arc} z$$

$$l = \lambda$$

para la *plana conforme = estereográfica*:

$$R = 2 r \operatorname{tg} \frac{z}{2}$$

$$l = \lambda$$

para la *plana equivalente*:

— 164 —

$$R = 2 r \operatorname{sen} \frac{\varepsilon}{2}$$

$$l = \lambda$$

Existen otras dos proyecciones planas más, muy conocidas y muy aplicadas, las cuales son:
la *proyección ortográfica*

$$R = r \operatorname{sen} \varepsilon$$

$$l = \lambda$$

y la *proyección gnomónica*

$$R = r \operatorname{tg} z$$

$$l = \lambda$$

El inventor de la proyección plana sencilla es G. Mercator, de la conforme el astrónomo Hipparch (160 — 125 a.C.) y de la equivalente J. H. Lambert.

8. Las leyes de deformación

El valor de un sistema de proyección se juzga por la magnitud de las deformaciones, a las cuales somete las líneas, los ángulos y las superficies esféricas en la representación. Entre dos sistemas de proyección vale más, según el caso, aquel que origina menores deformaciones.

El procedimiento a seguir, al examinar y clasificar proyecciones, lo debemos al francés A. Tissot (17).

Extensiones pequeñas de la esfera se pueden considerar como planas; en consecuencia, entre un elemento original infinitesimal y su proyección en el plano existe *afinidad*.

A una variación infinitesimal del lugar de un punto de la

esfera corresponde, según las fórmulas 3 y 4, una análoga del punto en el plano, y por consiguiente a un círculo alrededor del punto original un elipse en la proyección. Dos tangentes a la esfera en el punto original, perpendiculares entre sí, se representan en general, como dos diámetros conjugados del elipse en la proyección. Aquellas dos tangentes que corresponden a los diámetros del elipse, se llaman *tangentes principales* y tienen mayor interés en la determinación de las deformaciones.

Los meridianos y los paralelos de la esfera se cortan, como es conocido bajo un ángulo recto. En todas las proyecciones mencionadas los meridianos han sido representados por un sistema de líneas rectas y los paralelos por medio de arcos de círculos concéntricos. Habiendo sido común el punto de intersección de las líneas rectas con el centro de los arcos de círculos, resulta que igualmente las proyecciones de los meridianos y paralelos son perpendiculares entre sí. En consecuencia, para todas nuestras proyecciones, las tangentes por un punto de la esfera, situadas en el plano del meridiano y del paralelo, son las *tangentes principales*.

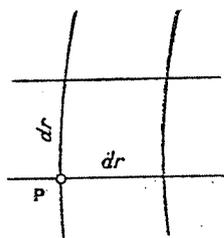


Figura 9

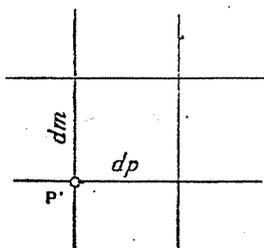


Figura 10

A un desplazamiento infinitesimal dr del punto P de la esfera corresponde un análogo de su proyección P' en el plano, dm en el meridiano y dp en el paralelo, respectivamente. En general es:

$$dr \simeq dm \simeq dp$$

de modo que:

$$dm = h dr \quad (19)$$

$$dp = k dr \quad (20)$$

Imaginándose un círculo infinitesimal en torno del punto P con el radio $dr = PQ$, resulta que a este corresponderá una elipse en la proyección cuyos ejes serán dm y dp . El mayor de ellos podemos denominarlo con a y el menor con b , como se usa en la geometría.

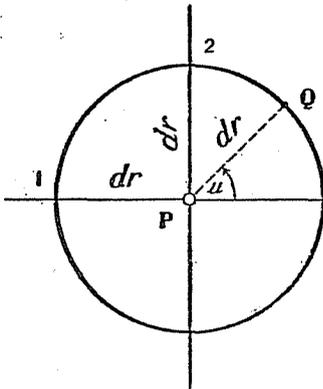


Figura 11

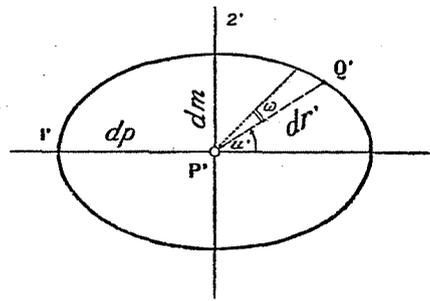


Figura 12

Esta elipse, demostrándonos gráficamente todas las deformaciones inherentes a una proyección, se llama usualmente: *indicadora de deformaciones*, o más bien: *elipse de deformaciones*.

El concepto de afinidad determina las relaciones que existen entre los elementos correspondientes del círculo y del elipse, que discutidas y aplicadas convenientemente a las necesidades de la cartografía, nos facilitan las fórmulas necesarias para los cálculos de las deformaciones de líneas, ángulos y superficies, a que están sujetos en una proyección.

— 167 —

Al ángulo u del círculo corresponde el ángulo u' del elipse para lo cual:

$$\operatorname{tg} u' = \frac{b}{a} \operatorname{tg} u$$

Para la diferencia $u' - u$, que es la deformación del ángulo u , en la proyección, tenemos:

$$\operatorname{sen} (u - u') = \frac{a-b}{a+b} \operatorname{sen} (u + u')$$

Mucho interés tiene el caso de deformación máxima, que se presenta, cuando $u + u' = 90^\circ$. Designando con ω el valor $(u - u')$ max., tenemos:

$$\operatorname{sen} \omega = \frac{a-b}{a+b} \quad (21)$$

El ángulo que sufre la mayor deformación se calcula por medio de la expresión:

$$\operatorname{tg} u = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

La deformación máxima de las líneas tiene lugar, como hemos convenido, en el eje mayor del elipse y la mínima en el eje menor, o mejor dicho, en las proyecciones respectivas a las *tangentes principales*. Para cualquier otro rumbo tenemos:

$$dr' = a^2 \cos^2 u + b^2 \operatorname{sen}^2 u$$

El establecimiento de estas ecuaciones es muy fácil, ayudándose de las leyes de la afinidad plana, como sería provechosa la geometría de Euclides para las geometrías no — enclílicas en operaciones infinitesimales, como lo dice J. Frischauf. (3).

9. Aplicación de las leyes de deformación

Para poder calcular las deformaciones, propias a una proyección, es preciso, ante todo, determinar h y k .

De las ecuaciones 19 y 20 resulta:

$$h = \frac{dm}{dr} \quad (22)$$

$$k = \frac{dp}{dr} \quad (23)$$

h es la proporción entre la proyección y el original de un elemento infinitesimal del meridiano; nos indica, pues, la *deformación meridiana*; y k es la proporción entre la proyección y el original de un elemento infinitesimal del paralelo, por consiguiente nos indica la *deformación en el paralelo*.

El mayor de estos dos valores representa el eje grande a del elipse de deformación y el menor el eje b .

Conociendo a y b podemos calcular la deformación máxima de los ángulos. La fórmula 21 supone un lado del ángulo sobre un eje del elipse, donde, como es evidente, no existe ninguna deformación angular. Suponiendo ambos lados del ángulo en la posición menos ventajosa, la deformación máxima es 2ω . Para extensiones pequeñas de la esfera terrestre es suficiente la fórmula:

$$2\omega = \frac{a-b}{\text{sen } I''} \quad (24)$$

La deformación de superficies indica la proporción que existe entre la superficie del elipse y del círculo, es decir:

$$i = ab \quad (25)$$

Para que una proyección sea *equivalente*, es preciso que $i = I$, ó en otra forma:

$$ab = I$$

lo que es en conformidad con la condición mencionada de Lambert.

Las proyecciones equivalentes se basan en un principio *integral*. Si cualquier elemento infinitesimal de la esfera está representado en la proyección por otro de igual superficie, lo mismo resulta para la totalidad de estos elementos, es decir para la esfera entera. (6).

Cuando los dos ejes del elipse a y b son iguales, el elipse toma la forma de un círculo; en consecuencia, la deformación de los ángulos resulta cero. Todas las proyecciones, pues, que cumplan la condición de que:

$$a = b \quad (26)$$

son proyecciones *conformes*. Esta condición es igual a aquella, planteada al respecto por Lambert.

Las proyecciones conformes se basan en un principio *diferencial*. Siendo el valor de a ($= b$) diferente de punto a punto, la conformidad no existe más que para pequeñas extensiones, es decir, para una variación infinitesimal del lugar del punto solamente. (6).

Para una gran parte de las proyecciones no es ni $a = b$, ni $ab = I$, las cuales ya conocemos bajo el nombre de proyecciones *mediadoras* o *sencillas*.

10. La elección de una proyección

Entre todas las proyecciones deberían ser preferidas principalmente las *proyecciones conformes*, porque ellas únicamente

dan una representación fiel de la esfera terrestre, de elemento a elemento.

Sgún la aplicación podríamos llamar, con cierta razón:

- las proyecciones conformes = geodésicas
- las proyecciones sencillas = cartográficas
- las proyecciones equivalentes = geográficas,

porque para el geodesta la conservación de los ángulos en la proyección es una exigencia primordial, y porque el cartógrafo prefiere proyecciones fáciles para calcular y dibujar, como el geógrafo las equivalentes, porque ellas conservan la magnitud de las superficies.

Las proyecciones cilíndricas se emplean principalmente en la geodesia, las planas y cónicas en la cartografía.

Las proyecciones normales son las más convenientes para el cartógrafo, mientras que el geodesta se sirve de las proyecciones transversales e inclinadas.

En la elección de una proyección influye, ante todo, la posición geográfica del territorio a representar en el plano. Para territorios situados cerca del ecuador conviene una proyección cilíndrica; para los cerca del polo, una proyección plana, mientras que para una situación intermedia, como nuestra Provincia, es más preferible una proyección cónica.

Antes de adoptar una proyección para la representación de una parte de la esfera, es necesario pues, tomar en consideración minuciosamente todas las circunstancias del caso y principalmente el objeto para que tal representación tiene que servir.

II

LA PROYECCION POLIEDRICA DEL REGISTRO GRAFICO DE LA PROVINCIA

I. Observaciones generales

El Departamento Topográfico de la Provincia publica, bajo el nombre de *Registro Gráfico*, mapas, con el propósito de satisfacer las primeras necesidades de la administración y del público hasta tanto se puedan confeccionar mapas catastrales y topográficos exactos, sobre una base trigonométrica.

La principal característica de estos mapas es la representación de los predios, con especificación del propietario respectivo y la superficie aproximada de ellos. Una imagen de la forma y del modo de la representación nos da la lámina IV adjunta que es una reproducción reducida de la hoja "Marcos Juárez", confeccionada por el suscrito.

La escala para esta publicación fué fijada en 1:100000; bastante grande para poder representar las propiedades en la mayor parte de la Provincia. Para las regiones, en las cuales la subdivisión de las propiedades está más adelantada, se empleará la escala 1:50 000.

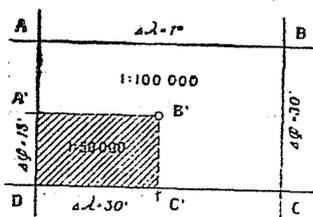
Como dimensiones de las hojas fueron aceptadas las usuales del catastro: planchas de 100 cm. de ancho y 67 cm. de alto; un tamaño muy cómodo para el dibujo, como para el archivo y el uso del público.

En las escalas adoptadas y en el formato elegido no se puede representar sino una pequeña parte de la Provincia solamente. Bien se podría emplear la subdivisión política de la misma

para conseguir extensiones representables en una hoja, como para la delimitación de ellas, pero muy diferentes resultarían por consecuencia en la forma, a lo que se añadiría la incomodidad de reunir varias en un plano único.

Más bien conviene adoptar, como es costumbre en la cartografía, una delimitación geométrica de las hojas; o sea una geográfica, por medio de meridianos y paralelos, o sea una geodésica, por medio de líneas paralelas y perpendiculares entre sí. La primera forma se emplea en caso de que los puntos de la zona a representar están determinados por coordenadas geográficas y la segunda, cuando están por coordenadas rectangulares planas o esféricas. Correspondientemente a las circunstancias de nuestra Provincia, conviene emplear *la delimitación geográfica*; de tal manera que las hojas del Registro Gráfico representarán partes de la esfera, situadas entre dos meridianos y dos paralelos, convenientemente elegidos.

El tamaño de nuestras láminas de dibujo nos permite representar en 1:100 000 una superficie de la esfera terrestre que está situada entre dos meridianos con 1° y entre dos paralelos con $30'$ de diferencia entre sí respectivamente. En 1:50 000 se consigue la representación de una cuarta parte de ésta solamente, es decir, $30'$ en longitud y $15'$ en latitud. Las cuatro partes se designarán: "noroeste", "noreste", "sureste" y "suroeste" de la lámina materna.



Representando semejantes superficies en una hoja, resultan cuadros, cuyas dimensiones oscilan, en centímetros, entre

97,2 por 55,4 en el Norte y

93,7 por 55,5 en el Sur de la Provincia.

Como unidades del Registro Gráfico se consideran las hojas de 1:100 000. Únicamente éstas llevan una numeración independiente y continua.

La división del territorio de la Provincia por medio de meridianos y paralelos en superficies correspondientes a las hojas 1:100 000 indica la lámina I, adjunta a este estudio. El meridiano de Córdoba fué elegido como meridiano medio.

Todas las hojas de igual meridiano medio forman una columna y las de igual latitud media una zona. Hay en consecuencia, para nuestra Provincia 5 columnas y 12 zonas.

Además, cada hoja tiene un número corriente, que empieza con la hoja extrema al noroeste de la Provincia y sigue las zonas de Oeste a Este. Para completar aún más la designación de ellas, cada una recibe el nombre de la localidad más importante y más céntrica que figure sobre ella.

Así la hoja original, cuya reducción se acompaña como lámina IV al presente estudio, tiene el nombre: "Marcos Juárez", siendo este pueblo el más importante y céntrico de los representados; lleva las coordenadas geográficas del punto medio en la forma: "Columna = + 2°, Zona = - 30° 30'" y además está provisto con el número corriente: "Hoja N° 31".

El territorio de la Provincia será representado en total por 49 hojas.

2. Fórmulas para los cálculos

Las dimensiones de la superficie que se puede representar en una hoja del Registro Gráfico son, en comparación con las dimensiones de la esfera terrestre, muy reducidas y por consiguiente, empleando cualquier proyección para esta representación, no se encontrarán grandes deformaciones. En ningún caso alcanzarán éstas un valor semejante a la inexactitud inherente al dibujo en tal escala. Podemos considerar entonces la parte referida de la esfera como plana y así, la representación gráfica es simplemente una reducción de todos los datos originales en la proporción 1:100 000.

Los límites de la hoja que forman los meridianos, aparece-

rán como líneas rectas y los límites que forman los paralelos, como arcos de círculo, pues tal es el carácter de estas líneas sobre la esfera terrestre. Unicamente para la representación de la curvatura del paralelo en el dibujo se precisa la ley de una proyección. Cualquiera que sea esta proyección, el resultado final es el mismo. Lo más natural es, aplicar los principios de la proyección cónica sencilla (2).

La magnitud de los límites Este y Oeste de cada hoja, formados por *meridianos*, se calcula según:

$$m' = \frac{\Delta \varphi}{(1)} \quad (27)$$

donde $\Delta \varphi$ = extensión de la hoja en latitud

M = radio de curvatura en el meridiano para la latitud media de la hoja.

$$(1) = \frac{1}{M \operatorname{sen} 1''}$$

$$\frac{1}{\operatorname{sen} 1''} = 206264,8$$

Los límites Norte y Sur de cada hoja forman *paralelos*; la magnitud referida es:

$$p' = \frac{\Delta \lambda \cos \varphi}{(2)} \quad (28)$$

donde $\Delta \lambda$ = extensión de la hoja en longitud

φ = latitud.

N = radio de curvatura en el paralelo y

$$(2) = \frac{1}{N \operatorname{sen} 1''}$$

Nos interesa conocer *la superficie* que cada hoja encierra entre sus límites.

— 175 —

Una zona elemental del esferoide terrestre, con el ancho $d\varphi$, se puede considerar como la superficie de un cono cortado, así que

$$dz = 2\pi N \cos \varphi M d\varphi$$

Bien podríamos calcular ya la superficie de cada hoja según esta fórmula, siendo consideradas ellas como partes elementales del esferoide, pero conviene más aplicar otra, deducida de esta.

Para la superficie de una zona del esferoide, comprendida entre las latitudes φ_1 y φ_2 resulta de la ecuación antecedente, expresando los radios de curvatura M y N por los elementos primordiales correspondientes del esferoide terrestre, (1)

$$Z = 2\pi b^2 \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{\cos \varphi}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^2} d\varphi$$

donde

a = eje mayor del esferoide.

b = eje menor del esferoide

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = \text{cuadrado de la excentricidad.}$$

De esta ecuación se deduce por medio de integración y desarrollo en series una expresión muy conveniente para los cálculos numéricos (6) que es:

$$Z = 4\pi ab \left\{ \begin{aligned} & \text{sen } 1 \frac{\Delta\varphi}{2} \cos 1 \varphi - A \text{ sen } 3 \frac{\Delta\varphi}{2} \cos 3 \varphi + \\ & + B \text{ sen } 5 \frac{\Delta\varphi}{2} \cos 5 \varphi - C \text{ sen } 5 \frac{\Delta\varphi}{2} \cos 4 \varphi + \dots \end{aligned} \right\}$$

donde

$$\Delta\varphi = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}$$

$$\varphi = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$$

y empleando las dimensiones del esferoide de Bessel que son:

— 176 —

$$a = 6377397,2 \text{ m}$$

$$b = 6356079,0 \text{ m}$$

$$p = 1:299,15 \text{ (aplanamiento)}$$

$$e^2 = 0,00667437$$

resulta para

$$A = 0,0011170573 \quad \log A: 7.0480755 - 10$$

$$B = 0,0000016836 \quad \log B: 4.2262426 - 10$$

$$C = 0,0000000027 \quad \log C: 1.4289172 - 10$$

Para las hojas 1:100 000 del Registro Gráfico, siendo:

$$\Delta\varphi = 30'$$

$$\Delta\lambda = 1^\circ \text{ y en consecuencia}$$

$$S' = Z': 360$$

se obtiene en km^2 :

$$S' = 6173,8500 \cos 1\varphi - 20,6891 \cos 3\varphi + \quad (29)$$

$$+ 0,0520 \cos 5\varphi - 0,0001 \cos 7\varphi + \dots$$

Los logaritmos de los coeficientes son:

$$c_1 = 6173,8500 \quad \log c_1 : 3.7905561$$

$$c_2 = 20,6891 \quad \log c_2 : 1.3157418$$

$$c_3 = 0,0520 \quad \log c_3 : 8.715735-10$$

$$c_4 = 0,0001 \quad \log c_4 : 6.06445 -10$$

Para las hojas 1:50000, siendo

$$\Delta\varphi = 15'$$

$$\Delta\lambda = 30'$$

$$s' = z': 720$$

se obtiene, igualmente en km^2 :

— 177 —

$$s' = 1543,4662 \cos 1\varphi - 5,1724 \cos 3\varphi \quad (30)$$

$$+ 0,0130 \cos 5\varphi - \dots$$

donde los logaritmos de los coeficientes son:

$$k_1 = 1543,4662 \quad \log k_1 : 3.1884971$$

$$k_2 = 5,1724 \quad \log k_2 : 0.7136911$$

$$k_3 = 0,0130 \quad \log k_3 : 8.113702 -10$$

Para facilitar los cálculos numéricos, hemos empleado las únicas tablas existentes al respecto, que se basan sobre dimensiones del esferoide terrestre obtenidas por Bessel, provenientes del año 1842, a pesar que éstas, según nos indican operaciones geodésicas modernas, son inferiores a las calculadas por el geodesta norteamericano John F. Hayford que actualmente se consideran como las más aproximadas a las verdaderas, a saber:

$$a = 6378 \ 388 \ m$$

$$b = 6356 \ 912 \ m$$

$$p = 1:297,0$$

$$e^2 = 0,00672267$$

Calculando el radio medio de curvatura para el paralelo $\varphi = -32^\circ 30'$ como latitud media de nuestra Provincia resulta:

según Hayford:

$$r_H = 6369273 \ m$$

según Bessel:

$$r_B = 6368350 \ m$$

y por consiguiente la diferencia entre los dos radios es:

$$\Delta r = 923 \ m.$$

Suponiendo el mismo centro para ambos esferoides, resulta entonces que la superficie del esferoide de Hayford pasa por el valor $\Delta r = 923 \text{ m}$ encima de la de Bessel. Además, considerando la altura hipsométrica bastante elevada de nuestra Provincia, se deduce que las dimensiones calculadas, empleando los elementos del esferoide de Bessel, necesariamente deben resultar notablemente inferiores a las realmente existentes.

Para que exista coincidencia entre las medidas directas sobre el esferoide y las dimensiones calculadas al respecto, es conveniente efectuar una pequeña corrección sobre los resultados obtenidos en los cálculos que tienen por base los elementos del esferoide de Bessel.

Esta corrección constituye el aumento que sufren los elementos del esferoide de Bessel, proyectándolos sobre una superficie concéntrica que más se ajusta a la superficie de nuestra Provincia.

De la figura 14 se deduce:

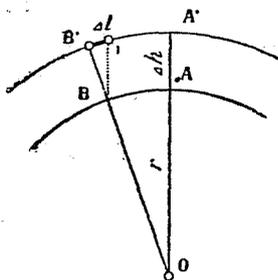


Figura 14

$$A'B' - AB = AB \cdot \frac{\Delta h}{r}$$

Para $AB = 1 \text{ km}$, la corrección es:

$$\Delta l = \frac{\Delta h}{r} \quad (51)$$

Tomando para $\Delta h = 1000 \text{ m}$ y $r = 6370 \text{ km}$ se obtiene $\Delta l = + 0,157 \text{ ‰}$

Por razones de conveniencia hemos adoptado un aumento de:

$$\Delta l = + 0,17 \text{ ‰} \quad (32)$$

para todos los datos calculados. Esta corrección corresponde a un elipsoide cuyo radio medio es 1080 mayor al correspondien-

te del elipsoide de Bessel. En consecuencia, los datos así corregidos se refieren a un elipsoide que pasa aún por 160 m arriba del elipsoide de Hayford y que se ajusta por consiguiente muy bien a la superficie de nuestra Provincia.

La corrección Δl se refiere a las líneas solamente. La corrección referida a las superficies se deduce de la ecuación:

$$S = l^2$$

por medio de diferenciación, así que:

$$\Delta S = 2. \Delta l = + 0,34 \text{ ‰} \quad (33)$$

Por fin, consignaremos los datos necesarios para la construcción del paralelo en la proyección.

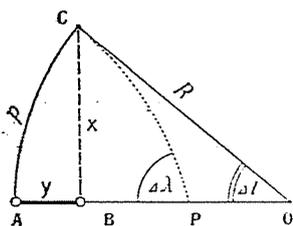


Figura 15.

Empleando el principio de una proyección cónica, la representación del paralelo es un arco de círculo. El radio de este círculo resulta, en general, muy grande y por consiguiente poco cómodo para construcciones gráficas. Mas conviene a este respecto, conocer las flechas que separan este arco del secante respectivo (2).

En la figura 15 significa:

- p = arco del paralelo
- R = radio de curvatura.
- x = la mitad del secante
- y = la flecha del arco
- Δl = longitud correspondiente a p
- Δl = ángulo al centro de p

Existe la ecuación:

— 180 —

$$y = \frac{x^2}{2R}$$

Siendo R muy grande, los valores p y x difieren muy poco uno de otro, ($p - x = 1 - \Delta l^2 : 24$), por consiguiente se pueden considerar prácticamente como iguales.

$$\begin{aligned} x = p = r. \Delta l &= N \cos \varphi. \Delta l \\ R &= N \cotg \varphi \end{aligned}$$

así que

$$y = \frac{N^2 \cos^2 \varphi \Delta l^2}{2 N \cotg \varphi}$$

de donde

$$y = \frac{N}{4} \operatorname{sen} 2\varphi. \Delta l^2$$

Para la construcción fácil del arco p conviene conocer en nuestro caso las flechas y de $5'$ a $5'$ desde el meridiano medio de cada hoja. Es pues:

$$y = \frac{N}{4} \cdot \operatorname{sen} 2\varphi \cdot \left(\frac{\pi}{180.12}\right)^2 \left(\frac{\Delta l'}{5}\right)^2$$

Con el logaritmo del radio de la curvatura en el paralelo de -32° . $\log N: 6.8051$ se obtiene la fórmula exacta (2).

$$y = 3,38 \operatorname{sen} 2\varphi \left(\frac{\Delta l'}{5}\right)^2$$

Según esta fórmula, el valor de y cambia muy poco con la latitud, referente a nuestra Provincia. Sus valores extremos no

difieren más que un 5 % del valor medio, correspondiente a la latitud $\varphi = - 32^\circ$.

Para $\varphi = - 29^\circ 30'$ $\text{sen } 2\varphi = 0,857$ $y = y_{32} (1 - 0,05)$

para $\varphi = - 32^\circ 00'$ $\text{sen } 2\varphi = 0,899$ $y = y_{32}$

para $\varphi = - 35^\circ 00'$ $\text{sen } 2\varphi = 0,940$ $y = y_{32} (1 + 0,05)$

El 5 % del valor de y es una cantidad muy reducida, su máximo es 1 m ($= 0,02\text{ mm}$) para las hojas en $1:50\ 000$ y 5 m ($= 0,05\text{ mm}$) para las hojas $1:100\ 000$. Con razón se puede tomar, pues, el valor correspondiente al paralelo $\varphi = - 32^\circ$ como valor medio de y para toda nuestra Provincia.

Resulta entonces (2)

$$y_m = 3,04 \left\{ \frac{\Delta\lambda'}{5} \right\}^2 \quad (34)$$

Los valores y se refieren siempre a un secante correspondiente al arco de $2\Delta\lambda'$. Pero para la construcción más conviene tener flechas referentes a un secante único. En nuestro caso es este el secante que une los puntos extremos del paralelo, representado en una hoja. Estas flechas F se calculan de los valores correspondientes de y según la fórmula:

$$F = y_{max} - y \quad (35)$$

Los resultados obtenidos, en metros, son:

Longitud:	$\lambda =$	$\pm 0'$	$\pm 5'$	$\pm 10'$	$\pm 15'$	$\pm 20'$	$\pm 25'$	$\pm 30'$
1:50000	$f =$	27	12	3	0			
1:100000	$F =$	109	76	48	27	12	3	0

Mientras se construye el paralelo se observa que él difiere muy poco de una línea recta. Prácticamente la cuadrícula geo-

gráfica se puede construir exclusivamente por líneas rectas en una extensión igual a la mitad de la hoja, 15' por 15' en la escala 1:50 000 y 30' por 30' en la escala 1:100 000. El efecto es, por consiguiente, tal como si se hubiese proyectado la superficie del esferoide terrestre sobre las caras de un poliedro envolvente. Por eso se llama esta proyección *poliédrica*.

3. Ejemplo de cálculo y confección de una hoja

La parte 5ª de este estudio contiene los cálculos respectivos y los datos necesarios para la construcción de todas las hojas del Registro Gráfico, en las escalas 1:100 000 y 1:50 000.

Para mayor claridad, damos aquí los cálculos efectuados respecto a la hoja N° 31, "Marcos Juárez" que es la primera ejecutada hasta hoy, en la escala 1:100 000.

Las coordenadas geográficas de su centro son:

$$\begin{aligned}\varphi &= - 32^{\circ} 30' \\ \lambda &= + 2^{\circ} 00'\end{aligned}$$

por consiguiente, — siendo $\Delta\varphi = 30'$ y $\Delta\lambda = 1^{\circ}$, — los límites de la hoja son:

Por el norte: el paralelo de $- 32^{\circ} 15'$
 por el sur: el paralelo de $- 32^{\circ} 45'$
 por el oeste: el meridiano de $+ 1^{\circ} 30'$
 por el este: el meridiano $+ 2^{\circ} 30'$

La altura m de la hoja se calcula según la fórmula 27 que dice:

$$m' = \frac{\Delta \varphi}{(I)}$$

Latitud media:	$\varphi_m =$	$- 52^{\circ}50'$
$\log \Delta \varphi$	$\log 1800''$	3.255275
$— \log (1)$	$— \log (1: M \text{ sen } 1'')$	8.511454
$= \log m'$	$= \log m'$	4.745859
$m' =$	$m' =$	55442,0
$+ \Delta m =$	$+ 0,17 \text{ ‰ } m' =$	$+ 9,4$
$m =$	$\text{altura} =$	55451,4

El ancho norte p_N y sur p_S de la hoja se calcula según la fórmula 28 respectivamente.

$$p' = \frac{\Delta \varphi}{(2)} \cos \varphi$$

Ancho:	Ancho:	Norte	Sur
Latitud:	$\varphi =$	$- 52^{\circ}15'$	$- 52^{\circ}45'$
$\log \Delta \lambda$	$\log 3600''$	5.556505	5.556505
$+ \log \cos \varphi$	$+ \log \cos \varphi$	9.927251	9.924816
		5.483554	5.481119
$— \log (2)$	$— \log (1: N \text{ sen } 1'')$	8.509369	8.509357
$= \log p'$	$= \log p'$	4.974165	4.971762
$p' =$	$p' =$	94224,8	95704,8
$+ \Delta p =$	$+ 0,17 \text{ ‰ } p' =$	$+ 16,0$	$+ 15,9$
$p =$	$\text{Ancho} =$	94240,8	95720,7

La superficie S de la hoja se calcula según la fórmula 29 que dice

$$S' = 6173,8500 \cos \varphi - 20,6891 \cos 3 \varphi + \\ + 0,0520 \cos 5 \varphi - 0,0001 \cos 7 \varphi + \dots$$

Resulta pues

Latitud media:	$\varphi =$	— 32°30'
$\varphi =$	$\varphi =$	— 32°30'
3 $\varphi =$	3 $\varphi =$	— 97°30'
5 $\varphi =$	5 $\varphi =$	— 162°30'
log cos φ + log c_1 = log A A =	log cos 32°30' + log 6173,8500 = log A A =	9.9260292 5.7905561 5.7165855 5206,9726
log cos 3 φ + log c_2 = log B B =	log cos 97°30' + log 20,6891 = log B B =	9.11570 1.51574 0.45144 + 2,7005
log cos 5 φ + log c_3 = log C C =	log cos 162°30' + log 0,0520 = log C C =	9.9794 8.7156 8.6950 — 0,0495
S' = + Δ S' = S =	A + B + C = + 0,34‰ S' = Superficie =	5209,6256 + 1,7715 5211,5949

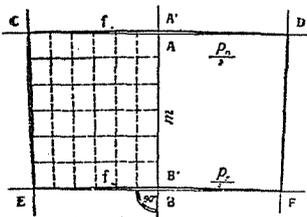
Para la representación gráfica hubiera bastado el empleo de tablas logarítmicas de 5 y 6 decimales, en lugar de las empleadas de 6 y 7 decimales. Pero estos cálculos tendrán que cumplir otras exigencias más, fuera de ser elementos para la construcción de las cuadrículas geográficas.

Como datos de la hoja "Marcos Juárez", tenemos pues:

altura: $m = 55451$ m
 ancho norte: $pn = 94241$ m
 ancho sur: $ps = 93721$ m
 superficie: $S = 5211, 395$ km²

Adjuntando aún a estos datos los valores de las flechas F , indicados en la página 181, tenemos todos los elementos necesarios para la construcción de la cuadrícula geográfica respectiva.

El procedimiento a seguir es:



En los puntos extremos de la línea $AB = m = 55.45$ mm se construyen vértices, sobre los cuales se transporta la mitad del ancho, $pn = 4712$ mm y $46,86$ mm respectivamente.

Las líneas CE y DF , así obtenidas, representan los límites Oeste y Este de la hoja. Dividiendo las líneas CD y EF en doce partes y uniendo los puntos respectivos, se tienen las proyecciones de los meridianos de 5 a 5 minutos de longitud.

Llevando sobre estas líneas desde los secantes CD y EF hacia arriba los valores respectivos de F y uniendo sus puntos extremos, obtendremos el límite Norte y Sur de la hoja, como arcos de círculo, en representación de los paralelos correspondientes. Este arco es tan aplanado que se puede considerar para la mitad de la hoja como línea recta. Dividiendo los meridianos CE , $A'B'$ y DF en 6 partes iguales y ligando los puntos correspondientes por líneas rectas, se determinan las proyecciones de los paralelos de 5 a 5 minutos de latitud.

En esta cuadrícula geográfica se ponen, por medio de interpolación, los puntos conocidos por sus coordenadas geográficas y las líneas que pasen por ellos, con el rumbo respectivo; con lo cual los trabajos preparativos para la confección de la hoja están acabados.

Como se ha visto, el cálculo de los elementos necesarios pa-

ra la construcción de la cuadrícula geográfica es muy sencillo y muy reducido. Considerando además de que, representando extensiones como en el caso nuestro, es imposible hablar de deformaciones, se entiende, porque se ha elegido esta proyección para el Registro Gráfico de la Provincia.

En cuanto a lo que se refiere a las hojas colindantes, las de la misma zona son matemáticamente iguales; las de la zona norte y sur difieren un poco de ellas, pero no tanto que esta diferencia resulte perjudicial si se juntan varias (hasta 9) hojas en un plano, como se podría comprobar analíticamente.

4. Historia y aplicación de la proyección poliédrica

La proyección poliédrica fué inventada, hace más de cien años, por el general prusiano von Müffling, (1) quien la aplicó para los levantamientos topográficos en la escala 1:25000, durante el tiempo 1810-1830.

Todos los mapas topográficos de *Alemania* tienen por base esta proyección. Los principales son: "Mapa del Imperio Aleman" en la escala 1:100 000 y "Atlas Topográfico" en la escala 1:25000 (10).

Se puede decir que hoy todos los países de gran extensión se sirven, para la representación de sus levantamientos topográficos, de la proyección poliédrica.

En la forma precitada publica *Austria-Hungría* las hojas de su "Mapa Especial" en 1:75000, como las del "Mapa General de la Europa Central" en 1:200 000, basándose en esta proyección (11). Igualmente la empleará para su hermoso "Mapa Aeronáutico de la Europa Central", que se viene publicando según las ideas del renombrado cartógrafo L. Peuckert.

Francia empleó desde los principios del siglo pasado, para todos sus trabajos topográficos, la proyección de Bonne. Así

para la "Carte de France" en 1:80000, para la "Carte d'Algérie et de Tunisie" en 1:50000 y para la nueva "Carte de l'Indo Chine" en 1:100000, mientras tanto que para las nuevas publicaciones aplica igualmente la proyección poliédrica. Asimismo para la "Carte planimétrique de France" en 1:100000 y para la "Nouvelle Carte de France" en 1:80000. (22) (23).

Igualmente se aplica esta proyección para el "Mapa de España" en 1:50000, como para la "Carta del Regno d'Italia" en 1:100000, y otros. (4) (24).

III

LA PROYECCION CONICA CONFORME DEL MAPA DE LA PROVINCIA

i. Observaciones generales

El Departamento Topográfico publicará, bajo el nombre *Mapa de la Provincia* un plano, que será la representación gráfica fiel de todo el territorio de la Provincia.

Se tiene el propósito de publicar varios mapas sobre la misma base; teniendo cada uno que responder a determinadas exigencias, como a las de la administración, del comercio, de la agricultura y otras, solamente.

Según la conveniencia se elegirá la escala de cada uno. Normalmente se adoptará la de 1:500 000 y, conforme a las necesidades, se subirá hasta 1:200 000. En este caso, siendo molesto la representación de toda la Provincia en una lámina única, el mapa se compondrá de cuatro hojas. Igual escala se elegirá con el propósito de representar uno o varios departamentos de nuestra Provincia, de un modo análogo al empleado para las hojas del "Registro Gráfico".

Siendo estos mapas la representación de una considerable parte de la esfera terrestre, la elección de la proyección debe hacerse con grandes precauciones; aún más, si por conveniencia para todos los mapas mencionados se quiere dar la misma base cartográfica.

El "Mapa de la Provincia" se confeccionará con los datos de las hojas del "Registro Gráfico", por medio de una reducción conveniente. Es necesario, pues, que la proyección elegida

permita el empleo inmediato de estos datos, sin alteración o corrección alguna, haciendo uso del pantógrafo y del aparato fotográfico. Únicamente las proyecciones *conformes* permiten este empleo, pues estas representan los elementos esféricos en su forma verdadera, alterando únicamente la escala referente. Conociendo esta alteración, igual en todas las direcciones, nos es fácil efectuar la corrección necesaria con los instrumentos indicados.

Debemos considerar pues las diferentes proyecciones:

1° la *plana* tangencial por el punto de intersección del paralelo y meridiano medio de la Provincia.

2° la *cónica*, tangencial por el paralelo medio de la Provincia y

3° la *cilíndrica* tangencial por el meridiano medio de la Provincia.

La primera proyección, teniendo el plano un único punto común con la esfera, da lugar en total a más deformaciones que cualquiera de las otras dos, que tocan la esfera en una línea, por consiguiente no la consideramos.

La forma geográfica de nuestra Provincia, — siendo semejante a un cuadrilátero, cuyo eje mayor está situado en el meridiano, — se adapta más a la proyección cilíndrica que cónica. Pero, en la proyección cilíndrica mencionada las representaciones de los meridianos y paralelos son curvas trascendentales, por consiguiente la construcción de la cuadrícula geográfica tropieza con ciertas dificultades, mientras que en la proyección cónica las representaciones de los meridianos son líneas rectas y las de los paralelos arcos de círculos, ambos muy fáciles de construir. Siendo el objeto principal de la proyección que buscamos, facilitar la *representación gráfica* de nuestra Provincia, influye mucho la sencillez en la construcción de la cuadrícula geográfica. Además la proyección cilíndrica transversal exige muchos puntos, para poder trazar las representaciones de los meridianos y paralelos, lo que equivale a un considerable aumento de cálculos. Por el contrario, empleando la proyección cónica, estos cálculos se reducen a un mínimo, siendo neces-

rio conocer la representación del meridiano y de los paralelos extremos solamente. Todo lo demás se obtiene por medio de una subdivisión.

Es, pues, en nuestro caso, la proyección *cónica* la más conveniente y será, hasta tanto se empleen para las construcciones geométricas los instrumentos de Euclides: la regla y el compás!

Empleando un *cono tangente*, las deformaciones de las líneas y de las superficies resultan positivas. Pero en la cartografía importa únicamente el valor absoluto de las deformaciones y no su sentido. Más conviene entonces poseer deformaciones positivas y negativas, pero tales que el valor absoluto de ellas sea la mitad del anterior. Fácilmente se consigue eso, reemplazando el cono tangente por un cono *secante*, convenientemente elegido. Introduciendo para los datos del primero una "reducción de escala", se llega a este propósito. El efecto de este procedimiento es, como si se efectuasen cálculos con una esfera, cuyo radio fué reducido en la proporción necesaria.

Como se verá, la deducción de las fórmulas de esta proyección conforme es bastante difícil, sin embargo que difieren poco solamente de las fórmulas de la proyección cónica sencilla. Hemos examinado por consiguiente la conveniencia de reemplazarla por esta y hemos llegado a la conclusión de que bien podría efectivarse tal substitución para el "Mapa de la Provincia" en una lámina, sea en la escala 1:500000 ó 1:300000, pero que sería perjudicial, empleando la escala 1:200000, para representar partes de la Provincia solamente.

Por consiguiente, la proyección aceptada para el "Mapa de la Provincia" es la *proyección cónica conforme, sobre un cono secante, con posición normal del eje*.

2. Formulas para los cálculos

Las ecuaciones principales de la proyección cónica son, como hemos visto en el capítulo I parág. 5:



$$R = R_0 + f(\Delta\varphi) \quad (8)$$

$$l = \text{sen } \varphi_0 \lambda \quad (9)$$

que determinan completamente la proyección de un punto de la esfera sobre el cono, con coordenadas polares. R es el "radio vector" y l su "ángulo polar".

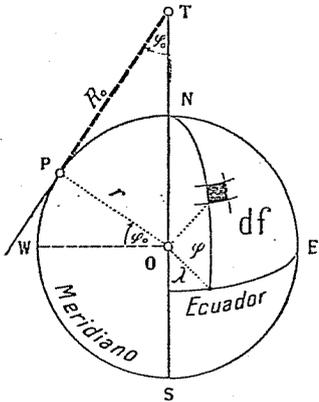


Figura 17

La primera ecuación detallada, que tiene que cumplir la exigencia de conformidad, podemos deducir según el análisis de Lambert y de Gauss.

En la figura 17 la parte izquierda representa la esfera con el cono tangente por el paralelo medio φ_0 ; la derecha una superficie elemental df .

La figura 18 indica la misma superficie df en original y la figura 19 en proyección, pero en mayor escala.

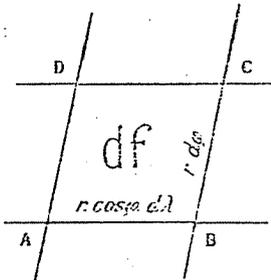


Figura 18.

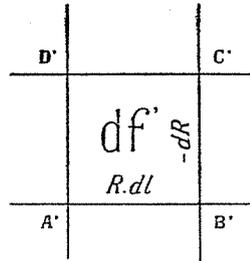


Figura 19.

Para que una proyección sea conforme, tiene que cumplir la condición respectiva, establecida en el capítulo I parág. 3, que dice:

$$\frac{d\varphi}{\cos \varphi d\lambda} = \frac{dy}{dx} \quad (5)$$

— 192 —

En nuestro caso:

$$\frac{r \, d\varphi}{r \cos \varphi \, d\lambda} = \frac{d\varphi}{\cos \varphi \, d\lambda} = - \frac{dR}{R \cdot d\lambda} = - \frac{dR}{R \operatorname{sen} \varphi_0 \, d\lambda}$$

de donde

$$- \frac{dR}{R} = \frac{\operatorname{sen} \varphi_0}{\cos \varphi} \cdot d\varphi$$

Esta es la ecuación diferencial del radio R del paralelo φ . El signo negativo viene a causa de que a un aumento de la latitud φ corresponde una disminución del radio R .

Integrando la ecuación

$$- \int \frac{dR}{R} = \operatorname{sen} \varphi_0 \int \frac{d\varphi}{\cos \varphi}$$

se obtiene:

$$- \log R = \operatorname{sen} \varphi_0 \cdot \log \operatorname{tg} \cdot \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) + \operatorname{const}$$

La constante se determina por la suposición de que a la latitud media φ_0 corresponda el radio R_0 , así que

$$- \log R_0 = \operatorname{sen} \varphi_0 \cdot \log \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi_0}{2} \right)$$

Sustrayendo la ecuación anterior de esta, resulta:

$$\log \frac{R}{R_0} = \operatorname{sen} \varphi_0 \cdot \log \frac{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right)}{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi_0}{2} \right)}$$

Habiendo fijado el paralelo medio φ_0 y considerando de que $R_0 = r \operatorname{cotg} \varphi_0$, se podría calcular ya según esta fórmula el

— 193 —

radio R , correspondiente a cualquier paralelo φ . Pero muy incómodos serían estos cálculos.

Por medio de una deducción muy prolija, empleando principalmente desarrollos en series, se consigue establecer una otra fórmula muy sencilla y muy práctica, en lugar de esta, que es:

$$R = R_0 - r \Delta\varphi - \frac{r \Delta\varphi^3}{6} - \dots$$

en donde $r =$ radio de la esfera

$\Delta\varphi =$ diferencia en latitud.

Sustituyendo en esta ecuación por el arco del meridiano $r \Delta\varphi$ el signo m , las ecuaciones principales de esta proyección obtienen la siguiente forma:

$$R = R_0 \pm m \pm \frac{m^3}{6 r^2} \pm \dots \text{ según } \varphi \lesseqgtr \varphi_0 \quad (10)$$

$$l = \text{sen } \varphi_0 \lambda \quad (9)$$

Empleando escalas como las elegidas para nuestros "Mapas de la Provincia", no se pueden construir bien los arcos de círculos que representan los paralelos, por medio de compás, pues $R = 10000 \text{ km} = 20 m$ ya en la escala 1:500000. Tenemos que ayudarnos entonces con coordenadas rectangulares. Las fórmulas respectivas, según cap. I parág. 5 son:

$$x = R \text{ sen } l \quad (11)$$

$$y = 2 R \text{ sen}^2 \frac{l}{2} \quad (12)$$

Pero estas coordenadas pertenecen a sistemas parciales, determinadas por la proyección del meridiano medio y de su perpendicular en el punto de intersección con el paralelo respectivo. En caso de querer poseer coordenadas, referidas a un sis-

tema único, que se puede exigir en previsión de un ejemplo cómodo del coordinatógrafo para la construcción de la cuadrícula geográfica, es preciso una transformación ligera de ellas al respecto.

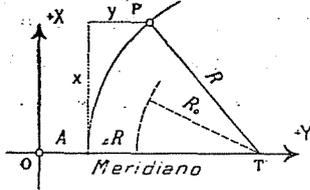


Figura 20.

Las coordenadas rectangulares XY en el sistema único, se obtienen, según las fórmulas:

$$X = x \tag{36}$$

$$Y = y + \bar{A} \tag{37}$$

donde

$$\bar{A} = \Sigma \left(m + \frac{m^3}{6 r^2} \right) \tag{38}$$

Por causa de que los meridianos se proyectan por líneas rectas y los paralelos por arcos de círculos, concéntricos, resulta que para la construcción de la cuadrícula geográfica bastaría poseer los datos respectivos para la representación del meridiano medio y de los dos paralelos extremos solamente. Los demás meridianos se obtendrán uniendo por líneas rectas los puntos divisorios correspondientes sobre los dos paralelos, y los paralelos, ligando los puntos respectivos de los meridianos, determinados por una división, igual al meridiano medio. En la construcción geográfica tenemos pues un contralor para los resultados de los cálculos.

Las deformaciones, a las cuales están sometidos los elementos esféricos en la proyección se determinan, empleando las fórmulas respectivas del cap. I, parág. 9.

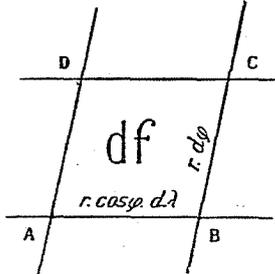


Figura 21

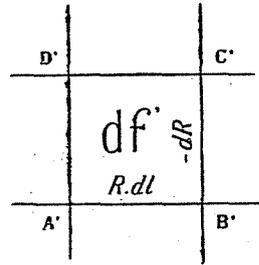


Figura 22.

Con los datos indicados por las figuras 21 y 22, que representan un elemento superficial esférico y su proyección plana, obtenemos,

para la deformación lineal en el meridiano:

$$h = \frac{d m}{d s} = - \frac{d R}{r d \varphi} = \frac{R \operatorname{sen} \varphi_0}{r \operatorname{cos} \varphi}$$

y para la correspondiente en el paralelo:

$$k = \frac{d p}{d s} = \frac{R d l}{r \operatorname{cos} \varphi d \lambda} = \frac{R \operatorname{sen} \varphi_0}{r \operatorname{cos} \varphi}$$

Resulta pues que

$$h = k = a = b = \frac{R \operatorname{sen} \varphi_0}{r \operatorname{cos} \varphi} \quad (39)$$

es decir: un círculo infinitesimal de la esfera terrestre con el radio $dr = r$, se representa en la proyección por un otro círculo, con el radio constante sobre un mismo paralelo.

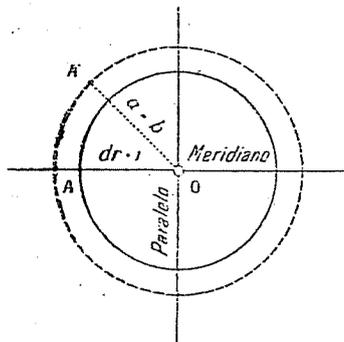


Figura 23

De que esta proyección es conforme, necesariamente resulta que no haya deformaciones de ángulos.

La deformación i de las superficies es

$$i = a^2 \quad (40)$$

Todas estas deformaciones, resultan positivas. Para disminuir a ellas, efectuamos una "reducción de escala", que equivale a un reemplazamiento del cono tangente por un otro, secante.

Sean φ_1 y φ_2 los paralelos convenientes, por los cuales pasará este cono, a ellos corresponda en caso del cono tangente la

deformación lineal α . Para obtener los datos DI respectivos al cono secante de los datos D del cono tangente, es necesario reducir a los últimos en la proporción α , es decir

$$D_I = \frac{D}{\alpha} \quad (41)$$

3. Ejemplo de cálculo

La parte 6ª de este estudio contiene los cálculos referentes para toda nuestra Provincia.

Para mayor claridad damos aquí el ejemplo de cálculo de las coordenadas rectangulares de un punto P , cuyas coordenadas geográficas son:

$$\begin{aligned} \varphi &= - 30^\circ 00' \\ \lambda &= + 2^\circ 00' \end{aligned}$$

Como paralelo medio, en que el cono toca la esfera, fué elegido el de:

$$\varphi_0 = - 32^\circ 30'$$

Para que este paralelo sea representado por su magnitud verdadera, es preciso que el radio de la esfera sea igual al radio de curvatura del esferoide terrestre en este paralelo, es decir:

$$r = N (32^\circ 30')$$

El radio del paralelo medio en la proyección se calcula según la fórmula

$$R_0 = r \cotg \varphi_0 \quad (7)$$

log r	log N	6.805062
+ log cos φ_0	+ log cos $32^\circ 30'$	0.195815
= log R_0	= log R_0	7.000875
R_0	Radio =	10020163 _m

El radio del paralelo $\varphi = -30^{\circ} 00'$ se obtiene por medio de la ecuación, antes deducida:

$$R = R_0 + m + \frac{m^3}{6 r} + \dots \quad (10)$$

Paralelo:	$\varphi =$	$-30^{\circ}00'$
$\varphi =$	Latitud =	$-30^{\circ}00'$
$\varphi_0 =$	Latitud media =	$-32^{\circ}50'$
$\Delta \varphi' =$	$\varphi - \varphi_0 =$	$+9000''$
$\log \Delta \varphi'$	$\log \Delta \varphi''$	3.954243
$-\log (1)$	$-\log (1 : M \text{ sen } 1'')$	8.511519
$= \log m$	$= \log m$	5.442724
$m =$	Meridiano:	277155,6
$\log m^3$	$3 \log m$	6.5282
$-6 \log N^2$	$-6 \log N^2$	4.5885
$= \log c$	$= \log c$	1.9599
$c =$	$m^3 : 6 r^2 =$	+ 87,1
$\Delta R =$	$m + (m^3 : 6 r^2) =$	277242,7
$R_0 =$	Radio medio:	10020163
$+ \Delta R =$	Distancia =	+ 277245
$R =$	Radio =	10297406
$\log R$	$\log R$	7.012728

El ángulo l sobre el cono que corresponde a la longitud λ , se calcula según la fórmula

$$l = \text{sen } \varphi_0 \lambda \quad (9)$$

Longitud:	$\lambda^{\circ} =$	+ 2° 00'
$\lambda'' =$	Longitud =	+ 7200"
$\varphi_0 =$	Latitud media =	-52°30'
$\log \lambda''$	$\log \lambda''$	5.857552
+ $\log \text{sen } \varphi_0$	+ $\log \text{sen } 32^{\circ}30'$	9.750217
= $\log l$	= $\log l$	5.587549
l '' =	l '' =	+5868,"55
l ° =	l ° =	+1°04'28,"6
$\frac{1}{2}$ '' =	$\frac{1}{2}$ '' =	+1954,"28
$\frac{1}{2}$ ° =	$\frac{1}{2}$ ° =	+ 52'14,"5

Inmediatamente se pueden obtener los valores

$$\log \text{sen } l$$

$$2 \log \text{sen}^2 \frac{l}{2}$$

que se precisan para el cálculo de las coordenadas.

$\log l$	5.587549	$2 \log \text{sen } \frac{l}{2}$	5.94418
+ $\log S$	4.685549	+ $\log 2$	0.50105
= $\log \text{sen } l$	8.273098	= $2 \log \text{sen}^2 \frac{l}{2}$	6.24521

Las coordenadas del punto P, en el sistema local, son :

$$x = R \text{sen } l \quad (II)$$

$$y = R 2 \text{sen}^2 \frac{l}{2} \quad (I2)$$

log R	7.012728	log R	7.01273
+ log sen l	8.273098	+ log 2 sen ² $\frac{l}{2}$	6.24521
= log x	5.285826	= log y	5.25794
x =	+ 195120	y =	+ 1811

Con los valores $\Delta R = 277243$ m

$$x = + 193120 \text{ m}$$

$$y = + 1811 \text{ m}$$

tenemos todos los datos necesarios, para poner en plano el punto *P*, con relación al meridiano y paralelo medio.

Para establecer coordenadas en un sistema único, nos podemos servir de ΔR . Pero más nos conviene todavía, aceptar como origen el punto de intersección del meridiano medio con el paralelo más al Norte, y ayudarnos de

$$A = R \max - R \quad (38)$$

En nuestro caso, el paralelo más al norte es el de la latitud $\varphi = 29^\circ$. De los cálculos adjuntos (parte 6ª de este estudio), se saca:

$$\begin{array}{r} R \max = 10408389 \\ - R \quad = 10297406 \\ \hline A \quad = 110983 \end{array}$$

Sustituyendo los valores de x , y , A en las ecuaciones 36 y 37, se obtienen las coordenadas definitivas, convenientes principalmente para ser usadas por el coordinatógrafo:

$$X = + 193120$$

$$Y = + 112794$$

La deformación lineal se calcula según la fórmula

$$a = \frac{R \operatorname{sen} \varphi_0}{r \cdot \operatorname{cos} \varphi} \quad (39)$$

log R	log R	7.012728
+ log sen φ_0	+ log sen $32^{\circ}30'$	9.750217
		6.742945
log r	log N	6.805062
+ log cos φ	+ log cos $30^{\circ}00'$	9.937531
		6.742595
= log a	= log a	0.000352
a =	Deformación lineal	1,00081

Resulta pues una deformación lineal para el paralelo $\varphi = -30^{\circ}00'$ de

$$\Delta L = + 0,81 \%$$

La deformación de las superficies es, por causa de que

$$i = a^2 \quad (40)$$

para el mismo paralelo:

$$\Delta J = 2. \Delta L = + 1,62 \text{ o} \text{ } 100.$$

La *mayor* deformación se encuentra, en nuestra Provincia, sobre el paralelo $\varphi = -29^{\circ}30'$. Su valor numérico es $\Delta L = + 1,19 \text{ o} \text{ } 100$.

Este valor traería por consecuencia una abertura de 0,5 mm entre dos hojas del "Registro Gráfico de 1:100000, reducidas a dentro de "Mapa de la Provincia" en 1:200000 y 0,2 mm en la escala 1:500000.

Como hemis dicho, por medio de una "reducción de la es-

cala" que equivale a sustitución del cono tangente por un otro secante, podemos conseguir la disminución de estas deformaciones a la mitad.

En el caso nuestro, es conveniente bajar con el cono tangente hasta que sea secante por el paralelo $\varphi = - 34^{\circ} 00'$ que por consiguiente se representará por su longitud verdadera.

Si la forma de nuestra tierra estuviese rigurosamente esférica, y no esferóidica, como es en realidad, de igual modo se representará el paralelo $\varphi = 31^{\circ} 00'$.

Al paralelo anterior corresponde una deformación lineal:

$$a_* = 1,000425$$

$$\log a_* = 0.000185$$

Para conseguir nuestro objeto, es necesario pues, reducir todos los datos, anteriormente calculados en la proporción

$$\frac{1}{a_*} = \frac{1}{1,000425}$$

Esto podemos efectuar logarítmicamente, diferenciando así del modo seguido para la proyección poliédrica. De la fórmula 41 se deduce:

$$\log D' = \log D - \log a^* \quad (42)$$

En nuestro ejemplo:

$\log x$	5.285826	$\log y$	3.25794
$-\log a_*$	0.000185	$-\log a_*$	0.00018
$= \log x'$	5.285641	$= \log y'$	3.25776
$x' =$	+ 193037	$y' =$	+ 1810
$\log A$	5.045257	$\log a$	0.000552
$-\log a_*$	0.000185	$-\log a_*$	0.000185
$= \log A'$	5.045072	$= \log a'$	0.000167
$A' =$	110936	$a' =$	1,000384

Los resultados definitivos, respecto al punto elegido, ($\varphi = -30^\circ, \lambda = +2^\circ$) son pues:

$$\begin{aligned}x' &= + 193037 \\y' &= + 1810 \\A' &= + 110936 \\ \Delta L' &= + 0,38 0|00 \\ \Delta J' &= + 0,77 0|00\end{aligned}$$

Fueron reducidos de este modo todos los datos referidos al cono tangente para determinar los correspondientes al cono secante. Los resultados definitivos se encuentran en la última página que contiene las distancias meridianas A' desde el paralelo de $\varphi = -29^\circ$ hasta $\varphi = -36^\circ$ de 30 a 30 minutos y las coordenadas x' y' de los puntos de intersección de los paralelos de 1 a 1 grado de latitud con los meridianos de $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, 1, 2 y 3 grados de longitud.

Con la "reducción de la escala" efectuada, para el territorio de toda la Provincia, hemos conseguido que el valor máximo de las deformaciones se reduzca a:

$$\begin{aligned}\Delta L' &= + 0,77 0|00 \text{ para } \varphi = -29^\circ 30' \\ \Delta L' &= - 0,42 0|00 \text{ ,, } \varphi = -32^\circ 30'\end{aligned}$$

Parece pues, como si no hubiésemos conseguido todavía nuestro propósito que era: reducir las deformaciones a la mitad del valor anterior.

Deben tomarse aún en consideración las dimensiones del elipsoide terrestre, empleadas para nuestros cálculos y la altura hipsométrica de nuestra Provincia.

Por razones de conveniencia hemos calculado esta proyección igualmente con las dimensiones del esferoide terrestre de Bessel, por consiguiente valen aquí también las observaciones hechas en el cap. II, parág. 2, pág 177 al respecto; mientras tanto

que de las circunstancias hipsométricas de nuestra Provincia nos orienta la lámina II, adjunta a este estudio, confeccionada con los datos de la "Geografía de la Provincia de Córdoba por Manuel E. Río y Luis Achával".

Es necesario, pues, corregir las deformaciones, anteriormente caculadas. La corrección respectiva se calcula según la fórmula análoga a la 31, en la pág. 178, que dice:

$$\Delta a = \frac{h}{r}$$

donde

Δa = corrección de la deformación

r = radio de la esfera terrestre

$h = \Delta r + \Delta h$, siendo

$\Delta r = r$ Hayford - r Bessel = 923 m

Δh = altura hipsométrica del punto.

Las deformaciones aún restantes, después de haber aplicado esta corrección, son indicadas por la lámina adjunta III. Las líneas que ella demuestra, ligan los puntos de igual deformación.

Como se puede ver, las deformaciones extremales, positivas y negativas, que se encuentran en el territorio de nuestra provincia, exceptuando la Sierra de Córdoba, son más o menos iguales y tienen un valor absoluto de

$$a = 0,6 \text{ o } 100$$

Las deformaciones restantes son, pues, tan reducidas, que se pueden despreciar completamente en todas las escalas, previstas para nuestros diversos "Mapas de la Provincia". La reducción de un plano de detalle o de las hojas del "Registro Gráfico" para este se efectuará en consecuencia, teniendo en cuenta solamente las escalas, sin consideración alguna a las deformaciones.

4. Aplicación de las proyecciones cónicas

Al establecer las fórmulas para las proyecciones mencionadas en este estudio, se emplearon principios geométricos. Diferente de este modo, inventó Tissot proyecciones, empleando un procedimiento analítico, que se denominan usualmente: primera, segunda y tercera, según el grado alcanzado de compensación en las deformaciones.

Comparando, bajo criterios cartográficos, la tercera proyección compensadora de Tissot con la proyección cónica conforme tangencial, resulta que las dos proyecciones son idénticas. La segunda proyección de Tissot equivale a la nuestra, adoptada para el "Mapa de la Provincia". (24)

En general, son pues, las proyecciones cónicas *conformes*, las que tienen más probabilidad de ser empleadas para la representación de superficies extensas. Hasta hoy, sin embargo, predominó la aplicación de la proyección de Bonne que es una proyección cónica modificada, según la cual los meridianos no se representan más por líneas rectas, sino por curvas transcendentales. Es una proyección entonces que, bajo las vistas cartográficas de hoy, merece solamente un valor histórico.

España, basándose en los estudios especiales de Tissot, reemplazó para su "Mapa Corográfico" en 1:200000 (45 hojas, cada una $\Delta\varphi = 60'$, $\Delta\lambda = 100'$) la proyección de Bonne por la proyección cónica conforme tangencial. (24).

Austria-Hungría procedió de igual modo, reemplazando para su "Mapa de la Europa Central" en 1:750000 (45 hojas, cada una $\Delta\varphi = 3^\circ$, $\Delta\lambda = 4^\circ$) la proyección de Bonne por la cónica equivalente de Lambert. (11).

Francia se sirvió para todos sus mapas de la proyección de Bonne, (22) así para la "Carte de France" en 1:80000 (274 hojas, cada una 50:80 cm) y para la "Carte de France" en 1:320000.

(33 hojas, cada una 50:80 cm), no cabe duda sin embargo que para sus obras cartográficas nuevas elegirá una proyección compensadora de Tissot.

Alemania usa para su "Mapa General del Imperio Alemán" en 1:200 000 (196 hojas, cada una $\varphi\Delta = 30'$, $\Delta\lambda = 1^\circ$), publicado por el Instituto Geográfico Militar de Prusia, la proyección cónica secante (10). Por el contrario, el "Mapa del Imperio Alemán" en al escala 1:500 000, en 27 hojas, en publicación desde el año 1891 por la casa editora Justus Perthes en Gotha, tiene por base la proyección de Bonne, deficiencia única que se le puede mencionar a esta obra cartográfica monumental (3) (10).

Los mapas de *Suiza*, que con razón podemos llamar: la patria de la cartografía artística,—resultado de los trabajos del cartógrafo, coronel Fr. Becker y de sus numerosos alumnos, — son concluidos hace decenios ya, y se basan todas en la proyección de Bonne. Las nuevas obras cartográficas tendrán por base la proyección cilíndrica conforme, con el eje inclinado, adoptada para su nuevo catastro (9).

IV

LA PROYECCION CILINDRICA CONFORME DEL CATASTRO DE LA PROVINCIA

I. Observaciones generales

La obra técnica más importante que realizará el Departamento Topográfico, en colaboración con los agrimensores de la Provincia, será el *catastro*.

Tener catastro de un territorio significa, como se entiende hoy, efectuar para cada propiedad comprendida en ella, al mismo tiempo que reunir todos los antecedentes legales, las siguientes operaciones técnicas:

- 1ª deslinde, amojonamiento y especificación de los límites;
- 2ª medición y determinación de superficie;
- 3ª levantamiento de un plano topográfico exacto; y
- 4ª valuación y examinación de las condiciones agrícolas de sus tierras.

Los levantamientos catastrales no tienen pues como único fin, la representación *gráfica*; por consiguiente no es esta la que determina la proyección que se debe elegir. Se puede decir que más bien son consideraciones geodésicas, en lugar de cartográficas, las que influyen sobre esta elección.

Los datos catastrales se distinguen por una exactitud elevada. Tal exactitud se puede conseguir únicamente por un trabajo muy prolijo. Para que estos trabajos resulten lo más reducidos, deben aplicarse las normas consagradas por la geodesia al respecto, que exigen, ante todo, la determinación exacta de la posición absoluta de un gran número de puntos en toda la extensión a catastrarse.

Esta determinación debe efectuarse por medio de triangulaciones, siendo este modo el más rápido y exacto. Los puntos así determinados se llaman *puntos trigonométricos* y sirven de base para los levantamientos catastrales. El conocimiento de estos puntos tiene por ventaja de facilitar los trabajos posteriores que resultan cómodos, sencillos y seguros, y que el contralor de ellos es muy fácil.

Con los datos que facilitan las operaciones trigonométricas se calculan, para los puntos respectivos, coordenadas esféricas. Estos cálculos se efectúan, como es sabido, por medio de la trigonometría *esférica*. De la misma manera deberían efectuarse los cálculos referentes del catastro, pero que, sin duda, equivaldría a un aumento considerable del trabajo en total. Por razones de conveniencia se adopta para éstos la trigonometría *plana*. Es preciso entonces, para poder proceder así, proyectar los puntos trigonométricos sobre un plano, que se efectúa aplicando las leyes de una *proyección*.

Cualquier proyección que se empleara a este fin, indicará deformaciones, pero entre el gran número de ellas siempre podemos elegir aquella que resulte la más conveniente a nuestros propósitos.

La mayor parte de las operaciones geodésicas y catastrales constituyen medidas angulares. Es una exigencia muy natural, pues que los ángulos esféricos entren en los cálculos planos, sin estar deformados por la proyección adoptada. A este respecto, la proyección elegida debe ser una *conforme* (I).

Teniendo en cuenta la posición geográfica de nuestra Provincia hay dos proyecciones conformes que se deben considerar para el catastro:

- 1° la proyección cónica normal,
- 2° la proyección cilíndrica transversal.

La primera se caracteriza por la *sencillez* de la cuadrícula geográfica, componiéndose ella de líneas rectas y arcos de círculos, mientras que, en la segunda, por curvas transcendentales.

Pero esta ventaja existe solamente para los mapas a una escala muy reducida y también cuando los puntos estén determinados por coordenadas geográficas, y no, como en el caso nuestro, por coordenadas rectangulares (2).

Respecto a la *cantidad de los cálculos* a efectuar para representar un punto de la esfera por un otro del plano, con la exactitud que exige la geodesia y el catastro, la proyección cilíndrica transversal resulta más ventajosa que la cónica normal. (9).

Considerando además la forma *geográfica* de nuestra Provincia, que tiene su extensión principal en el meridiano, se adapta para nuestro caso pues, mejor la proyección cilíndrica que cónica. Conviene adoptar la primera, obteniéndose así menores deformaciones que con la segunda.

El cilindro transversal es tangente a la esfera por un meridiano, en consecuencia es una *faja meridiana* que más ventajosamente se puede representar sobre la superficie cilíndrica. El ancho de esta faja es muy reducido, teniendo en cuenta la alta exactitud que se exige para todos los datos del catastro (1).

La extensión de nuestra Provincia en el paralelo es considerable. Adoptando pues un único cilindro transversal tangente para todo su territorio, se obtendrían deformaciones mayores a las permitidas. Para evitar esto podemos proceder de dos modos:

- 1° Dividir nuestro territorio en dos o tres fajas meridianas correspondientes cada una a un cilindro transversal *tangente* o
- 2° adoptar, en lugar de los cilindros tangentes, un único cilindro *secante*.

Fijándose en el primer modo, las deformaciones se reducirían considerablemente, pero obtendríamos varios sistemas de coordenadas; mientras que, según el último modo, tendremos un único sistema de coordenadas, pero con deformaciones mayores a las anteriores.

Juzgamos pues, como lo más conveniente, adoptar para el catastro de nuestra Provincia, la *proyección conforme, sobre un cilindro secante transversal*. Ella se debe al renombrado geodesta

alemán, doctor Luis Krüger. Las deducciones teóricas respectivas, con amplios ejemplos de aplicación se encuentran en la obra, publicada por el Instituto Geodésico Prusiano, serie nueva, número 52, intitulada: “*Konforme Abbildung des Erdsphäroids in der Ebene von Prof. Dr. L. Krüger*”. Leipzig, 1912.

2. Determinación de las deformaciones

El estudio teórico de Krüger fué efectuado bajo un concepto matemático-geodésico. No nos es posible pues, dar aquí un resumen de ello, a causa de que efectuamos exámenes puramente cartográficas. Sin embargo, podemos establecer fórmulas aproximativas que, aplicándolas convenientemente, nos permitan determinar las deformaciones que ocasionará esta proyección, empleándola para nuestro catastro.

A este propósito es permitido la substitución del esferoide terrestre por una esfera, cuyo radio es igual al radio medio de curvatura de la Provincia. Con esto, las fórmulas se simplifican considerablemente. (5).

Además, para mayor facilidad todavía, nos conviene establecer las ecuaciones principales respecto a un cilindro secante *normal* solamente. Considerando después el meridiano medio de nuestra Provincia como “ecuador auxiliar”, tendremos todos los elementos necesarios para la determinación de las deformaciones, correspondientes a un cilindro secante *transversal*.

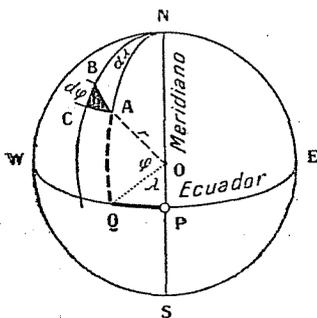


Figura 24

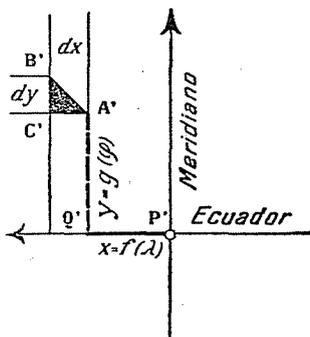


Figura 25

Las ecuaciones principales de las proyecciones cilíndricas *tangenciales* son:

$$x = f(\lambda) \quad (13)$$

$$y = g(\varphi) \quad (14)$$

donde φ, λ significan coordenadas geográficas del punto sobre la esfera y x, y las coordenadas planas rectangulares de su proyección.

Las ecuaciones respectivas a un cilindro *secante*, se distinguen de estas únicamente por un factor C que indica la reducción uniforme de todos los datos anteriores, así que

$$x = C f(\lambda) \quad (43)$$

$$y = C g(\varphi) \quad (44)$$

Siendo $C < 1$ resulta que, es un paralelo, y no el ecuador, que se representa por su longitud verdadera. Poniendo igual un elemento del ecuador en la proyección a un elemento del paralelo φ_0 sobre la esfera, se obtiene

$$C r d\lambda = r \cos \varphi_0 d\lambda$$

de donde

$$C = \cos \varphi_0 \quad (45)$$

es decir: el factor de la reducción de los datos de la proyección cilíndrica tangente en los correspondientes a la secante por los paralelos $\pm\varphi_0$ es igual al coseno de la latitud de estos.

Ahora, fácilmente se obtienen las ecuaciones principales de esta proyección.

Un elemento ecuatorial $dp = r d\lambda$ se representa en la proyección por un valor reducido, es decir:

$$dx = C r d\lambda$$

De esta ecuación diferencial se deduce la *primera* ecuación principal:

$$x = C r \lambda$$

La *segunda* se establece, cumpliendo la exigencia planteada por Lambert, respecto a las proyecciones conformes.

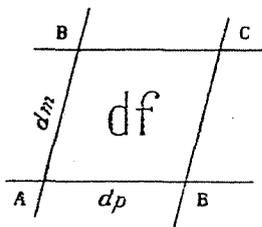


Figura 26

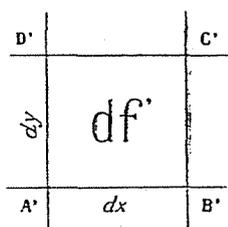


Figura 27

Empleando los signos de las figuras 26 y 27, que representan un elemento superficial esférico df y el correspondiente plano df' , tenemos

$$dm : dp = dy : dx$$

Sustituyendo por

$$\begin{aligned} dm &= r d\varphi \\ dp &= r \cos \varphi d\lambda \\ dx &= C r d\lambda \end{aligned}$$

resulta

$$dy = \frac{dm}{dp} dx = C r \frac{d\varphi}{\cos \varphi}$$

De esta ecuación se obtiene, por medio de integración, (1)

$$y = C r \int_0^{\varphi} \frac{d\varphi}{\cos \varphi} = C r \log \text{nat} \operatorname{tg} \left[45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right]$$

y después, por medio de desarrollo en series,

— 212 —

$$y = C \left[m + \frac{m^3}{6 r^2} + \frac{m^5}{24 r^4} + \dots \right]$$

donde $m = r \Delta\varphi =$ arco del meridiano.

Son, pues, las *ecuaciones principales* de la proyección conforme, sobre un cilindro secante normal, las siguientes:

$$x = C r \lambda \quad (46)$$

$$y = C \left[m + \frac{m^3}{6 r^2} + \frac{m^5}{24 r^4} + \dots \right] \quad (47)$$

Debe observarse que las fórmulas que dedujo Krüger, — con todo rigor respecto a la forma *esferoidal* de nuestra tierra y a la posición *transversal* del cilindro secante, — son mucho más complicadas. Las nuestras pueden cumplir las exigencias de cartografía y permiten calcular las deformaciones que origina esta proyección.

A los elementos infinitesimales esféricos

$$dm = r d\varphi$$

$$dp = r \cos \varphi d\lambda$$

corresponden, como se puede deducir de las ecuaciones principales,

$$dx = C r d\lambda$$

$$dy = C r \frac{d\varphi}{\cos \varphi}$$

en el plano.

En consecuencia se obtiene para la deformación lineal en el meridiano:

$$h = \frac{dy}{dm} = \frac{C}{\cos \varphi}$$

y para la análoga en el paralelo:

$$k = \frac{dx}{dp} = \frac{C}{\cos \varphi}$$

— 213 —

es decir: h y k son iguales, como necesariamente tenían que resultar en vista de que la proyección es una conforme.

El elipse de deformación es pues un círculo, con el radio

$$a = b = \frac{C}{\cos \varphi} \quad (48)$$

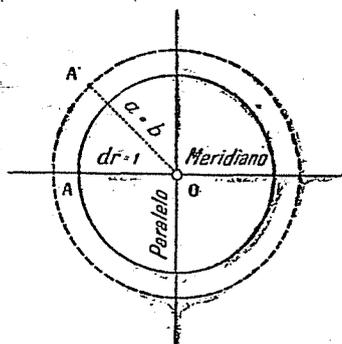


Figura 28

La deformación de las superficies es

$$i = ab = \left[\frac{C}{\cos \varphi} \right]^2 \quad (49)$$

Con esto tenemos todas las fórmulas necesarias para la determinación numérica de las deformaciones.

A este respecto es necesario aún fijar el meridiano medio de nuestra Provincia que se representará como "ecuador auxiliar" y determinar el valor del factor C .

En el primer momento podría parecer conveniente de adoptar el meridiano de Córdoba como meridiano medio. Pero este meridiano, si bien tiene una posición central para la República, no lo tiene para la Provincia. Bajo este criterio está situado demasiado al Oeste.

Son exigencias nuestras que el meridiano medio tenga posición muy favorable y bien característica para que las deformaciones inevitables que originará la proyección sean lo menos posible y que los datos del catastro se puedan aprovechar fácilmente para todos los trabajos cartográficos sucesivos.

Bajo estas vistas, la posición más favorable respecto a nuestra Provincia tiene el meridiano, situado a $63^{\circ} 30'$ al Oeste del meridiano de Greenwich, que por consiguiente elegimos como *meridiano medio* de nuestro catastro.

Con esta elección hemos cumplido una exigencia más de la geodesia moderna, que exige para todas las obras catastrales nuevas que sean relacionadas al meridiano medio mundial de Greenwich.

Desde el meridiano medio indicado, el punto más al Este de la Provincia se encuentra a 160 km y aquel de más al Oeste a 213 km. Transformando estas distancias en arcos ($1^\circ = 111$ km) obtenemos $1^\circ 26'$ y $1^\circ 55'$ respectivamente; así que los "paralelos auxiliares" que se distinguen por una posición especial, tienen las siguientes "latitudes":

$$\begin{aligned} \varphi_E &= + 1^\circ 26' && \text{meridiano más al Este} \\ \varphi_M &= \pm 0^\circ && \text{meridiano medio} \\ \varphi_W &= - 1^\circ 55' && \text{meridiano más al Oeste.} \end{aligned}$$

Si las dos latitudes extremas, φ_E y φ_W fuesen iguales, el valor del factor de reducción se determinaría por la ecuación:

$$C = \frac{1 + \cos \varphi}{2}$$

En el caso nuestro se podría adoptar para C el valor correspondiente a la latitud $\varphi_E = + 1^\circ 26'$ que sería $= - 0,16 0|00$. Sin embargo, no nos hemos fijado en este valor y teniendo en cuenta las influencias que la altura hipsométrica de nuestra Provincia ejerce. Estas influencias siempre disminuyen las deformaciones que se calcularon respecto a la altura del nivel del mar, tomado como "horizonte geodésico". Aceptando como altura media de nuestra Provincia $= 250$ m sobre el nivel del mar, las deformaciones lineales disminuirán por el valor

$$dl = - 0,04 0|00$$

como se puede deducir de la fórmula 31 del cap. II parág. 2: El va-

— 215 —

Elor definitivo de C es pues por esta cantidad menor al determinado anteriormente, es decir:

$$C = 0,99988 = - 0,12 \text{ o}100.$$

Teniendo así todos los datos necesarios; podemos calcular las deformaciones.

La deformación *lineal* se determina por medio de la fórmula

$$a = \frac{C}{\cos \varphi} \quad (48)$$

Para

$\varphi_E = + 1^\circ 26'$	$\log a : 0.000 \text{ o}84$	$a = 1,00019$
$\varphi_M = \pm 0^\circ$	9.999948	$0,99988$
$\varphi_W = - 1^\circ 55'$	0.000191	$1,00044$

así que, la deformación de la magnitud de las líneas, correspondientemente a los tres meridianos indicados, es:

$$\begin{aligned} \Delta l_E &= + 0,19 \text{ o}100 \\ \Delta l_M &= - 0,12 \text{ o}100 \\ \Delta l_W &= + 0,44 \text{ o}100 \end{aligned}$$

La deformación de las *superficies* se calcula según la fórmula

$$i = a b = a^2 = \left\{ \frac{C}{\cos \varphi} \right\}^2 \quad (49)$$

Para

$\varphi_E = + 1^\circ 26'$	$\log i : 0.000168$	$i = 1,00039$
$\varphi_M = \pm 0^\circ$	9.999896	$0,99976$
$\varphi_W = - 1^\circ 55'$	0.000382	$1,00088$

así que, la deformación de las superficies en la proyección, sobre los meridianos indicados, es:

$$\begin{aligned}\Delta J E &= + 0,39 \text{ o} | 00 \\ \Delta J M &= - 0,24 \text{ o} | 00 \\ \Delta J W &= + 0,88 \text{ o} | 00\end{aligned}$$

Los ángulos, conforme al principio de esta proyección quedan sin deformación.

Disminuyendo aún estas deformaciones por las influencias que la altura hipsométrica de nuestra Provincia ejerce, ($= - 0,04 \text{ o} | 00$ para las líneas y $= - 0,08 \text{ o} | 00$ para las superficies) obtenemos, como deformaciones restantes:

$$\begin{aligned}\Delta l E &= + 0,15 \text{ o} | 00 & \Delta J E &= + 0,31 \text{ o} | 00 \\ \Delta l M &= - 0,16 \text{ o} | 00 & \Delta J M &= - 0,32 \text{ o} | 00 \\ \Delta l W &= + 0,40 \text{ o} | 00 & \Delta J W &= + 0,80 \text{ o} | 00\end{aligned}$$

Adoptando pues para el catastro de nuestra Provincia la proyección de Krüger, — con el factor de reducción de $- 0,12 \text{ o} | 00$ y con el meridiano de $63^{\circ} 30'$ al Oeste de Greenwich como meridiano medio, — resultan deformaciones tan pequeñas, principalmente para la parte al Este de la “Sierra de Córdoba”, que nunca pueden ser perjudiciales para los trabajos catastrales. Únicamente al límite Oeste de la Provincia alcanzan ellas un valor mayor, pero todavía no perjudicial, que en vista de la pequeña extensión a la que corresponden y el valor menor de sus tierras, en comparación con las del Sur y del Este de la Provincia, es sin importancia.

Será el tema de uno de nuestros estudios próximos, hacer conocer las deducciones a que llegó Krüger al establecer esta proyección de tan alto valor, dar las ecuaciones principales de ella, examinar bajo un concepto matemático-geodésico las circunstancias que se presenten y principalmente establecer tablas para facilitar y abreviar los cálculos respectivos.

3. Las diversas proyecciones catastrales

Intentando justificar más todavía la elección de la proyección de Krüger para el catastro de nuestra Provincia, trataremos en lo que sigue brevemente las demás proyecciones que se podrían emplear con el mismo fin.

I. LA PROYECCIÓN CILÍNDRICA SENCILLA O LA PROYECCIÓN DE CASSINI Y SOLDNER

Sus ecuaciones principales aproximativas y referentes a la posición normal del eje son:

$$\begin{aligned}x &= r \lambda \\y &= r \varphi\end{aligned}$$

y en consecuencia, los elementos diferenciales, necesarios para la determinación de las deformaciones:

$$\begin{aligned}dm &= r d\varphi \\dp &= r \cos \varphi d\lambda \\dx &= r d\lambda \\dy &= r d\varphi\end{aligned}$$

Los ejes del elipse de deformación tienen el valor:

$$\begin{aligned}a &= r : \cos \varphi \\b &= r\end{aligned}$$

Aplicando pues esta proyección al catastro de nuestra Provincia, en la posición transversal y con el mismo meridiano medio

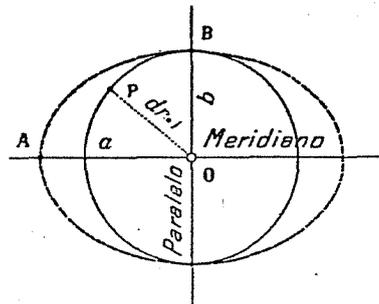


Figura 29

que fué previsto para la proyección de Krüger, obtendríamos las siguientes deformaciones de las líneas y superficies

$$\begin{aligned} \Delta l_E &= + 0,31 \text{ 0|00} & \Delta J_E &= + 0,31 \text{ 0|00} \\ \Delta l_M &= \quad \quad \text{0 0|00} & \Delta J_M &= \quad \quad \text{0 0|00} \\ \Delta l_W &= + 0,52 \text{ 0|00} & \Delta J_W &= + 0,52 \text{ 0|00} \end{aligned}$$

No siendo ella una proyección conforme, la deformación máxima de los ángulos sería:

$$2\omega_E = 32''$$

$$2\omega_M = 0''$$

$$2\omega_W = 58''$$

Esta proyección fué empleada en la posición transversal, por primera vez por el astrónomo francés César François Cassini de Thury, para la confección de la "Carte géométrique de la France", durante los años 1750-1793. Tal posición no se presta para una construcción fácil de la cuadrícula geográfica y por consiguiente fué reemplazada en el año 1803 para la "Carte de France" en 1:80000 por la proyección cónica modificada de Bonne. (22).

En el año 1810, el geodesta bávaro Juan Soldner estudió de nuevo esta proyección y estableció fórmulas muy prácticas para los cálculos respectivos. Es desde entonces que fué principalmente utilizada para las obras catastrales en el siglo pasado. (14).

II. LA PROYECCIÓN CILÍNDRICA CONFORME O LA PROYECCIÓN DE MERCATOR Y GAUSS

Sus ecuaciones principales aproximativas, referentes igualmente a una posición normal del eje, son:

— 219 —

$$x = r \lambda$$

$$x = m + \frac{m^3}{6r^2} + \frac{m^5}{24r^4} + \dots$$

y por consiguiente, los elementos diferenciales precisos para la determinación de las deformaciones:

$$dm = r d\varphi$$

$$dp = r \cos\varphi d\lambda$$

$$dx = r d\lambda$$

$$dy = r \frac{d\varphi}{\cos\varphi}$$

Los ejes del elipse de deformación, que es en este caso un círculo, tienen los siguientes valores:

$$a = b = \frac{1}{\cos\varphi}$$

Aplicando esta proyección para el catastro nuestro, suponiendo la posición transversal de su eje y el mismo meridiano medio elegido, como en los casos de las dos anteriores, obtendríamos las siguientes deformaciones de las líneas y superficies:

$$\Delta l_E = + 0,31 \ 0|00 \quad \Delta J_E = + 0,63 \ 0|00$$

$$\Delta l_M = \quad \quad 0 \ 0|00 \quad \Delta J_M = \quad \quad 0 \ 0|00$$

$$\Delta l_W = + 0,52 \ 0|00 \quad \Delta J_W = + 1,12 \ 0|00$$

Los ángulos, conforme al principio de esta proyección, quedan sin deformación.

En la posición transversal es esta proyección hoy una de las más estimadas para el catastro. Fué inventada y empleada en la posición normal del cilindro y en el sentido cartográfico ya en el año 1569 por el geógrafo alemán G. Mercator (5);

mientras que en el sentido matemático-geodésico, se debe a C. F. Gauss, quien la empleó en el año 1821 para los trabajos geodésicos y topográficos en la provincia de Hannover. Gauss mismo no publicó el análisis de las fórmulas empleadas para los cálculos, lo que tuvo por consecuencia que mucho tiempo se ignorara completamente esta proyección. Debemos agradecer al general O. Schreiber y al geodesta L. Krüger la reconstrucción de las deducciones de esta proyección, según las escasas noticias, dejadas por Gauss (1).

III. LA PROYECCIÓN CONFORME DOBLE DE GAUSS Y SCHREIBER

Es muy natural que cálculos geodésicos sobre el "esferoide" terrestre, resultan más complicados que los correspondientes sobre una "esfera", por consiguiente es conveniente reemplazarlos por estos.

Respecto a las exigencias de cartografía, tal reemplazamiento es fácil y admitido, mientras que, cuando se trata de las exigencias de geodesia, mucho más rigurosas que aquellas, esta sustitución resulta bastante difícil.

El genio de Gauss consiguió la solución del problema de tal modo que, grandes superficies del esferoide se pueden substituir por análogas de la esfera.

Para el transporte correspondiente de los elementos del esferoide sobre la esfera, Gauss estableció las siguientes condiciones:

- Que exista conformidad entre el original y su proyección.
- Que a los meridianos y paralelos del esferoide correspondan iguales en la esfera, y
- Que la magnitud del paralelo medio de la superficie a representar no se deforme en la proyección.

Después de un análisis extremadamente complicado, Gauss consiguió plantear fórmulas muy sencillas y prácticas al respecto.

Por medio de estas fórmulas se pueden establecer siempre para una esfera adoptada, tablas en una forma análoga a las logarítmicas. De éstas fácilmente se sacan después, por una interpolación lineal, las longitudes y latitudes correspondientes.

Las tablas establecidas por Gauss se refieren al paralelo medio "esférico" de $52^{\circ} 40'$ y consignan los valores correspondientes 6° al Sur y al Norte de este paralelo. Las del general Schreiber, — quien dedujo de nuevo e independiente las fórmulas de esta proyección, — se refieren a la misma esfera, pero abarcan una latitud de $8^{\circ} 20'$ al Sur y al Norte del paralelo medio (7).

Las tablas del húngaro Marek se refieren a la latitud media "esférica" de $46^{\circ} 30'$ y comprenden una extensión de 5° a ambos lados de este paralelo, mientras que las tablas del geodesta suizo M. Rosenmund, las más nuevas y muy detalladas, pero de pequeña extensión, se refieren a la latitud media "esferoídica" de $46^{\circ} 57' 08'' 66$ que es el paralelo de Berna (9).

Aunque la confección de semejantes tablas exige cálculos muy prolijos, conviene adoptar siempre cuando se trata de grandes extensiones, este método de proyección, con el propósito de abreviar con ella los cálculos geodésicos siguientes.

Para las triangulaciones de orden inferior y para el catastro, es preciso proyectar los puntos de la esfera reemplazante del esferoide, sobre un plano o sobre una superficie desarrollable. A este respecto, más conviene adoptar, como lo ha hecho por primera vez el general O. Schreiber, la proyección conforme sobre un cilindro transversal, es decir, la proyección de Mercator y Gauss (1) (7).

Los puntos del esferoide, para su aplicación en el catastro, se proyectan pues dos veces: una del esferoide sobre la esfera y otra de la esfera sobre el cilindro. Es justamente este *doble* traslado lo que ha dado el nombre a esta proyección.

Si bien la proyección de los elementos esféricos sobre la esfera ocasiona ciertas deformaciones, estas no alcanzan un valor sensible en el territorio de nuestra Provincia, si se elije,

como paralelo medio aquel de la latitud de $32^{\circ} 30'$. Hasta extensiones como nuestra Provincia, la representación de los elementos del esferoide sobre la esfera se puede considerar prácticamente como sin deformaciones, así que, únicamente las deformaciones inherentes al transporte de los elementos esféricos sobre la superficie del cilindro transversal determinan la calidad de esta proyección.

Por consiguiente, aplicando esta para el catastro de nuestra Provincia, las deformaciones de líneas y de superficies serán iguales a las ocasionadas por la proyección de Mercator y Gauss; serán entonces:

$$\begin{aligned} \Delta l_E &= + 0,31 \ 0|00 & \Delta J_E &= + 0,63 \ 0|00 \\ \Delta l_M &= \quad \quad 0 \ 0|00 & \Delta J_M &= \quad \quad 0 \ 0|00 \\ \Delta l_W &= + 0,52 \ 0|00 & \Delta J_W &= + 1,12 \ 0|00 \end{aligned}$$

La ventaja, aplicando esta proyección, no consiste pues en obtener menores deformaciones, sino principalmente en abreviar los cálculos geodésicos sucesivos.

4. Comparación de los diversos sistemas

Por medio de las proyecciones cilíndricas transversales, únicas que se usan para el catastro, se representan ventajosamente "fajas meridianas".

La extensión de estas fajas en el meridiano naturalmente puede ser muy grande, así para la proyección de

$$\begin{aligned} \text{Cassini} \text{ — Soldner} &= 90^{\circ} \\ \text{Mercator} \text{ — Gauss} &= 90^{\circ} \\ \text{Gauss} \text{ — Schreiber} &= 30^{\circ} \\ \text{Krüger} &= 90^{\circ} \end{aligned}$$

mientras que en el paralelo pueden tener un ancho reducido solamente, como se deduce, en vista de la posición transversal del cilindro. Conforme a las exigencias del catastro, el ancho admitido de la faja representable a cada lado del meridiano medio es, para la proyección de

Cassini — Soldner = 70 km

Mercator — Gauss = 140 „

Gauss — Schreiber = 140 „

Krüger = 210 „

Por razón de que la mayor parte de los trabajos geodésico-catastrales constituyen medidas angulares, la conservación de la magnitud de los ángulos esféricos en el plano es una exigencia primordial. Pero, por causa de que cada operación geodésica está expuesta a errores inevitables de observación; una pequeña deformación de los ángulos es sin embargo admisible, si bien solamente, hasta un límite tolerable. De ahí resulta el ancho tan reducido de la proyección Cassini — Soldner, empleándose ella para el catastro (1).

A primera vista se podría pensar que, para las proyecciones conformes el ancho admisible de un sistema sería sin límites. Debemos recordar que conformidad puede existir entre partes infinitesimales esféricas y planas solamente, y no entre elementos tan grandes, como se usan en la geodesia y el catastro.

Supongamos un triángulo esférico, con lados muy grandes, formados por círculos máximos. Su proyección "conforme" en el plano es un otro triángulo, en el cual, si bien los tres ángulos son iguales a los originales esféricos, los lados no son formados más por líneas rectas, sino por curvas transcendentales (3).

Este triángulo no es cómodo ni para el dibujo, ni para los cálculos. Conviene reemplazarlo pues, por un otro triángulo que se forma uniendo sus tres puntos por líneas rectas. Procediendo así se cometen errores: los ángulos como los lados resultan sen-

siblemente diferentes a los respectivos originales esféricos. Estos errores son pequeños, donde la superficie de referencia es tangente a la esfera, pero aumentan rápidamente a medida que nos apartamos de esta línea común.

La geodesia corrige sus datos al respecto y así permite establecer sistemas muy extensos en el paralelo; mientras que el catastro no puede efectuar tales correcciones, pues eso complicaría demasiado los cálculos respectivos, para los cuales, — como ya hemos dicho, — se admiten únicamente las prescripciones de la geometría plana. En consecuencia, para un sistema catastral, el ancho de la faja meridiana llega a sus límites ahí, donde estos errores alcanzan un valor apreciable.

Por otro lado, la proyección de Cassini — Soldner, Mercator — Gauss y Krüger son de tal naturaleza que, permiten establecer sistemas geodésicos y catastrales inmediatamente, en cualquier punto de la esfera; mientras que, el establecimiento de un sistema según la proyección doble de Gauss — Schreiber, exige tablas que se pueden obtener solamente por medio de cálculos muy prolijos (1).

Análoga a esta circunstancia, las fórmulas principales de las tres primeras proyecciones, nos permiten un cálculo directo de las coordenadas rectangulares planas por medio de las geográficas y a la inversa, mientras que la última opone bastantes dificultades al respecto.

Por el contrario, establecida ya una vez la proyección doble de Gauss — Schreiber, se posee con ella un auxiliar eficaz para abreviar todos los cálculos sucesivos.

Respecto a la cantidad de los cálculos que cada proyección ocasiona, la de Cassini — Soldner es inferior a la de Mercator — Gauss y de Krüger. Estas dos últimas se pueden considerar como equivalentes (1). La única ventaja que la proyección de Krüger tiene sobre la otra es que se refiere a un cilindro secante en lugar de un cilindro tangente y que, por consiguiente, permite establecer mayores sistemas; no olvidando, además, de que

ella posee la más elegante y más amplia deducción de todas sus ecuaciones y diferentes características.

5. Aplicación de los diversos sistemas de proyección

Fué en *Alemania*, donde tuvieron origen las proyecciones catastrales.

El reino de Prusia se sirve para las triangulaciones, desde el año 1870 de la proyección conforme doble de Gauss (1) y para el catastro, desde 1879, de la proyección de Cassini — Soldner (8), en 41 sistemas y 1 sistema de la proyección cónica conforme (Meclenburgo), no obstante de que ha habido ya insinuaciones a fin de adoptar la proyección conforme sencilla de Gauss. (Fr. Helmert).

En la *Alemania del Sur* existen aún 5 sistemas de Cassini — Soldner, de los cuales es de interés histórico el sistema de Baviera, establecido por el mismo J. Soldner, en el año 1810.

Un número tan elevado de sistemas para el territorio del Imperio obedeció únicamente a la delimitación política de ellos. El renombrado geodesta W. Jordán recomendó ya en 1878 en total para todo el Imperio sólo 8 sistemas, representando por cada uno, una faja meridiana de 2° de ancho (2). Más tarde, en 1895, recomendó reemplazar los sistemas de Cassini-Soldner por 8 de la proyección conforme sencilla de Gauss. Hoy, el catedrático berlinés E. Hegemann, recomienda 8 sistemas catastrales, según la proyección conforme doble de Gauss, igual al empleado sistema geodésico único para las triangulaciones (7). Los trabajos teóricos de L. Krüger (16) mucho hablan en favor de tal substitución.

Suiza reemplazó en 1904 sus 19 sistemas catastrales en la proyección de Bonne por un único de la proyección conforme doble de Gauss con el eje inclinado del cilindro; obra efectuada por el geodesta M. Rosenmund (9).

Francia poseía hasta 1896 un sinnúmero de sistemas locales. Para el nuevo catastro que tiene en ejecución bajo la dirección del renombrado geodesta Ch. Lallemand, adoptó la proyección conforme sencilla de Gauss, en 8 sistemas; cada faja meridiana de 2° — 2°. de ancho en el paralelo. (3) (9).

Austria-Hungría se sirve para los cálculos de las triangulaciones, de la proyección conforme doble de Gauss, con la diferencia de emplear en lugar del cilindro transversal, un plano tangente (proyección estereográfica), y para el catastro, desde 1818, de la proyección Cassini-Soldner en 10 sistemas (11). Tiene el propósito de cambiarlos por la proyección conforme sencilla de Gauss (3).

Holanda usa la proyección conforme plana (estereográfica) (1); *Inglaterra* se sirve de 10 sistemas en la proyección Cassini-Soldner, e *Italia* se contenta todavía con un gran número de sistemas locales (9).

En los últimos años fué elegida para el catastro con preferencia la proyección cilíndrica transversal conforme sencilla de Gauss. Fuera de Francia y Austria-Hungría que mencionáramos ya, fué elegida por *Suecia*, *Noruega*, *Grecia*, *Egipto* y ante todo, para las colonias alemanas (15). En vista de las ventajas que posee la proyección de Krüger, es de esperar que sea aplicada ella para todos los trabajos geodésicos y catastrales en la actualidad.

* * *

Las obras gráficas confiadas a la esmerada ejecución del Departamento Topográfico de la Provincia, exigían *proyecciones* tal como las que dejamos establecidas en este estudio.

Sobre esto era necesario fijar para el "Registro Gráfico", la *escala* y el *formato* en que se confeccionarán sus constitutivas hojas, mientras que para el "Mapa de la Provincia" se podía elegir como es natural la *escala* solamente. Diferente de eso, para los "mapas catastrales" no se podían dar a *priori* prescripciones

algunas, resultando ellos, según el caso, muy diferentes en la escala como en el formato.

De este punto de vista, las hojas del "Registro Gráfico" son *mapas topográficos*, y las láminas del "Mapa de la Provincia" *mapas geográficos*; mientras que los llamados "mapas catastrales" deben calificarse como *planos de detalle*, sin embargo que, por razones de conveniencia, están provistos de cuadrículas geográficas.

Estos últimos planos tienen que cumplir, ante todo, las exigencias planteadas en ellos como "mapas catastrales", y en segundo lugar, principalmente servir de *base* para la confección de todo género de mapas, — una razón más que habla en favor de la ejecución de dicha obra.

JUAN JAGSICH
Ingeniero

Departamento Topográfico de la Provincia, octubre de 1915.

BIBLIOGRAFIA

- 1) *Dr. W. Jordan*: Handbuch der Vermessungskunde. Tomo III. Landesvermessung und Grundaufgaben der Erdmessung. Edición 5ª. Estutgarto, 1905.
- 2) *Dr. W. Jordan*: Handbuch der Vermessungskunde. Tomo II: Höhere Geodesie. Edición 2ª. Estutgarto, 1878.
- 3) *Dr. J. Frischauf*: Die mathematischen Grundlagen der Landesaufnahme und Kartographie des Erdsphäroids. Estutgarto, 1913.
- 4) *Bourgeois und Furtwängler*: Kartographie 1909. Tomo VI, 1: Geodesie und Geophysik de la "Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften", Leipzig. (Obra aparecida también en el idioma francés, en la colección: Encyclopédie des Sciences Mathématiques).
- 5) *Zöppritz und Bludau*: Leitfaden der Kartenentwurfslehre. Tomo I: Die Projektionslehre. Edición 3ª. Leipzig, 1912.
- 6) *Dr. E. Haentzschel*: Das Erdsphäroid und seine Abbildung. Leipzig, 1903.
- 7) *E. Hegemann*: Lehrbuch der Landesvermessung. Berlin, 1913.
- 8) *Dr. F. G. Gauss*: Die trigonometrischen und poligonometrischen Rechnungen in der Feldmesskunst. Edición 3ª. Halle, 1906.
- 9) *Dr. M. Rosenmund*: Die Aenderung des Projektionssystems der schweizerischen Landesaufnahme. Berna, 1903.
- 10) *Br. Schulze*: Das militärische Aufnahmen. Berlin, 1903.
- 11) *M. Liebhart*: Lehrbuch der Terrainlehre und Terrain-darstellung. Parte 1ª. Viena, 1902.
- 12) *Dr. E. Hammer*: Ueber die geographisch wichtigsten Kartenprojektionen Estutgarto, 1889.

13) *J. H. Lambert*: Anmerkungen und Zusätze zur Entwerfung der Land — und Himmelskarten. Berlin 1772. "Ostwald: Klassiker der exakten Wissenschaften. N° 54. Berlin, 1894."

14) *J. Soldner*: Theorie der Landesvermessung. 1810. "Ostwald: Klassiker der exakten Wissenschaften. N° 184. Berlin, 1911."

15) *Dr. L. Krüger*: Konforme Abbildung des Erdellipsoids in der Ebene. Publicación del Instituto Geodésico Prusiano. Serie nueva, número 52. Leipzig, 1912.

16) *Dr. L. Krüger*: Transformation der Koordinaten bei der konformen Doppelprojektion des Erdellipsoids auf die Kugel und die Ebene. Publicación del Instituto Geodésico Prusiano. Serie nueva, número 60. Leipzig, 1914.

17) *A. Tissot*: Mémoire sur la représentation des surfaces et les projections des cartes géographiques. Paris 1881.

18) *Germain*: Traité des projections des cartes géographiques. Paris, 1866.

19) *Ch. Duchesne*: Les projections cartographiques. Bruxelles, 1907.

20) *L. Defossez*: Les cartes géographiques et leur projections usuelles. Paris, 1910.

21) *L. B. Francoeur*: Géodesie. Paris, 1903.

22) *Bourgeois*: Géodesie élémentaire. Paris, 1908.

23) *P. de Beauregard*: Guide scientifique du géographe — explorateur. Paris, 1912.

24) *Mifsut y Macón*: Geodesia y Cartografía. Madrid, 1905.

Radio medio de curvatura

para nuestra Provincia según las dimensiones del esferoide terrestre de Hayford

r	=	radio medio de curvatura	
φ	=	latitud media	= $-32^{\circ}30'00''$
a	=	eje grande	= 6378388.00 m
e	=	excentricidad	= 1: 297.00
e^2	=	$\frac{a^2 - b^2}{a^2}$	= 0,00672267

$$r = \frac{a \sqrt{1 - e^2}}{1 - e^2 \sin^2 \varphi}$$

$1 =$	1,00000000	$\log a$	6.8047109,7
$e^2 =$	0,00672267	$+ \frac{1}{2} \log (1 - e^2)$	9.9985352,5
$1 - e^2 =$	0,99327735		6.8052462,2
$\log (1 - e^2)$	9.9970705	$- \log (1 - e^2 \sin^2 \varphi)$	9.9991565,6
$\frac{1}{2} \log (1 - e^2)$	9.9985352,5	$= \log r$	6.8040898,6
$\sqrt{1 - e^2} =$	0,99663291	$r =$	6069275
$\log \sin \varphi$	9.7302165	r Hayford =	6569275 m
$2 \log \sin \varphi$	9.4604330	r Bessel =	6568350 m
$+ \log e^2$	7.8275418	$\Delta r =$	925 m
$= \log e^2 \sin^2 \varphi$	7.2879748		
$e^2 \sin^2 \varphi =$	0,00194077		
$1 - e^2 \sin^2 \varphi =$	0,99805925		
$\log (1 - e^2 \sin^2 \varphi) =$	9.9991595,6		

(Véase pág. 177)

V

CÁLCULOS

DE LA PROYECCION POLIEDRICA
DEL
REGISTRO GRAFICO DE LA PROVINCIA

OBSERVACIONES:

1. Las dimensiones lineales se entienden en metros y las superficiales en kilómetros cuadrados.
2. Para las indicaciones angulares se emplea la división sexagesimal del círculo.

Arcos del meridiano

Latitud media:	29° 30'	30° 00'	30° 30'	31° 00'
$\log \Delta \varphi$	5.255275	5.255273	5.255273	5.255273
$-\log (1)$	8.511635	8.511602	8.511569	8.511536
$= \log m'$	4.743658	4.743671	4.743704	4.743737
$m' =$	55416,4	55420,6	55424,8	55429,0
$+ \Delta m =$	9,4	9,4	9,4	9,4
$m =$	55425,8	55450,0	55454,2	55458,4
Latitud media:	31° 30'	32° 00'	32° 30'	33° 00'
$\log \Delta \varphi$	5.255275	5.255275	5.255273	5.255273
$-\log (1)$	8.511502	8.511468	8.511434	8.511399
$= \log m'$	4.743771	4.743805	4.743859	4.743874
$m' =$	55435,4	55437,6	55442,0	55446,5
$+ \Delta m =$	9,4	9,4	9,4	9,4
$m =$	55442,8	55447,0	55451,4	55455,9
Latitud media:	33° 30'	34° 00'	34° 30'	35° 00'
$\log \Delta \varphi$	5.255275	5.255275	5.255273	5.255273
$-\log (1)$	8.511564	8.511329	8.511294	8.511258
$= \log m'$	4.743909	4.743944	4.743979	4.744015
$m' =$	55451,0	55455,4	55459,9	55464,5
$+ \Delta m =$	9,4	9,4	9,4	9,4
$m =$	55460,4	55464,8	55469,3	55473,9

(Véase pág. 185)

Arcos del paralelo

Latitud:	29° 15'	29° 45'	30° 15'	30° 45'
log $\Delta \lambda$	5.556305	5.556305	5.556305	5.556305
+ log cos φ	9.940765	9.958619	9.956451	9.954199
+ copl log (2)	1.490565	1.490575	1.490586	1.490598
= log p'	4.987651	4.985497	5.985320	4.981100
p' =	97192,0	96715,8	96252,0	95741,5
+ Δp =	16,5	16,4	16,4	16,3
p =	97208,5	96732,2	96248,4	95757,8
Latitud:	31° 15'	31° 45'	32° 15'	32° 45'
log $\Delta \lambda$	5.556305	5.556305	5.556305	5.556305
+ log cos φ	9.951921	9.929599	9.927251	9.924816
+ copl log (2)	1.490609	1.490620	1.490651	1.490645
= log p'	4.978855	4.976522	4.974165	4.971762
p' =	95245,0	94757,5	94224,8	93704,8
+ Δp =	16,2	16,1	16,0	15,9
p =	95259,2	94755,6	94240,8	93720,7
Latitud:	33° 15'	33° 45'	34° 15'	34° 45'
log $\Delta \lambda$	5.556505	5.556505	5.556305	5.556505
+ log cos φ	9.922355	9.919846	9.917290	9.914685
+ copl log (2)	1.490654	1.490666	1.490678	1.490690
= log p'	4.969512	4.966815	4.964271	4.961678
p' =	95177,8	92645,5	92102,4	91554,2
+ Δp =	15,8	15,8	15,7	15,6
p =	95195,6	92659,5	92118,1	91569,8

(Véase pág. 185)

Superficies

ZONA:	I	II	III	IV
$\varphi =$	29° 50'	50°00'	50°50'	51°00'
$\beta \varphi =$	88° 50'	90°00'	91°50'	93°00'
$\delta \varphi =$	147° 50'	150°00'	152°50'	155°00'
$\log \cos \varphi$	9.9596988	9.9575306	9.9555204	9.9550656
$+ \log c_1$	5.7905561	5.7905561	5.7905561	5.7905561
$= \log A$	5.7502529	5.7280867	5.7258765	5.7256217
$A =$	5575,4457	5546,7111	5519,5695	5292,0222
$\log \cos \beta \varphi$	8.41792	—	8.41792	8.71880
$+ \log c_2$	1.51574	1.51574	1.51574	1.51574
$= \log B$	9.75566	—	9.75566	0.05454
$B =$	— 0,5416	+ 0,0000	+ 0,5416	+ 1,0828
$\log \cos \delta \varphi$	9.9260	9.9575	9.9479	9.9575
$+ \log c_3$	8.7157	8.7157	8.7157	8.7157
$= \log C$	8.6417	8.6552	8.6656	8.6750
$C =$	— 0,0458	— 0,0450	— 0,0461	— 0,0471
$S' =$	5572,8605	5546,6661	5520,0650	5295,0579
$+ \Delta S =$	+ 1,8268	+ 1,8179	+ 1,8083	+ 1,7996
$S =$	5574,6871	5548,4840	5521,8753	5294,8575

(Véase pág. 184)

Superficies

ZONA:	V	VI	VII	VIII
$\varphi =$	51°30'	52°00'	52°30'	53°00'
$3 \varphi =$	94°30'	96°00'	97°30'	99°00'
$5 \varphi =$	157°30'	160°00'	162°30'	165°00'
$\log \cos \varphi$	9.9307658	9.9284205	9.9260292	9.9255914
$+ \log c_1$	3.7905561	3.7905561	3.7905561	3.7905561
$= \log A$	5.7213219	5.7189766	5.7165855	5.7141475
$A =$	5264,0732	5255,7220	5206,9726	5177,8262
$\log \cos 3 \varphi$	8.89464	9.01925	9.11570	9.19455
$+ \log c_2$	1.51574	1.51574	1.51574	1.51574
$= \log B$	0.21058	0.53497	0.45144	0.51007
$B =$	+ 1,6252	+ 2,1626	+ 2,7005	+ 3,2365
$\log \cos 5 \varphi$	9.9656	9.9730	9.9794	9.9849
$+ \log c_3$	8.7157	8.7157	8.7157	8.7157
$= \log C$	8.6815	8.6887	8.6951	8.7006
$C =$	- 0,0480	- 0,0488	- 0,0496	- 0,0502
$S' =$	5265,6484	5257,8558	5209,6255	5181,0125
$+ \Delta S =$	+ 1,7905	+ 1,7809	+ 1,7715	+ 1,7615
$S =$	5267,4387	5259,6167	5211,5948	5182,7740

(Véase pág. 184)

Superficies

ZONA:	IX	X	XI	XII
$\varphi =$	33°50'	34°00'	34°30'	35°00'
$3 \varphi =$	100°50'	102°00'	103°50'	105°00'
$5 \varphi =$	167°50'	170°00'	172°30'	175°00'
$\log \cos \varphi$	9.9211066	9.9185742	9.9159937	9.9135645
$+ \log c_1$	5.7905561	5.7905561	5.7905561	5.7905561
$= \log A$	5.7116627	5.7091303	5.7065498	5.7059206
$A =$	5148,2869	5118,5541	5088,0518	5057,5221
$\log \cos 3 \varphi$	9.26063	9.31788	9.36819	9.41500
$+ \log c_2$	1.51574	1.31574	1.51574	1.31574
$= \log B$	0.57637	0.63362	0.68393	0.72874
$B =$	+ 3,7702	+ 4,3015	+ 4,8298	+ 5,5548
$\log \cos 5 \varphi$	9.9896	9.9954	9.9965	9.9985
$+ \log c_3$	8.7157	9.7157	8.7157	8.7157
$= \log C$	8.7055	8.7091	8.7120	8.7140
$C =$	- 0,0507	- 0,0512	- 0,0515	- 0,0517
$S' =$	5152,0064	5122,6044	5092,8101	5062,6252
$+ \Delta S =$	+ 1,7517	+ 1,7417	+ 1,7315	+ 1,7213
$S =$	5153,7581	5124,3461	5094,5416	5064,3465

(Véase pág. 184)

Dimensiones

de las hojas 1: 10000 del Registro Gráfico

ZONA:	Latitud media:	Meridiano:	Paralelo norte:	Paralelo sur:	Superficie:
I	29°30'	55426	97209	96732	5374,687
II	30°00'	55450	96732	96248	5548,484
III	30°50'	55454	96248	95758	5321,874
IV	51°00'	55458	95758	95259	5294,858
V	51°50'	55445	95259	94754	5267,439
VI	52°00'	55447	94754	94241	5239,617
VII	32°50'	55451	94241	93721	5211,395
VIII	35°00'	55456	93721	93194	5182,774
IX	35°50'	55460	93194	92659	5155,758
X	34°00'	55465	92659	92118	5124,546
XI	34°50'	55469	92118	91570	5094,542
XII	55°00'	55474	91570	91014	5064,546

Flechas para la construcción del paralelo

Longitud	-30'	-25'	-20'	-15'	-10'	-5'	± 0'	+ 5'	+10'	+15'	+20'	+25'	+30'
F =	0	33	61	82	97	106	109	106	97	82	61	33	0

(Véase pág. 185)

Arcos del meridiano

Latitud media:	29°22'30"	29°37'30"	29°52'30"	30°07'30"
log $\Delta \varphi$	2.954245	2.954245	2.954245	2.954245
— log (1)	8.511645	8.511627	8.511610	8.511594
= log m'	4.442600	4.442616	4.442633	4.442649
m' =	27707,7	27708,7	27709,8	27710,8
+ $\Delta m =$	+ 4,7	+ 4,7	+ 4,7	+ 4,7
m =	27712,4	27715,4	27714,5	27715,5
Latitud media:	30°22'30"	30°37'30"	30°52'30"	31°07'30"
log $\Delta \varphi$	2.954245	2.954245	2.954245	2.954245
— log (1)	8.511577	8.511561	8.511544	8.511527
= log m'	4.442666	4.442682	4.442699	4.442716
m' =	27711,9	27712,9	27714,0	27715,1
+ $\Delta m =$	+ 4,7	+ 4,7	+ 4,7	+ 4,7
m =	27716,6	27717,6	27718,7	27719,8
Latitud media:	31°22'30"	31°37'30"	31°52'30"	32°07'30"
log $\Delta \varphi$	2.954245	2.954245	2.954245	2.954245
— log (1)	8.511510	8.511495	8.511476	8.511459
= log m'	4.442733	4.442750	4.442767	4.442784
m' =	27716,1	27717,2	27718,5	27719,4
+ $\Delta m =$	+ 4,7	+ 4,7	+ 4,7	+ 4,7
m =	27720,8	27721,9	27723,0	27724,1

(Véase pág. 185)

Arcos del meridiano

Latitud media:	32°22'30"	32°37'30"	32°52'30"	33°07'30"
$\log \Delta \varphi$	2.954245	2.954245	2.954245	2.954245
$-\log (1)$	8.511442	8.511425	8.511408	8.511390
$= \log m'$	4.442801	4.442818	4.442855	4.442855
$m' =$	21720,5	27721.6	27722,7	27723,8
$+ \Delta m =$	+ 4,7	+ 4,7	+ 4,7	+ 4,7
$m =$	27725,2	27726,5	27727,4	27728,5
Latitud media:	33°22'30"	33°37'30"	33°52'30"	34°07'30"
$\log \Delta \varphi$	2.954245	2.954245	2.954245	2.954245
$-\log (1)$	8.511385	8.511555	8.511537	8.511520
$= \log m'$	4.422870	4.442888	4.442906	4.422925
$m' =$	27724,9	27726,1	27727,2	27728,5
$+ \Delta m =$	+ 4,7	+ 4,7	+ 4,7	+ 4,7
$m =$	27729,6	27730,8	27731,9	27733,0
Latitud media:	34°22'30"	34°37'30"	34°52'30"	35°07'30"
$\log \Delta \varphi$	2.954245	2.954245	2.954245	2.954245
$-\log (1)$	8.511302	8.511285	8.511267	8.511249
$= \log m'$	4.442941	4.442958	4.442976	4.442994
$m' =$	27729,4	27730,5	27731,7	27732,8
$+ \Delta m =$	+ 4,7	+ 4,7	+ 4,7	+ 4,7
$m =$	27734,1	27735,2	27736,4	27737,5

(Véase pág. 185)

Arcos del paralelo

Latitud:	— 29°15'	— 29°30'	— 29°45'	— 30°00'
$\log \Delta \lambda$	5.255275	5.255275	5.255275	5.255275
+ $\log \cos \varphi$	9.940765	9.939697	9.938619	9.937531
+ $\operatorname{colog} (2)$	1.490565	1.490570	1.490575	1.490581
= $\log p'$	4.686601	4.685540	4.684467	4.683385
$p' =$	48596,0	48477,4	48557,9	48237,6
+ $\Delta p' =$	+ 8,5	+ 8,2	+ 8,2	+ 8,2
$p =$	48604,5	48485,6	48566,1	48245,8
Latitud:	— 30°15'	— 30°30'	— 30°45'	— 31°00'
$\log \Delta \lambda$	5.255275	5.255275	5.255275	5.255275
+ $\log \cos \varphi$	9.936451	9.935320	9.934199	9.933066
+ $\operatorname{colog} (2)$	1.490586	1.490592	1.490598	1.490603
= $\log p'$	4.682290	4.681185	4.680070	4.678942
$p' =$	48116,1	47993,8	47870,8	47746,6
+ $\Delta p' =$	+ 8,2	+ 8,1	+ 8,1	+ 8,1
$p =$	48124,5	48001,9	47878,9	47754,7

(Véase pág. 183)

Arcos del paralelo

Latitud:	— 31°15'	— 31°30'	— 31°45'	— 32°00'
log $\Delta \lambda$	5.255275	5.255275	5.255275	5.255275
+ log cos φ	9.931921	9.950766	9.929599	9.928420
+ colog (2)	1.490609	1.490614	1.490620	1.490626
= log p'	4.677805	4.676653	4.675492	4.674519
p' =	47621,5	47495,6	47368,8	47241,0
+ $\Delta p =$	+ 8,1	+ 8,1	+ 8,0	+ 8,0
p =	47629,6	47503,7	47376,8	47249,0
Latitud:	— 32°15'	— 32°30'	— 32°45'	— 33°00'
log $\Delta \lambda$	5.255275	5.255275	5.255275	5.255275
+ log cos φ	9.927251	9.926029	9.924816	9.925591
+ colog (2)	1.490651	1.490657	1.490645	1.490649
= log p'	4.673155	4.671959	4.670752	4.679515
p' =	47112,5	46982,8	46852,4	46721,1
+ $\Delta p =$	+ 8,0	+ 8,0	+ 8,0	+ 7,9
p =	47120,5	46990,8	46860,4	46729,0

(Véase pág. 185)

Arcos del paralelo

Latitud:	— 33°15'	— 33°30'	— 33°45'	— 34°00'
log $\Delta \lambda$	3.255273	3.255273	3.255273	3.255273
+ log cos φ	9.922355	9.921107	9.919846	9.918574
+ colog (2)	1.490654	1.490660	1.490666	1.490672
= log p'	4.668282	4.667040	4.665785	4.664519
p' =	46588,9	46455,8	46321,8	46186,9
+ Δp =	+ 7,9	+ 7,9	+ 7,9	+ 7,8
p =	46596,8	46463,7	46329,7	46194,7
Latitud:	— 34°15'	— 34°30'	— 34°45'	— 35°00'
log $\Delta \lambda$	3.255273	3.255273	3.255273	3.255273
+ log cos φ	9.917230	9.915994	9.914685	9.913365
+ colog (2)	1.490678	1.490684	1.490690	1.490696
= log p'	4.665241	4.661951	4.660648	4.659334
p' =	46051,2	45914,6	45777,1	45638,8
+ Δp =	+ 7,8	+ 7,8	+ 7,8	+ 7,8
p =	46059,0	45922,4	45784,9	45646,6

(Véase pág. 185)

Superficies

ZONA:	I Norte	I Sur	II Norte	II Sur
$\varphi =$	29°22'50"	29°37'50"	29°52'30"	30°07'50"
$3 \varphi =$	88°07'50"	88°52'30"	89°57'30"	90°22'50"
$5 \varphi =$	146°52'30"	148°07'50"	149°22'30"	150°57'50"
$\log \cos \varphi$	9.9402515	9.9591595	9.9580765	9.9569822
$+ \log k_1$	5.1884971	5.1884971	5.1884971	5.1884971
$= \log A$	5.1287286	5.1276564	5.1265754	5.1254795
$A =$	1345,0195	1341,7031	1338,5614	1334,9959
$\log \cos 3 \varphi$	8.51480	8.29500	7.81591	7.81591
$+ \log k_2$	0.71369	0.71369	0.71369	0.71369
$= \log B$	9.22849	9.00669	8.52960	8.52960
$B =$	— 0,1692	— 0,1016	— 0,0539	+ 0,0539
$\log \cos 5$	9.9250	9.9290	9.9548	9.9402
$+ \log k_3$	8.1137	8.1137	8.1137	8.1137
$= \log C$	8.0567	8.0427	8.0485	8.0559
$C =$	— 0,0109	— 0,0110	— 0,0112	— 0,0115
$S' =$	1544,8394	1541,5905	1538,5165	1335,0165
$+ \Delta S =$	+ 0,4572	+ 0,4561	+ 0,4550	+ 0,4539
$S =$	1345,2966	1542,0466	1538,7715	1335,4704

(Véase pág. 184)

Superficies

ZONA:	III Norte	III Sur	IV Norte	IV Sur
$\varphi =$	50°22'50"	50°57'50"	50°52'50"	51°07'50"
$\exists \varphi =$	91°07'50"	91°52'50"	92°37'50"	95°22'50"
$5 \varphi =$	151°52'50"	155°07'50"	154°22'50"	155°57'50"
$\log \cos \varphi$	9.9558771	9.9547609	9.9556555	9.9524949
$+ \log k_1$	5.1884971	5.1884971	5.1884971	5.1884971
$= \log A$	5.1243742	5.1252580	5.1221506	5.1209920
$A =$	1351,6012	1328,1852	1324,7399	1321,2715
$\log \cos \exists \varphi$	8.29500	8.51480	8.66086	8.76990
$+ \log k_2$	0.71569	0.71569	0.71569	0.71569
$= \log B$	9.00669	9.22849	9.37455	9.48559
$B =$	+ 0,1016	+ 0,1692	+ 0,2569	+ 0,5045
$\log \cos 5 \varphi$	9.9454	9.9504	9.9550	9.9594
$+ \log k_3$	8.1137	8.1137	8.1137	8.1137
$= \log C$	8.0591	8.0641	8.0687	8.0754
$C =$	- 0,0115	- 0,0116	- 0.0117	- 0.0118
$S' =$	1351,6915	1328,5408	1324,9651	1321,5640
$+ \Delta S =$	+ 0,4528	+ 0,4516	+ 0,4505	+ 0,4495
$S =$	1352,1441	1328,7924	1325,4156	1322,0155

(Véase pág. 184)

Superficies

ZONA:	V Norte	V Sur	VI Norte	VI Sur
$\varphi =$	31°22'50"	31°37'30"	31°52'30"	32°07'30"
$3 \varphi =$	94°07'30"	94°52'30"	95°37'30"	96°22'50"
$5 \varphi =$	156°52'50"	158°07'30"	159°22'30"	160°37'30"
$\log \cos \varphi$	9.9513450	9.9501857	9.9290111	9.9278270
$+ \log k_1$	5.1884971	5.1884971	5.1884971	5.1884971
$= \log A$	5.1198421	5.1186808	5.1175082	5.1165241
$A =$	1517,7776	1514,2585	1510,7148	1507,1461
$\log \cos 3 \varphi$	8.85695	8.92935	8.99130	9.04546
$+ \log k_2$	0.71569	0.71369	0.71369	0.71369
$= \log B$	9.57062	9.64502	9.70499	9.75915
$B =$	+ 0,3721	+ 0,4396	+ 0,5070	+ 0,5745
$\log \cos 5 \varphi$	9.9656	9.9675	9.9712	9.9747
$+ \log k_3$	8.1157	8.1157	8.1157	8.1157
$= \log C$	8.0775	8.0812	8.0849	8.0884
$C =$	- 0,0119	- 0,0121	- 0,0122	- 0,0125
$S' =$	1518,1378	1514,6860	1511,2096	1507,7081
$+ \Delta S =$	+ 0,4482	+ 0,4470	+ 0,4458	+ 0,4446
$S =$	1518,5860	1515,1330	1511,6554	1508,1527

(Véase pág. 184)

Superficies

ZONA:	VII Norte	VII Sur	VIII Norte	VIII Sur
$\varphi =$	52°22'30"	32°37'30"	32°52'30"	35°07'30"
$3 \varphi =$	97°07'30"	97°52'30"	98°37'30"	99°22'30"
$5 \varphi =$	161°52'30"	165°07'30"	164°22'30"	165°57'30"
$\log \cos \varphi$	9.9266514	9.9254241	9.9242052	9.9229746
$+ \log k_1$	5.1884971	5.1884971	5.1884971	5.1884971
$= \log A$	5.1151285	5.1139212	5.1127025	5.1114717
$A =$	1503,5524	1299,9557	1296,2904	1292,6224
$\log \cos 3 \varphi$	9.09354	9.13676	9.17600	9.21191
$+ \log k_2$	0.71369	0.71369	0.71369	0.71369
$= \log B$	9.80725	9.85045	9.88969	9.92560
$B =$	+ 0,6415	+ 0,7087	+ 0,7757	+ 0,8426
$\log \cos 5 \varphi$	9.9779	9.9809	9.9836	9.9862
$+ \log k_3$	8.1137	8.1137	8.1137	8.1137
$= \log C$	8.0916	8.0946	8.0973	8.0999
$C =$	- 0,0125	- 0,0124	- 0,0125	- 0,0126
$S' =$	1504,1816	1500,6500	1297,0556	1295,4524
$+ \Delta S =$	+ 0,4434	+ 0,4422	+ 0,4410	+ 0,4398
$S =$	1504,6250	1501,0722	1297,4946	1295,8922

(Véase pág. 184)

Superficies

ZONA:	IX Norte	IX Sur	X Norte	X Sur
$\varphi =$	55°22'50"	55°57'50"	55°52'50"	54°07'50"
$\beta \varphi =$	100°07'50"	100°52'50"	101°57'50"	102°22'50"
$\delta \varphi =$	166°52'50"	168°07'50"	169°22'50"	170°57'50"
$\log \cos \varphi$	9.9217522	9.9204780	9.9192118	9.9179556
$+ \log k_1$	5.1884971	5.1884971	5.1884971	5.1884971
$= \log A$	5.1102295	5.1089751	5.1077089	5.1064507
A =	1288,9500	1285,2150	1281,4714	1277,7055
$\log \cos \beta \varphi$	9.24501	9.27567	9.50429	9.55104
$+ \log k_2$	0.71569	0.71569	0.71569	0.71569
$= \log B$	0.95870	9.98956	0.01798	0.04475
B =	+ 0,9095	+ 0,9758	+ 1,0423	+ 1,1085
$\log \cos \delta \varphi$	9.9885	9.9906	9.9925	9.9942
$+ \log k_3$	8.1157	8.1157	8.1157	8.1157
$= \log C$	8.1022	8.1045	8.1062	8.1079
C =	- 0,0127	- 0,0127	- 0,0128	- 0,0128
S' =	1289,8266	1286,1761	1282,5009	1278,8010
$+ \Delta S =$	+ 0,4585	+ 0,4575	+ 0,4560	+ 0,4548
S =	1290,2651	1286,6154	1282,9569	1279,2558

(Véase pág. 184)

Superficies

ZONA:	XI Norte	XI Sur	XII Norte	XII Sur
$\varphi =$	54°22'30"	54°57'30"	54°52'30"	55°07'30"
$3 \varphi =$	103°07'30"	103°52'30"	104°37'30"	105°22'30"
$5 \varphi =$	171°52'30"	173°07'30"	174°22'30"	175°57'30"
$\log \cos \varphi$	9.9166454	9.9155410	9.9140264	9.9126995
$+ \log k_1$	3.1884971	3.1884971	3.1884971	3.1884971
$= \log A$	3.1051405	3.1038381	3.1025235	3.1011966
$A =$	1273,9152	1270,1006	1266,2618	1262,5988
$\log \cos 3 \varphi$	9.35617	9.37986	9.40225	9.42547
$+ \log k_2$	0.71369	0.71369	0.71369	0.71369
$= \log B$	0.06986	0.09555	0.11594	0.15716
$B =$	+ 1,1745	+ 1,2404	+ 1,5060	+ 1,5714
$\log \cos 5 \varphi$	9.9956	9.9969	9.9979	9.9987
$+ \log k_3$	8.1137	8.1137	8.1137	8.1137
$= \log C$	8.1093	8.1106	8.1116	8.1124
$C =$	- 0,0129	- 0,0129	- 0,0129	- 0,0130
$S' =$	1275,0768	1271,5281	1267,5549	1263,7572
$+ \Delta S =$	+ 0,4335	+ 0,4322	+ 0,4310	+ 0,4297
$S =$	1275,5103	1271,7603	1267,9859	1264,1869

(Véase pág. 184)

Dimensiones
de las hojas 1:50000 del Registro Gráfico

ZONA:		Latitud media:	Meridiano:	Paralelo norte:	Paralelo sur:	Superficie:
I	Norte	29°22'30"	27712	48604	48485	1545,297
	Sur	29°37'30"	27713	48485	48366	1542,047
II	Norte	29°52'30"	27714	48366	48246	1538,771
	Sur	30°07'30"	27715	48246	48124	1335,470
III	Norte	30°22'30"	27717	48124	48002	1532,144
	Sur	30°37'30"	27718	48002	47879	1528,792
IV	Norte	30°52'30"	27719	47879	47755	1525,416
	Sur	31°07'30"	27720	47755	47630	1522,013
V	Norte	31°22'30"	27721	47630	47504	1518,586
	Sur	31°37'30"	27722	47504	47377	1515,133
VI	Norte	31°52'30"	27723	47377	47249	1511,655
	Sur	32°07'30"	27724	47249	47120	1508,153
VII	Norte	32°22'30"	27725	47120	46991	1504,625
	Sur	32°37'30"	27726	46991	46860	1501,072

(Véase pág. 185)

ZONA:		Latitud media:	Meridiano:	Paralelo norte:	Paralelo sur:	Superficie:
VIII	Norte	32°52'30"	27727	46860	46729	1297,495
	Sur	33°07'30"	27728	46729	46597	1295,892
IX	Norte	33°22'30"	27730	46597	46464	1290,265
	Sur	33°37'30"	27731	46464	46330	1286,613
X	Norte	33°52'30"	27732	46330	46195	1282,937
	Sur	34°07'30"	27733	46195	46059	1279,256
XI	Norte	34°22'30"	27734	46059	45922	1275,510
	Sur	34°37'30"	27735	45922	45785	1271,760
XII	Norte	34°52'30"	27736	45785	45647	1267,986
	Sur	35°07'30"	27737	45647	45507	1264,187

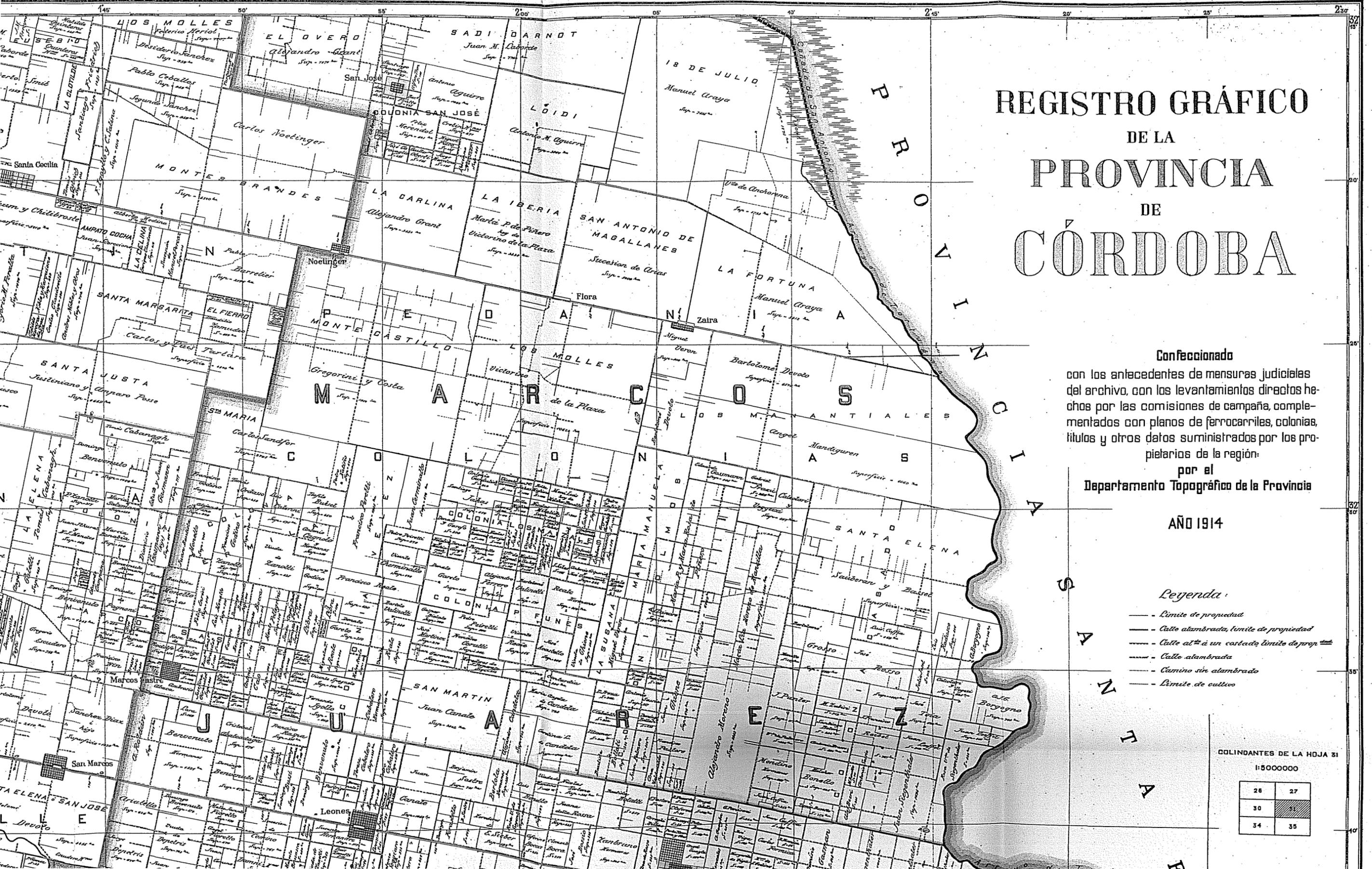
Flechas para la construcción del paralelo

Longitud:	-15'	-10'	-5'	± 0	+5'	+10'	+15'
$f =$	0	15	24	27	24	15	0

(Véase pág. 185)

Marcos Juárez

Hoja N° 31



REGISTRO GRÁFICO DE LA PROVINCIA DE CÓRDOBA

Confeccionado
con los antecedentes de mensuras judiciales
del archivo, con los levantamientos directos he-
chos por las comisiones de campaña, comple-
mentados con planos de ferrocarriles, colonias,
títulos y otros datos suministrados por los pro-
pietarios de la región:
por el
Departamento Topográfico de la Provincia

AÑO 1914

Legenda:

- Limite de propiedad
- Calle alambrada, limite de propiedad
- Calle al 2° a un costado limite de prop
- Calle alambrada
- Camino sin alambrado
- Limite de cultivo

COLINDANTES DE LA HOJA 31

1:500000

26	27
30	31
34	35

VI

CÁLCULOS

DE LA

PROYECCION CONICA CONFORME SECANTE

DEL MAPA DE LA PROVINCIA

OBSERVACIONES:

1. Las dimensiones lineales se entienden en metros.
2. Para las indicaciones angulares se emplea la división sexagesimal del círculo.

VI

CÁLCULOS

DE LA

PROYECCION CONICA CONFORME SECANTE

DEL MAPA DE LA PROVINCIA

OBSERVACIONES:

1. Las dimensiones lineales se entienden en metros.
2. Para las indicaciones angulares se emplea la división sexagesimal del círculo.

Radio de los paralelos

PARALELO:	— 29,°0	— 29,°5	— 30,°0	— 30,°5
$\varphi =$	— 29°00'	— 29°50'	— 30°00'	— 30°50'
$\varphi_0 =$	— 32°30'	— 32°30'	— 32°30'	— 32°30'
$\Delta \varphi'' =$	+ 12600"	+ 10800"	+ 9000"	+ 7200"
$\log \Delta \varphi$	4.100371	4.033424	3.954245	5.857352
— $\log (1)$	8.511553	8.511536	8.511519	8.511502
= $\log m$	5.588818	5.521888	5.442724	5.545850
$m =$	387987,5	332575,8	277155,6	221753,0
$\log m^3$	6.7664	6.5657	6.3282	6.0575
— $\log 6 N^3$	4.3885	4.3885	4.3885	4.3885
= $\log c$	2.3781	2.1772	1.9599	1.6492
$c =$	+ 238,8	+ 150,4	+ 87,1	+ 44,6
$\Delta R = m + c$	388226,5	332724,2	277242,7	221777,6
$R_0 =$	10020165	10020165	10020165	10020165
+ $\Delta R =$	+ 388226	+ 332724	+ 277243	+ 221778
$R =$	10408589	10552887	10297406	10241941
$\log R:$	7.017383	7.015061	7.012728	7.010582

(Véase pág. 197)

Radio de los paralelos

PARALELO:	— 31,°0	— 31,°5	— 32,°0	— 33,°0
$\varphi =$	— 31°00'	— 31°30'	— 32°00'	— 33°00'
$\varphi_0 =$	— 32°30'	— 32°30'	— 32°30'	— 32°30'
$\Delta \varphi'' =$	+ 5400"	+ 3600"	+ 1800"	— 1800"
$\log \Delta \varphi$	3.752594	3.556303	3.255273	3.255275
— $\log (1)$	8.511485	8.511468	8.511451	8.511416
$\log m$	5.220909	5.044835	4.745822	4.745857
$m =$	166306,5	110875,4	55439,9	55444,5
$\log m^3$	5.6627	5.1545	4.2315	4.2316
$= \log 6 N^2$	4.3883	4.3883	4.3885	4.3883
$= \log c$	1.2744	0.7462	9.8432	9.8433
$c =$	+ 18,8	+ 5,6	+ 0,7	— 0,7
$\Delta R = m + c$	166325,3	110881,0	55440,6	55445,0
$R_0 =$	10020163	10020163	10020163	10020163
+ $\Delta R =$	+ 166325	+ 110881	+ 55441	— 55445
$R =$	10186488	10131044	10075604	9964718
$\log R:$	7.008025	7.005654	7.003271	6.998465

(Véase pág. 197)

Radios de los paralelos

PARALELO:	— 33,°5	— 34,°0	— 34,°5
$\varphi =$	— 33°50'	— 34°00'	— 34°50'
$\varphi_0 =$	— 52°50'	— 52°50'	— 52°50'
$\Delta \varphi'' =$	— 5600''	— 5400''	— 7200''
$\log \Delta \varphi$	3.556303	3.732394	3.857332
— $\log (1)$	8.511399	8.511382	8.511364
= $\log m$	5.044904	5.221012	5.345968
$m =$	110895,0	166345,8	221805,3
$\log m^3$	5.1347	5.6630	6.0379
— $\log 6 N^2$	4.3885	4.3885	4.3885
= $\log c$	0.7464	1.2747	1.6496
$c =$	— 5,6	— 18,8	— 44,6
$\Delta R = m + c$	110898,6	166364,6	221847,8
$R_0 =$	10020165	10020165	10020165
+ $\Delta R =$	— 110899	— 166365	— 221848
$R =$	9909264	9853798	9798315
$\log R:$	6.996042	6.993604	6.991152

(Véase pág. 197)

Radio de los paralelos

PARALELO:	— 35,°0	— 35,°5	— 36,°0
$\varphi =$	— 35°00'	— 35°30'	— 36°00'
$\varphi_0 =$	— 32°30'	— 32°50'	— 32°50'
$\Delta \varphi'' =$	— 9000"	— 10800"	— 12600"
$\log \Delta \varphi$	3.954245	4.053424	4.100371
— $\log (1)$	8.511547	8.511529	8.511311
= $\log m$	5.442896	5.522095	5.589060
$m =$	277265,6	352732,5	388205,6
$\log m^3$	6.3287	6.5663	6.7672
— $\log 6 N^2$	4.3883	4.3883	4.3883
= $\log c$	1.9404	2.1780	2.5789
$c =$	— 87,2	— 150,7	— 259,5
$\Delta R = m + c$	277352,8	352883,0	388442,9
$R_0 =$	10020163	10020163	10020163
+ $\Delta R =$	— 277353	— 352883	— 388443
$R =$	9742810	9687280	9631720
$\log R:$	6.988684	6.986202	6.983704

(Véase pág. 197)

Meridiano

PARALELO:		$\Delta R =$	$\Delta A =$	Dif:	A =	log A
29°	00'	588226		—	0000	—
	30'	55502				
30°	00'	532724	55481	21	55502	4.744509
	30'	277245	55465	16	110935	5.045257
31°	00'	221778	55455	12	166448	5.221279
	30'	166525	55444	9	221901	5.546159
32°	00'	110881	55440	4	277545	5.445020
	30'	55441	55441	1	552785	5.522164
33°	00'	0000	55445	4	588226	5.588085
	30'	55445	55454	9	445671	5.647061
34°	00'	110899	55466	12	499125	5.698210
	30'	166565	55485	17	554591	5.745975
35°	00'	221848	55505	22	610074	5.785385
	30'	277555	55530	25	665579	5.825199
36°	00'	352885	55560	30	721109	5.858001
	30'	588445		—	776669	5.890256

(Véase pág. 199)

Angulos del cono

Longitud:	15'	30'	1°	2°	3°
$\lambda'' =$	+ 900"	+ 1800"	+ 3600"	+ 7200"	+ 10800"
$\varphi_0 =$	- 52°50'	- 52°50'	- 52°50'	- 52°50'	- 52°50'
$\log \lambda''$	2.954245	3.255275	3.556305	3.857332	4.055424
+ $\log \text{sen } \varphi_0$	9.730217	9.730217	9.730217	9.730217	9.730217
= $\log l$	2.684460	2.985490	3.286520	3.587549	3.765641
$\log l$	2.684460	2.985490	3.286520	3.587549	3.765641
+ $\log S$	4.685574	4.685573	4.685569	4.685549	4.685518
= $\log \text{sen } l$	7.370054	7.671065	7.972089	8.273098	8.449159
$\log \text{sen}^2 \frac{1}{2}$	4.15801	4.74007	5.34215	5.94418	6.29654
+ $\log 2$	0.30105	0.30105	0.30105	0.30105	0.30105
= $\log 2 \text{sen}^2 \frac{1}{2}$	4.45904	5.04110	5.64316	6.24521	6.59757
$l =$	+ 483°57'	+ 967°14'	+ 1954°28'	+ 3868°56'	+ 5802°84'
$\frac{l}{2} =$	+ 241°79'	+ 483°57'	+ 967°14'	+ 1954°28'	+ 2901°42'
$1^\circ =$	8°05'57"	16°07'14"	32°14'28"	1°04'28"56"	1°36'42"84"
$\frac{1^\circ}{2} =$	4°01'79"	8°03'57"	16°07'14"	32°14'28"	48°21'42"

(Véase pág. 198)

Datos para el cálculo de las coordenadas.

Paralelo:		R =	log R	Longitud:	log sen l	log 2 sen $\frac{l}{2}$
29°	00'	10408389	7.017583	15'	7.570034	4.45904
	50'	10352887	7.015061	30'	7.671063	5.04110
30°	00'	10297406	7.012728	1°	7.972089	5.64516
	50'	10241941	7.010582	2°	8.273098	6.24521
31°	00'	10186488	7.008025	3°	8.449159	6.59737
	50'	10131044	7.005654			
32°	00'	10075604	7.003271	log N _o	6.805062	
	50'	10020163	7.000875	+ log cotg φ _o	0.195813	
33°	00'	9964718	6.998465	= log R _o	7.000875	
	50'	9909264	6.996042	R _o =	10020163 m	
34°	00'	9853798	6.993604			
	50'	9798515	6.991152	log sen φ _o	9.730217	
35°	00'	9742810	6.988684	- log N _o	6.805062	
	50'	9687280	6.986202	= log $\frac{\text{sen } \varphi_o}{N_o}$	2.925155	
36°	00'	9631720	6.983704			

(Véase pág. 198)

Coordenadas rectangulares

Longitud:		15'	30'	1°	2°	3°
29°	log R	7.017583	7.017583	7.017583	7.017583	7.017583
	+ log sin l	7.370054	7.671063	7.972089	8.273098	8.449159
	= log x	4.587417	4.688446	4.989472	5.290481	5.466542
	x =	24401	48805	97605	195200	292781
	log R	7.01738	7.01738	7.01738	7.01738	7.01738
	+ log 2 sin ² $\frac{1}{2}$	4.45904	5.04110	5.64516	6.24521	6.59737
	= log y	1.45642	2.05848	2.66054	3.26259	3.61475
	y =	29	114	458	1851	4119
30°	log R	7.012728	7.012728	7.012728	7.012728	7.012728
	+ log sin l	7.570054	7.671063	7.972089	8.273098	8.449159
	= log x	4.382762	4.683791	4.984817	5.285826	5.461887
	x =	24141	48285	99564	1.93120	2.89659
	log R	7.01273	7.01273	7.01273	7.01273	7.01273
	+ log 2 sin ² $\frac{1}{2}$	4.45904	5.04110	5.64516	6.24521	6.59737
	= log y	1.45177	2.05385	2.65598	3.25794	3.61010
	y =	28	113	453	1811	4075

(Véase pág. 199)

Coordenadas rectangulares

Longitud:		15'	30'	1°	2°	3°
31°	log R	7.008025	7.008025	7.008025	7.008025	7.008025
	+ log sin l	7.570054	7.671065	7.972089	8.275098	8.449159
	= log x	4.578059	4.679088	4.980114	5.281125	5.457184
	x =	25881	47765	95524	191040	286559
	log R	7.00802	7.00802	7.00802	7.00802	7.00802
	+ log 2 sin ² $\frac{1}{2}$	4.45904	5.04110	5.64516	6.24521	6.59757
	= log y	1.44706	2.04912	2.65118	3.25525	3.60559
	y =	28	112	448	1792	4051
32°	log R	7.005271	7.005271	7.005271	7.005271	7.005271
	+ log sin l	7.570054	7.671065	7.972089	8.275098	8.449159
	= log x	4.375505	4.674534	4.975560	5.276369	5.452450
	x =	25621	47245	94484	188960	285420
	log R	7.00527	7.00527	7.00527	7.00527	7.00527
	+ log 2 sin ² $\frac{1}{2}$	4.43904	5.04110	5.64516	6.24521	6.59757
	= log y	1.44251	2.04437	2.64645	3.24848	3.60064
	y =	28	111	445	1772	3987

(Véase pág. 199)

Coordenadas rectangulares

Longitud:		15'	30'	1°	2°	3°
33°	log R	6.998465	6.998465	6.998465	6.998465	6.998465
	+ log sin l	7.570054	7.671065	7.972089	8.275098	8.449159
	= log x	4.568499	4.669528	4.970554	5.271565	5.447624
	x =	25561	46725	95445	186880	280501
	log R	6.99846	6.99846	6.99846	6.99846	6.99846
	+ log 2 sin ² $\frac{1}{2}$	4.45904	5.04110	5.64516	6.24521	6.59757
	= log y	1.45750	2.05956	2.64162	3.24567	3.59585
	y =	27	110	438	1753	5945
34°	log R	6.995604	6.995604	6.995604	6.995604	6.995604
	+ log sin l	7.570054	7.671065	7.972089	8.275098	8.449159
	= log x	4.565638	4.664667	4.965695	5.266702	5.442765
	x =	25101	46205	92405	184800	277181
	log R	6.99560	6.99560	6.99560	6.99560	6.99560
	+ log 2 sin ² $\frac{1}{2}$	4.45904	5.04110	5.64516	6.24521	6.59757
	= log y	1.45264	2.05470	2.63676	3.23881	3.59097
	y =	27	108	435	1733	5899

(Véase pág. 199)

Coordenadas rectangulares

Longitud:		15'	30'	1°	2°	3°
35°	log R	6.988684	6.988684	6.988684	6.988684	6.988684
	+ log sin l	7.370054	7.671065	7.972089	8.273098	8.449159
	= log x	4.358718	4.659747	4.960775	5.261782	5.437845
	x =	22841	45682	91564	182718	274053
	log R	6.98868	6.98868	4.98868	6.98868	6.98868
	+ log 2 sin ² $\frac{1}{2}$	4.45904	5.04110	5.64516	6.24521	6.59737
	= log y	1.42772	2.02978	2.65184	3.25589	3.58605
	y =	27	107	428	1714	3855
36°	log R	6.985704	6.985704	6.985704	6.985704	6.985704
	+ log sin l	7.370054	7.671065	7.972089	8.273098	8.449159
	= log x	4.353738	4.654767	4.955795	5.256802	5.432865
	x =	22581	45161	90522	180655	270954
	log R	6.98370	6.98370	6.98370	6.98370	6.98370
	+ log 2 sin ² $\frac{1}{2}$	4.45904	5.04110	5.64516	6.24521	6.59737
	= log y	1.42274	2.02480	2.62689	3.22891	3.58107
	y =	26	106	425	1694	3811

(Véase pág. 199)

Deformaciones

PARALELO:	— 29°00'	— 29°30'	— 30°00'	— 30°30'
$\log \frac{\text{sen } \varphi_0}{N_0}$	2.925155	2.925155	2.925155	2.925155
+ log R	7.017583	7.015061	7.012728	7.010582
	9.942558	9.940216	9.937885	9.935557
— log cos φ	9.941819	9.939697	9.937531	9.935520
= log a	0.000719	0.000519	0.000352	0.000217
a =	1,001657	1,001195	1,000811	1,000500
$\Delta L =$	+ 1,62 ‰	+ 1,20 ‰	+ 0,81 ‰	+ 0,50 ‰
$\Delta J =$	+ 3,31 ‰	+ 2,59 ‰	+ 1,62 ‰	+ 1,00 ‰
PARALELO:	— 31°00'	— 31°30'	— 32°00'	— 32°30'
$\log \frac{\text{sen } \varphi_0}{N_0}$	2.925155	2.925155	2.925155	2.925155
+ log R	7.008025	7.005654	7.003271	7.000875
	9.933180	9.930809	9.928426	9.926050
— log cos φ	9.933066	9.930766	9.928420	9.926029
= log a	0.000114	0.000045	0.000006	0.000001
a =	1,000263	1,000098	1,000013	1,000000
$\Delta L =$	+ 0,26 ‰	+ 0,10 ‰	+ 0,01 ‰	+ 0,00 ‰
$\Delta J =$	+ 0,55 ‰	+ 0,20 ‰	+ 0,03 ‰	+ 0,00 ‰

(Véase pág. 200)

Deformaciones

PARALELO:	— 33°00'	— 33°30'	— 34°00'	— 34°30'
$\log \frac{\text{sen } \varphi_0}{N_0}$	2.925155	2.925155	2.925155	2.925155
+ log R	6.998465	6.996042	6.995604	6.991152
	9.925620	9.921197	9.918759	9.116507
— log cos φ	9.925591	9.921107	9.918574	9.915994
= log a	0.000029	0.000090	0.000185	0.000315
a =	1,000066	1,000207	1,000425	1,000721
$\Delta L =$	+ 0,07 ‰	+ 0,21 ‰	+ 0,42 ‰	+ 0,72 ‰
$\Delta J =$	+ 0,15 ‰	+ 0,41 ‰	+ 0,85 ‰	+ 1,44 ‰
PARALELO:	— 35°00'	— 35°30'	— 36°00'	
$\log \frac{\text{sen } \varphi_0}{N_0}$	2.925155	2.925155	2.925155	
+ log R	6.988684	6.986202	6.985704	
	9.915359	9.911357	9.908859	
— log cos φ	9.915365	9.910686	9.907958	
= log a	0.000474	0.000671	0.000901	
a =	1,001095	1,001547	1,002077	
$\Delta L =$	+ 1,09 ‰	+ 1,55 ‰	+ 2,08 ‰	
$\Delta J =$	+ 2,19 ‰	+ 3,09 ‰	+ 4,15 ‰	

(Véase pág. 200)

Resultados

para la construcción de la cuadrícula geográfica
del "Mapa de la Provincia"
según la proyección cónica conforme tangencial.

Paralelo:	A =	$\lambda^{\circ} =$	15'	30'	1°	2°	3°
29°	00'	0000	x = 24401	48805	97605	195200	292781
	30'	55502	y = 29	114	458	1851	4119
30°	00'	110983	x = 24141	48285	96564	195120	289659
	30'	166448	y = 28	113	455	1811	4075
31°	00'	221901	x = 23881	47765	95524	191040	286559
	30'	277545	y = 28	112	448	1792	4051
32°	00'	332785	x = 23621	47245	94484	188960	283420
	50'	588226	y = 28	111	445	1772	5987
33°	00'	443671	x = 23361	46725	93445	186880	280501
	50'	499125	y = 27	110	438	1755	5945
34°	00'	554591	x = 25101	46205	92405	184800	277181
	30'	610074	y = 27	108	435	1755	5899
35°	00'	665579	x = 22841	45682	91364	182718	274058
	30'	721109	y = 27	107	428	1714	5855
36°	00'	776669	x = 22581	45161	90322	180635	270934
			y = 26	106	425	1694	5811

(Véase pág. 202)

Reducción del meridiano

Paralelo:	— 29°00'	— 29°30'	— 30°00'	— 30°30'
log A	—	4.744509	5.045257	5.221279
— log a _*	0.000185	0.000185	0.000185	0.000185
= log A'	—	4.744124	5.045072	5.221094
A' =	00	55478	110956	166577
Paralelo:	— 31°00'	— 31°30'	— 32°00'	— 32°30'
log A	5.546159	5.445020	5.522164	5.589085
— log a _*	0.000185	0.000185	0.000185	0.000185
= log A'	5.545974	5.442855	5.521979	5.588900
A' =	221806	277227	552644	588061
Paralelo:	— 33°00'	— 33°30'	— 34°00'	— 34°30'
log A	5.647061	5.698210	5.745975	5.785585
— log a _*	0.000185	0.000185	0.000185	0.000185
= log A'	5.646876	5.698025	5.745788	5.785198
A' =	445482	498915	554555	609814
Paralelo:	— 35°00'	— 35°30'	— 36°00'	
log A	5.825199	5.858001	5.890256	
— log a _*	0.000185	0.000185	0.000185	
= log A'	5.825014	5.857816	5.890051	
A' =	665294	720802	776558	

(Véase pág. 201)

Reducción de las coordenadas

Longitud:		15'	30'	1°	2°	3°
29°	log x	4.587417	4.688446	4.989472	5.290481	5.466542
	— log a _*	0.000185	0.000185	0.000185	0.000185	0.000185
	= log x'	4.387232	4.688261	4.989287	5.290296	5.466357
	x' =	24591	48782	97563	195117	292656
	log y	1.45642	2.05848	2.66054	3.26259	3.61475
	— log a _*	0.00018	0.00018	0.00018	0.00018	0.00018
	= log y'	1.45624	2.05850	2.66036	3.26241	3.61457
	y' =	29	114	458	1850	4117
30°	log x	4.582762	4.683791	4.984817	5.285826	5.461887
	— log a _*	0.000185	0.000185	0.000185	0.000185	0.000185
	= log x'	4.582577	4.583606	4.984632	5.285641	5.461702
	x' =	24131	48262	96523	193057	289535
	log y	1.45177	2.05585	2.65589	3.25794	3.61010
	— log a _*	0.00018	0.00018	0.00018	0.00018	0.00018
	= log y'	1.45159	2.05365	2.65571	3.25776	3.60992
	y' =	28	115	455	1810	4075

(Véase pág. 201)

Reducción de las coordenadas

Longitud:		15'	30'	1°	2°	3°
31°	log x	4.578059	4.679088	4.980114	5.281125	5.457184
	— log a _*	0.000185	0.000185	0.000185	0.000185	0.000185
	= log x'	4.577874	4.678903	4.979929	5.280938	5.456999
	x' =	23871	47742	95484	190958	286417
	log y	1.44706	2.04912	2.65118	3.25323	3.60559
	— log a _*	0.00018	0.00018	0.00018	0.00018	0.00018
	= log y'	1.44688	2.04894	2.65100	3.25305	3.60521
	y' =	28	112	448	1791	4029
32°	log x	4.575305	4.674334	4.975360	5.276369	5.452430
	— log a _*	0.000185	0.000185	0.000185	0.000185	0.000185
	= log x'	4.575120	4.674149	4.975175	5.276184	5.452245
	x' =	23611	47222	94444	188879	283299
	log y	1.44251	2.04437	2.64643	3.24848	3.60064
	— log a _*	0.00018	0.00018	0.00018	0.00018	0.00018
	= log y'	1.44213	2.04419	2.64625	3.24830	3.60046
	y' =	28	111	443	1771	5985

(Véase pág. 201)

Reducción de las coordenadas

Longitud:		15'	30'	1°	2°	3°
33°	log x	4.368499	4.669528	4.970554	5.271563	5.447624
	— log a _*	0.000185	0.000185	0.000185	0.000185	0.000185
	= log x'	4.368514	4.669343	4.970569	5.271378	5.447459
	x' =	25551	46703	93405	186800	280181
	log y	1.43750	2.03956	2.64162	3.24367	3.59583
	— log a _*	0.00018	0.00018	0.00018	0.00018	0.00018
	= log y'	1.43732	2.03938	2.64144	3.24349	3.59565
	y' =	27	109	438	1752	3941
34°	log x	4.363638	4.664667	4.965693	5.266702	5.442763
	— log a _*	0.000185	0.000185	0.000185	0.000185	0.000185
	= log x'	4.363453	4.664482	4.965508	5.266517	5.442578
	x' =	23091	46183	92365	184721	277062
	log y	1.43264	2.03470	2.63676	3.23881	3.59097
	— log a _*	0.00018	0.00018	0.00018	0.00018	0.00018
	= log y'	1.43246	2.03452	2.63658	3.23865	3.59079
	y' =	27	108	433	1732	3898

(Véase pág. 201)

Reducción de las coordenadas

Longitud:		15'	30'	1°	2°	3°
35°	log x'	4.558718	4.659747	4.960773	5.261782	5.457843
	— log a _*	0.000185	0.000185	0.000185	0.000185	0.000185
	= log x'	4.558553	4.659562	4.960588	5.261597	5.457658
	x' =	22831	45663	91325	182640	275942
	log y	1.42772	2.02978	2.65184	3.23389	3.58605
	— log a _*	0.00018	0.00018	0.00018	0.00018	0.00018
	= log y'	1.42754	2.02960	2.65166	3.23371	3.58587
	y' =	27	107	428	1713	3854
36°	log x	4.555738	4.654767	4.955793	5.256802	5.452863
	— log a _*	0.000185	0.000185	0.000185	0.000185	0.000185
	= log x'	4.555553	4.654582	4.955608	5.256617	5.452678
	x' =	22571	45142	90285	180558	270818
	log y	1.42274	2.02480	2.62686	3.22891	3.58107
	— log a _*	0.00018	0.00018	0.00018	0.00018	0.00018
	= log y'	1.42256	2.02462	2.62668	3.22873	3.58089
	y' =	26	106	423	1693	3810

(Véase pág. 201)

Reducción de las deformaciones

Paralelo:	— 29°00'	— 29°30'	— 30°00'	— 30°30'
log a	0.000719	0.000519	0.000352	0.000217
— log a _*	0.000185	0.000185	0.000185	0.000185
= log a'	0.000534	0.000334	0.000167	0.000032
a' =	1,001250	1,000770	1,000384	1,000074
△ L' =	+ 1,25 ‰	+ 0,77 ‰	+ 0,38 ‰	+ 0,07 ‰
△ J' =	+ 2,46 ‰	+ 1,54 ‰	+ 0,77 ‰	+ 0,15 ‰
Paralelo:	— 31°00'	— 31°30'	— 32°00'	— 32°30'
log a	0.000114	0.000045	0.000006	0.000001
— log a _*	0.000185	0.000185	0.000185	0.000185
= log a'	9.999929	9.999858	9.999821	9.999816
a' =	0,999836	0,999672	0,999588	0,999576
△ L' =	— 0,16 ‰	— 0,33 ‰	— 0,41 ‰	— 0,42 ‰
△ J' =	— 0,33 ‰	— 0,66 ‰	— 0,82 ‰	— 0,85 ‰

(Véase pág. 201)

Reducción de las deformaciones

Paralelo:	— 33°00'	— 33°30'	— 34°00'	— 34°30'
log a	0.000029	0.000090	0.000185	0.000515
— log a _*	0.000185	0.000185	0.000185	0.000185
= log a'	9.999844	9.999905	0.000000	0.000128
a' =	0,999640	0,999782	1,000000	1,000295
$\Delta L' =$	— 0,36 ‰	— 0,22 ‰	+ 0,00 ‰	+ 0,30 ‰
$\Delta J' =$	— 0,72 ‰	— 0,44 ‰	+ 0,00 ‰	+ 0,59 ‰
Paralelo:	— 35°00'	— 35°30'	— 36°00'	
log a	0.000474	0.000671	0.000901	
— log a _*	0.000185	0.000185	0.000185	
= log a'	0.000289	0.000486	0.000716	
a' =	1,000666	1,001120	1,001650	
$\Delta L' =$	+ 0,67 ‰	+ 1,12 ‰	+ 1,65 ‰	
$\Delta J' =$	+ 1,33 ‰	+ 2,24 ‰	+ 3,30 ‰	

(Véase pág. 201)

Resultados

para la construcción de la cuadrícula geográfica
del "Mapa de la Provincia"
según la proyección cónica conforme secante.

Paralelo:	A =	$\lambda =$	15'	30'	1°	2°	3°
29° 00'	0000	x =	24591	48782	97563	195177	292656
50'	56478	y =	29	114	458	1850	4117
30° 00'	110936	x =	24151	48262	96525	193057	289555
50'	166377	y =	28	113	453	1810	4073
31° 00'	221806	x =	25871	47742	95484	190958	286417
50'	277227	y =	28	112	448	1791	4029
32° 00'	352644	x =	25611	47222	94444	188879	285299
50'	388061	y =	28	111	445	1771	3985
33° 00'	443483	x =	25351	46703	93405	186800	280181
50'	498912	y =	27	109	438	1752	3941
34° 00'	554555	x =	25091	46183	92365	184721	277062
50'	609814	y =	27	108	433	1732	3898
35° 00'	665294	x =	22851	45663	91325	182640	273942
50'	720802	y =	27	107	428	1713	3854
36° 00'	776358	x =	22571	45142	90283	180558	270818
		y =	26	106	423	1695	3810

(Véase pág. 202)

ERRATAS:

Pág. 167. Línea 5 de abajo. En lugar de dr' debe leerse dr'^2 .

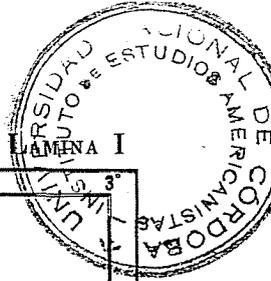
Pág. 181. El cuadro indica los valores y é Y y no, como debería, f y F . Deben sustituirse pues por los valores respectivos, indicados en la pág. 104 y 91, es decir:

$$\begin{array}{rcccccc} f & = & 27 & 24 & 15 & 0 \\ F & = & 109 & 106 & 97 & 82 & 61 & 33 & 0 \end{array}$$

Pág. 204. Línea 4 de abajo. En lugar de *Lambert* debe leerse *Albers*.

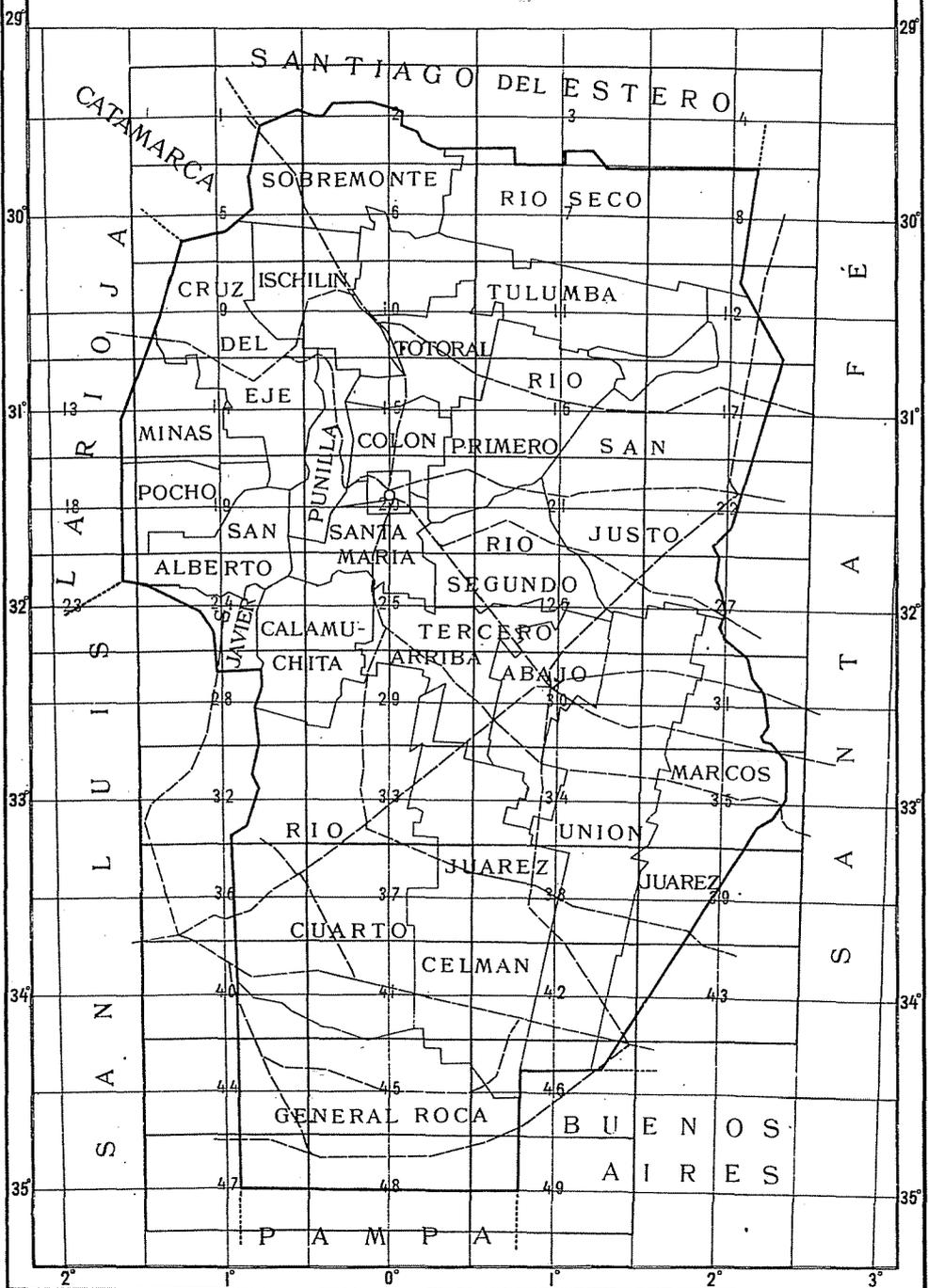
Pág. 219. Línea 2 de arriba. En lugar de x debe leerse y .

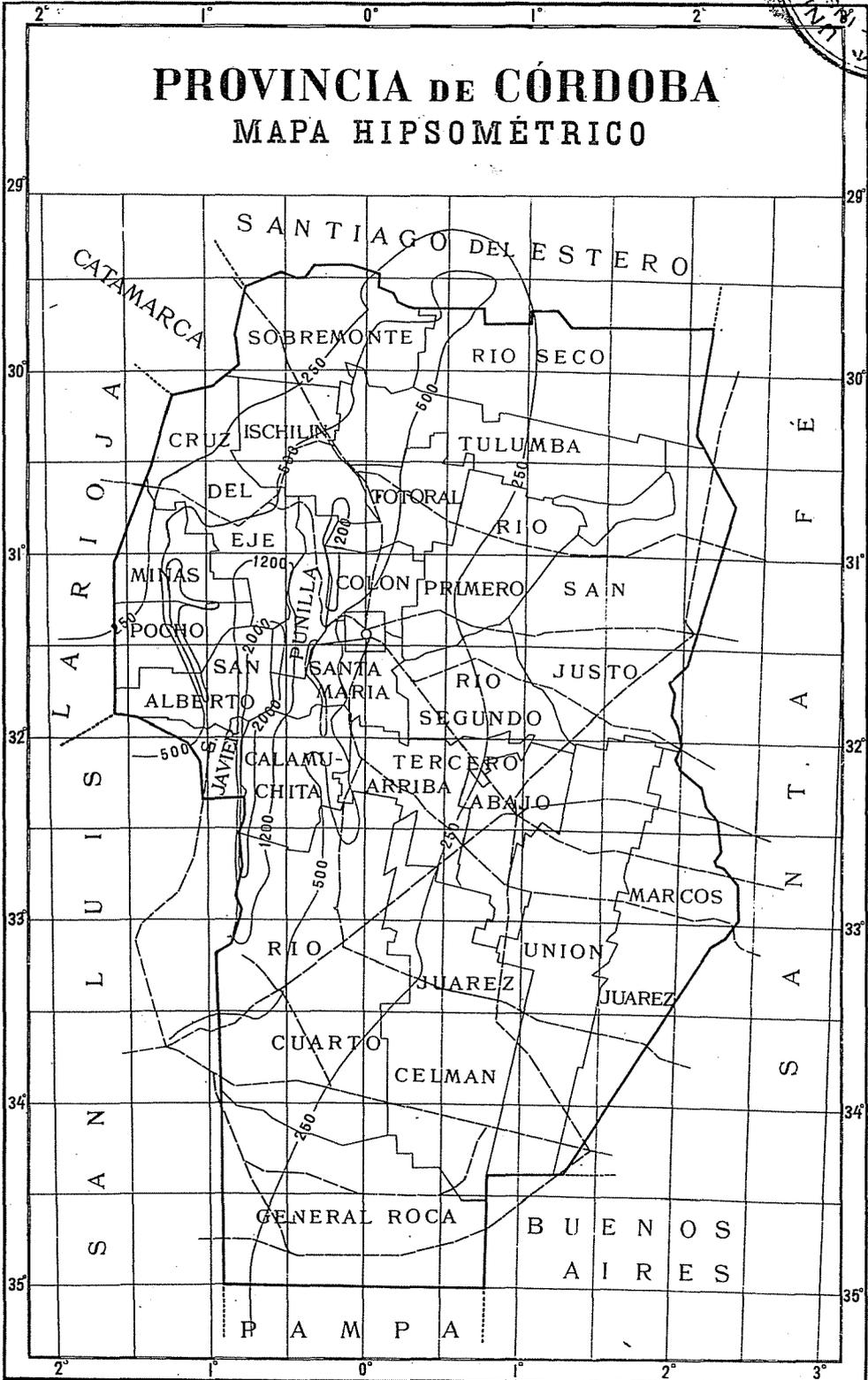




PROVINCIA DE CÓRDOBA

DIVISIÓN DEL REGISTRO GRÁFICO





Escala=1:4000000

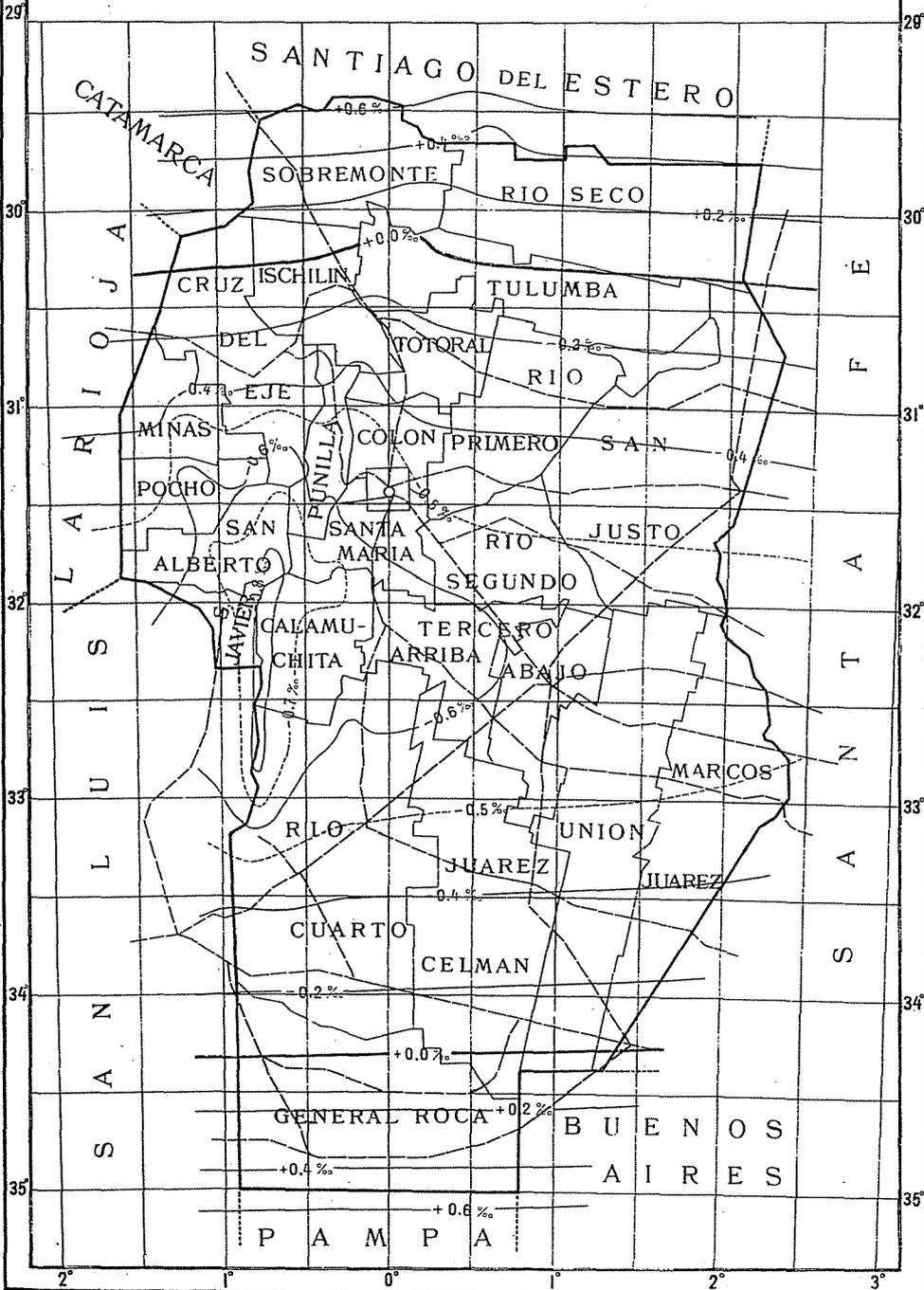
J. Jagsich.



PROVINCIA DE CÓRDOBA

LINEAS DE IGUAL DEFORMACIÓN

DE LA PROYECCIÓN CÓNICA CONFORME



Escala=1:4000000

J. Jagsich.