recientemente se ha anunciado una demostración de que la famosa disección de Dudeney del triángulo equilátero en un cuadrado de igual área usando 4 piezas no puede hacerse con sólo 3 piezas?

La siguiente figura muestra cómo recortar un triángulo equilátero en 4 piezas que forman exactamente un cuadrado.

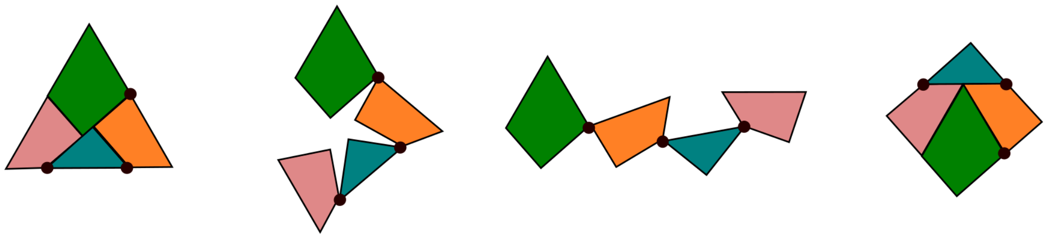

FIGURA 1. Disección encastrada de Henry Ernest Dudeney (extraída de Wikipedia).

En geometría, el concepto de *disectar* un polígono A en otro B consiste en transformar A en B mediante cortes rectos en A y, reordenando las piezas obtenidas, formar B sin superposiciones. Este concepto es simétrico: si se puede disectar A en B, entonces también se puede disectar B en A.

La disección del triángulo equilátero en el cuadrado que se muestra en la Figura 1 tiene, además, la propiedad de que no es necesario "dar vuelta" a las piezas y, más aún, es "*encastrada*" que quiere decir que se pasa del triángulo al cuadrado sin "desconectar" las piezas entre sí, ¡como si hubiera bisagras en los vértices!. Recordamos que en un '*¿Sabías que...?*' del año 2017 (ver [**1**]), dimos los pasos para construir dicha disección a partir del cuadrado y explicamos por qué funciona. Te invitamos a repasar dicha construcción y su prueba.

Por supuesto, para que exista una disección entre A y B, ambos polígonos deben tener la misma área. Recíprocamente, hace ya más de dos siglos que se sabe que si dos polígonos tienen la misma área, entonces existe una disección entre ellos. Se conocen, además, varias técnicas para encontrar una efectivamente.

Sin embargo, dados dos polígonos con áreas iguales, determinar el número mínimo de piezas necesarias para una desección entre ellos es un problema sofisticado y, en general, muy difícil de resolver. Este problema ha sido objeto de estudio durante mucho tiempo y entre los pioneros destaca Henry Ernest Dudeney quien, a principios del siglo XX, publicó numerosas disecciones con relativamente pocas piezas. Una de las más notables es la hermosa disección de la Figura 1 (ver [**3**, **4**]).

Desde entonces, los matemáticos han intentado demostrar que es imposible encontrar una disección del triángulo equilátero en un cuadrado utilizando solo

3 piezas. Invitamos al lector a encontrar una demostración de que es imposible realizarlo con solo 2 piezas.

Muy recientemente, en los primeros dias de diciembre, Erik D. Demaine, Tongan Kamata y Ryuhei Uehara publicaron el artículo [2] en el que, asumiendo que no se pueden dar vuelta las piezas, demuestran que es imposible realizar una disección con 3 piezas poligonales. De este modo, queda demostrado que la disección dada por Dudeney es óptima. La demostración de este destacado resultado es laboriosa y utiliza técnicas de la Teoría de grafos.

Para quienes quieren continuar con este desafío de optimización, queda todavía abierta la pregunta de si es posible o no disectar el triángulo equilátero en un cuadrado con 3 piezas permitiendo darlas vuelta. También queda abierta la cuestión de si permitir cortes no rectos podría ayudar a conseguirlo.

Referencias

[1] Leandro Cagliero, Ricardo Podestá. *¿Sabías que...?* Revista de Educación Matemática **32:3** (2017), 49–50.

[2] Erik D. Demaine, Tonan Kamata, Ryuhei Uehara. *Dudeney's Dissection is Optimal*, arXiv:2412.03865.

[3] H. E. Dudeney. *Puzzles and Prizes*, 1902. April 6, April 20, May 4.

[4] H. E. Dudeney. *The Canterbury Puzzles and Other Curious Problems*, E. P. Dutton and Company, New York, 1908.

Henry Ernest Dudeney nació en el pueblo de Mayfield, East Sussex, Inglaterra. Desde muy jóven se sintió atraído por la creación y resolución de acertijos, tanto de matemática como de ajedrez. Sus primeras contribuciones fueron publicadas en periódicos y revistas bajo el seudónimo "Sphinx". Dudeney tuvo una destacada columna llamada "Perplexities" en The Strand Magazine durante veinte años y contribuyó a otras publicaciones como The Weekly Dispatch y Cassell's Magazine. Entre sus logros más notables, se destaca la disección de un triángulo equilátero en cuatro piezas que forman un cuadrado. Murió en 1930 en Inglaterra a los 73 años de edad.