
Curiosidades del 2023

Todos los números tienen alguna curiosidad, aquí compartimos algunas del 2023

por Ricardo Podestá

Su factorización en primos es

$$(1) \quad 2023 = 7 \cdot 17^2 = 7 \cdot 17 \cdot 17,$$

de donde vemos que sus factores primos concatenados ¡forman un número capicúa! Más aún, como $2023 = 7 \cdot 16^2 + 14 \cdot 16 + 7$, es capicúa en base 16, $2023 = (7E7)_{16}$.

La factorización (1) puede ser reescrita de la siguiente forma

$$2023 = (2 + 0 + 2 + 3)(2^2 + 0^2 + 2^2 + 3^2)^2,$$

lo cual no deja ser una gran curiosidad por ser autorreferencial.

El 2023 es suma de números triangulares $T_n = \frac{n(n+1)}{2}$ consecutivos:

$$2023 = T_2 + T_3 + T_4 + \dots + T_{22} = 3 + 6 + 10 + \dots + 253.$$

Tipos de números

Veamos que 2023 es un número...

- *educado*: ya que se puede escribir como suma de números consecutivos de más de una forma; por ejemplo,

$$2023 = 111 + 112 + \dots + 127.$$

- *de Harshad*: pues la suma de sus dígitos $2+0+2+3 = 7$ divide a $2023 = 7 \cdot 289$.
- *de juntura*: porque se puede escribir como un número n más la suma de los dígitos de n , para al menos dos n distintos; en efecto

$$2023 = 1997 + 1 + 9 + 9 + 7 = 2015 + 2 + 0 + 1 + 5.$$

- *equidigital*: puesto que tiene la misma cantidad de dígitos que su factorización prima, usando potencias ($2023 = 7 \cdot 17^2$).
- *deficiente*: pues los divisores propios de 2023 son 1, 7, 17, 119 y 289 y su suma es 433, que es menor que 2023.
- *duffiniano*: debido a que es un número compuesto que no tiene factores comunes con la suma de sus divisores $1 + 7 + 17 + 119 + 289 + 2023 = 2456 = 2^3 \cdot 307$.
- *congruente*: pues es el área de un triángulo rectángulo de lados racionales. Por ejemplo, 5, 6 y 7 son números congruentes. El 5 porque es el área del triángulo rectángulo de lados $(\frac{20}{3}, \frac{3}{2}, \frac{41}{6})$, el 6 porque es el área del triángulo

rectángulo de lados $(3, 4, 5)$, pero también del de lados $(\frac{7}{10}, \frac{120}{7}, \frac{1201}{70})$ y el 7 porque es el área del triángulo rectángulo de lados $(\frac{35}{12}, \frac{337}{60}, \frac{24}{5})$.

- *pláindromo en base 11*: pues $2023 = (157A)_{11}$ y $1 < 5 < 7 < A$ (donde $A = 10$).
- *zygódromo en base 2*: pues $2023 = (111100111)_2$. Un número es zygódromo en base b si está formado por tiras de al menos dos dígitos (parejas) que se repiten, en esa base (*zygo* es par o pareja en griego).

Expresiones con los dígitos

2023 puede ser escrito de muchas formas curiosas, por ejemplo:

- Con las operaciones elementales (incluyendo la potenciación) tanto en forma ascendente como descendente con los diez dígitos (con y sin el 10):

$$\begin{aligned} 2023 &= 12 \times 3 \times (4 + 5) \times 6 + 7 + 8 \times 9 = 9 \times 8 + 7 + 6 \times 54 \times 3 \times 2 \times 1 \\ &= 12 \times (3 \times 4 + 5) \times 6 + 789 + 10 = 10 + 98 + (7 + 6) \times 5 + 43^2 + 1. \end{aligned}$$

También funciona la expresión

$$2023 = (9 + 8) \times 7 \times (6 + 5 + 4 + 3 - 2 + 1),$$

que es bonita pues se deriva de la factorización prima en (1).

- Usando sólo uno cualquiera de los dígitos:

$$\begin{aligned} 2023 &= (1 + 1)^{11} - (1 + 1) \times (11 + 1) - 1 \\ &= (2 \times 22 + \frac{2}{2})^2 - 2 \\ &= 3 + 3 + (3 + 3) \times (333 + 3) + \frac{3}{3} \\ &= 4 + 4 + (4 + 4) \times (4^4 - 4) - \frac{4}{4} \\ &= (\frac{5+5}{5})^{\frac{55}{5}} - 5 \times 5 \\ &= 6 + 66 \times (6 \times -6) + 6 \times 6 + \frac{6}{6} \\ &= 7 + 7 \times (7 \times (7 \times 7 - 7) - 7) + 7 \\ &= (8 + 8 + \frac{8}{8}) \times (8 + \frac{888}{8}) \\ &= 999 + (\frac{9+9}{9})^{9+\frac{9}{9}}. \end{aligned}$$

- La misma representación (decimal) usando un único dígito a :

$$\begin{aligned} 2023 &= \frac{aaaaaa \times (a + a) + (aa + aa - a) \times aaa}{a \times aaa} \\ &= \frac{(aaaaa - a) \times (a + a)}{a \times aa} + \frac{a + a + a}{a} \end{aligned}$$

para cualquier $a \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ (¿por qué funciona?).

- Usando los mismos dígitos en las bases que en los exponentes:

$$\begin{aligned} 2023 &= 0^2 + 1^5 - 2^3 + 3^6 + 4^1 + 5^0 + 6^4 \\ &= 0^4 - 1^7 + 2^0 + 3^6 + 4^5 + 5^1 + 6^3 + 7^2 \\ &= 0^5 + 1^7 + 2^8 + 3^6 + 4^1 + 5^4 + 6^0 + 7^3 + 8^2 \\ &= 0^7 + 1^9 + 2^3 - 3^8 + 4^6 + 5^5 + 6^4 + 7^2 + 8^1 + 9^0. \end{aligned}$$

- Como expresiones con dígitos involucrados en el mismo orden:

$$2023^3 = 8279186167 = (82 + 79 + 186 - 6 + 7)^3.$$

Suma de cuadrados y ternas pitagóricas

- 2023 se puede escribir de 42 formas como suma de 4 cuadrados (sin importar el orden de las sumas y sin usar números negativos)

$$\begin{aligned} 2023 &= 1^2 + 2^2 + 13^2 + 43^2 = 1^2 + 5^2 + 29^2 + 34^2 = 1^2 + 7^2 + 23^2 + 38^2 \\ &= 1^2 + 11^2 + 26^2 + 35^2 = 1^2 + 13^2 + 22^2 + 37^2 = 2^2 + 5^2 + 25^2 + 37^2 \\ &= 2^2 + 7^2 + 11^2 + 43^2 = 2^2 + 7^2 + 17^2 + 41^2 = 2^2 + 11^2 + 23^2 + 37^2 \\ &= 2^2 + 13^2 + 25^2 + 35^2 = 2^2 + 17^2 + 19^2 + 37^2 = 3^2 + 5^2 + 15^2 + 42^2 \\ &= 3^2 + 5^2 + 30^2 + 33^2 = 3^2 + 9^2 + 13^2 + 42^2 = 3^2 + 13^2 + 18^2 + 39^2 \\ &= 3^2 + 14^2 + 27^2 + 33^2 = 3^2 + 18^2 + 27^2 + 31^2 = 3^2 + 21^2 + 22^2 + 33^2 \\ &= 5^2 + 6^2 + 21^2 + 39^2 = 5^2 + 7^2 + 10^2 + 43^2 = 5^2 + 10^2 + 23^2 + 37^2 \\ &= 5^2 + 11^2 + 14^2 + 41^2 = 5^2 + 14^2 + 29^2 + 31^2 = 5^2 + 17^2 + 22^2 + 35^2 \\ &= 5^2 + 19^2 + 26^2 + 31^2 = 6^2 + 9^2 + 15^2 + 41^2 = 6^2 + 13^2 + 27^2 + 33^2 \\ &= 7^2 + 11^2 + 22^2 + 37^2 = 7^2 + 13^2 + 19^2 + 38^2 = 7^2 + 17^2 + 23^2 + 34^2 \\ &= 7^2 + 22^2 + 23^2 + 31^2 = 9^2 + 14^2 + 15^2 + 39^2 = 9^2 + 18^2 + 23^2 + 33^2 \\ &= 10^2 + 11^2 + 29^2 + 31^2 = 10^2 + 13^2 + 23^2 + 35^2 = 11^2 + 13^2 + 17^2 + 38^2 \\ &= 13^2 + 14^2 + 17^2 + 37^2 = 13^2 + 15^2 + 27^2 + 30^2 = 13^2 + 18^2 + 21^2 + 33^2 \\ &= 13^2 + 22^2 + 23^2 + 29^2 = 14^2 + 19^2 + 25^2 + 29^2 = 18^2 + 21^2 + 23^2 + 27^2 \end{aligned}$$

y como suma de 5 cubos

$$2023 = 2^3 + 5^3 + 6^3 + 7^3 + 11^3.$$

- 2023 es parte de las siguientes ternas pitagóricas:

$$952^2 + 1785^2 = 1127^2 + 1680^2 = 2023^2$$

donde la hipotenusa mide 2023 y estas

$$\begin{aligned} 2023^2 + 2040^2 &= 2873^2, & 2023^2 + 41736^2 &= 41785^2, \\ 2023^2 + 6936^2 &= 7225^2, & 2023^2 + 120360^2 &= 120377^2, \\ 2023^2 + 17136^2 &= 17255^2, & 2023^2 + 292320^2 &= 292327^2, \end{aligned}$$

donde el cateto más corto mide 2023.

Teselado con triominós

Un monominó es un cuadradito unidad. Un triominó (o trominó) es la unión de 3 monominós unidos por sus lados (hay dos, con las formas de I y de L).

Hay 2023 formas de teselar (cubrir sin solapamientos) una grilla cuadrada de 4×4 usando solo el triominó en forma de L y el monominó. Por ejemplo,



Las 2023 teselaciones son estas:



Muchas de las curiosidades de la presente nota han sido obtenidas de la página [Numbers Aplenty](https://inderjtaneja.com) y del artículo *23 and 2023 in numbers and patterns* de Inder Taneja disponible en <https://inderjtaneja.com>.