
EL FUTURO DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA A PARTIR DEL COVID 19: HUMANOS-CON-MEDIOS O HUMANOS-CON-COSAS-NO-VIVIENTES

Marcelo C. Borba¹

Traducción de Gabriel Soto y Mónica Villarreal

RESUMEN. La pandemia de COVID-19 ha cambiado la agenda de la educación matemática. Este cambio se analizará examinando tres tendencias en educación matemática: el uso de tecnología digital, la filosofía de la educación matemática y la educación matemática crítica. La tecnología digital se convirtió en una tendencia en la educación matemática en respuesta a la llegada de un artefacto diferente al aula de matemática. Se puso en el punto de mira cuando la pandemia trasladó repentinamente las aulas a la modalidad online en todo el mundo. En este contexto, hay que abordar retos específicos para la educación matemática. El vínculo entre la pandemia de COVID-19 y la tecnología digital en la educación también plantea cuestiones epistemológicas destacadas por la filosofía de la educación matemática y la educación matemática crítica. Utilizando la idea de que la unidad básica de producción de conocimiento a lo largo de la historia es *humanos-con-medios*, discuto cómo los seres humanos están conectados con el virus, cómo se ha puesto al descubierto la desigualdad social y cómo cambiarán las agendas de estas tres tendencias en la educación matemática. Destaco la urgente necesidad de estudiar cómo ocurre la educación matemática online para los niños, situación en la cual el entorno doméstico y las desigualdades en el acceso a las tecnologías digitales asumen papeles tan significativos. Tenemos que entender el papel político de la *agencia*² de artefactos tales como el hogar, en colectivos de *humanos-con-medios-cosas*, y por último necesitamos aprender cómo implementar un curriculum que aborde las desigualdades sociales. Este debate se articula con ejemplos.

Palabras clave: COVID-19. SARS-COV-2. Humanos-con-medios. Tecnología digital. Filosofía de la educación matemática. Educación matemática crítica.

¹ Traducido con autorización de Springer Nature: Springer. Educational Studies in Mathematics. The future of mathematics education since COVID-19: humans-with-media or humans-with-non-living-things, Marcelo C. Borba, 2021. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10043-2>

² Nota de traducción: la palabra *agencia* puede entenderse en este artículo como “poder de acción”.

ABSTRACT. The COVID-19 pandemic has changed the agenda of mathematics education. This change will be analyzed by looking at three trends in mathematics education: the use of digital technology, philosophy of mathematics education, and critical mathematics education. Digital technology became a trend in mathematics education in response to the arrival of a different kind of artifact to the mathematics classroom. It was thrust into the spotlight as the pandemic suddenly moved classrooms online around the world. Challenges specific to mathematics education in this context must be addressed. The link between the COVID-19 pandemic and digital technology in education also raises epistemological issues highlighted by philosophy of mathematics education and critical mathematics education. Using the notion that the basic unit of knowledge production throughout history is humans-with-media, I discuss how humans are connected to the virus, how it has laid bare social inequality, and how it will change the agendas of these three trends in mathematics education. I highlight the urgent need to study how mathematics education happens online for children when the home environment and inequalities in access to digital technologies assume such significant roles as classes move online. We need to understand the political role of agency of artifacts such as home in collectives of humans-with-media-things, and finally we need to learn how to implement curricula that address social inequalities. This discussion is intertwined with examples.

Keywords: COVID-19. SARS-COV-2. Humans-with-media. Digital technology. Philosophy of mathematics education. Critical mathematics education.

§1. Introducción

No es posible predecir el estado de la crisis por el COVID-19 en el momento en que este artículo llegue al lector. Los efectos de la pandemia, y la respuesta a la misma, han sido impactantes —con encierro, barbijos, respiradores, etc.— y han dejado a la mayoría de la gente desconcertada. Algunos “líderes mundiales” dicen que el virus es “sólo un resfriado”, mientras que otros afirman que podemos tardar meses o años en que las cosas “vuelvan a la normalidad”. Incluso hay quienes dicen que el COVID-19 es solo un test para una crisis sanitaria mucho más grave que puede estar aún por llegar. Lo que sí es cierto es que en todo el mundo las cosas han cambiado dramática y repentinamente. El virus ha afectado a todas las clases sociales, aunque sin dudas ha golpeado más duro a los pobres. Pero, ¿cuáles son los efectos de la pandemia en la educación matemática? Un efecto casi universal ha sido la tendencia a “estar online”: comprar online, reunirse con amigos online y aprender online.

Nos hemos trasladado a la modalidad online porque el COVID-19 es causado por un virus invisible; no tiene cura; y, sin mostrar un patrón claro, puede causar la muerte de una persona en pocos días y no causar casi ningún síntoma en otra. Es más, uno puede estar infectado y transmitir la enfermedad, pero ser asintomático por varios días, y luego empeorar de repente. Aunque no todos los “líderes” han seguido sus consejos, la mayoría de los expertos y la Organización Mundial de la

Salud (OMS) recomiendan el aislamiento social como principal herramienta para controlar, ralentizar y, con suerte, detener la pandemia. De repente, los maestros, profesores y gestores educativos de todos los niveles se vieron presionados para llevar adelante la educación (matemática) online, ya que el virus puede transmitirse por contacto físico – tanto entre humanos como entre humanos y cosas no-vivientes.

Según Menghini, Furinghetti, Giacardi, y Arzarello (2008), desde el comienzo de la historia oficial de la Comisión Internacional de Instrucción Matemática (ICMI³) en 1908, sólo la guerra ha interrumpido los Congresos Internacionales de Educación Matemática (ICME⁴). Este año⁵, la ICMI decidió suspender el ICME 14 por un motivo diferente: el riesgo de propagación del coronavirus, viajar y reunirse en grupo no sería seguro. Algunos dirían que el ICME 14 se suspendió debido a un tipo diferente de guerra: en lugar de generales y soldados en el campo de batalla, listos para matar o morir, la humanidad entera está tratando de luchar contra este ser no-viviente, un virus. Es discutible si la metáfora de la guerra es apropiada o no para esta crisis sanitaria, pero dejando de lado la terminología, la crisis puede llevarnos a una reflexión sobre la educación matemática. En este ensayo se plantearán algunas cuestiones a la comunidad de educación matemática provocadas por esta cosa-no-viviente: el virus SARS-CoV-2 causante del COVID-19.

Engelbrecht, Llinares, y Borba (2020) informaron que tuvieron que cambiar la conclusión de su trabajo de revisión sobre tecnología digital en marzo-abril de este año⁶, ya que pensaron que el mismo podría quedar obsoleto inclusive antes que otros trabajos de revisión sobre tecnología digital. En épocas normales, tales trabajos se vuelven obsoletos porque la tecnología digital cambia muy rápido, y rara vez tenemos tiempo de implementar una determinada tecnología en el aula antes de que aparezca una nueva. Sin embargo, en este momento, *todo* puede tornarse obsoleto, porque no podemos predecir la evolución de la crisis por el COVID-19, ni si le seguirá una nueva crisis. Los autores decidieron incluir una discusión sobre COVID-19 en la introducción y la conclusión del artículo. Al final del mismo, escriben:

La pregunta es: ¿qué tiene esto [COVID-19] que ver con la educación matemática y la tecnología digital? Además de la repercusión en las conferencias y en la transformación del aula de matemática, quizá debamos plantearnos cuestiones más amplias: La tecnología digital ha intensificado los viajes y nuestro modo de vida, por lo que también es responsable, en parte, de la crisis actual.

³Nota de traducción: ICMI es la sigla para *International Commission on Mathematical Instruction*.

⁴Nota de traducción: ICME es la sigla para *International Congress on Mathematical Education*.

⁵Nota de traducción: El autor se refiere al 2020, año en que estaba programada la realización del 14º Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME 14) en Shanghai (China)

⁶Nota de traducción: se refieren al año 2020.

¿Es posible que el uso de la tecnología digital pueda generar una crisis similar en la educación matemática? A la inversa, si la crisis se prolonga en el tiempo, ¿podrían las tecnologías digitales ofrecer formas alternativas de implementar la educación matemática? No hay mucha investigación sobre la educación matemática online para niños pequeños, pero si la crisis dura mucho tiempo, ¿vamos a implementarla sin suficiente investigación? Si la crisis actual termina pronto, ¿vamos a desarrollar investigación en educación matemática para una posible crisis por “COVID-2X”? En este artículo, entre otros, hemos antropomorfizado los medios de comunicación, hablando de agencia. La noción de humanos-con-medios como el colectivo que produce conocimiento, puede sintetizarlo, como discutimos en este artículo. El virus COVID-19 (SARS-CoV-2) es un ser no-viviente: ¿podemos hablar del impacto (agencia) del COVID-19 en la educación matemática y en el mundo? (Engelbrecht, Llinares, y Borba, 2020, p.838)

En este artículo se abordarán las preguntas planteadas en la cita anterior en el siguiente sentido: discutiré cómo pueden surgir o cambiar nuevas tendencias en educación matemática con la crisis en curso y esbozaré respuestas para algunas de estas preguntas. Las tendencias en la educación matemática pueden entenderse como una respuesta para algún problema, como sugieren [D'Ambrosio y Borba \(2010\)](#). Un grupo de trabajo, o una conferencia sobre una determinada tendencia dentro de la educación matemática, surgen como respuesta a nuevas demandas. Utilizaré el constructo teórico de humanos-con-medios para conectar la crisis por COVID-19 con tres tendencias diferentes: uso de tecnología digital, filosofía de la educación matemática y educación matemática crítica. En el contexto de la tendencia del uso de tecnología digital, discutiré las posibilidades e inconvenientes de tener cada vez más educación online, así como nuevas demandas hacia esta tendencia. Al hacerlo, visitaré la noción de humanos-con-medios y su perspectiva de producción colectiva de conocimiento que involucra a actores humanos y no-humanos, tales como las computadoras y el SARS-CoV-2. Esto planteará nuevas cuestiones en la agenda de la filosofía de la educación matemática, centrándose en la agencia de las “cosas” y la relación de los humanos con este virus-cosa. Por último, haré una breve historia de la tendencia de la educación matemática crítica y plantearé una agenda provocada por el COVID-19 para estas tres tendencias de la educación matemática. Creo que estas discusiones pueden ser importantes para entender el momento que estamos viviendo, más allá de la educación matemática en sí misma. También pueden ayudar a establecer una agenda de investigación y acción en el aula para aquellos interesados en estas tendencias y su conexión con la pandemia.

§2. Tecnología digital y educación matemática

Considerando la noción de tendencias, presentada anteriormente, la tendencia que estudia el vínculo entre la educación matemática con las “nuevas tecnologías” –informática, tecnología de la comunicación y de la información digital y similares– ha estado presente en congresos durante más de treinta años. En las reuniones de las ERME⁷ y SBEM⁸ (Borba, 2018), en las del ICME (Menghini y cols., 2008) y en las del PME⁹, siempre hay grupos de trabajo, grupos de discusión y paneles sobre el tema, porque autores como Kaput (1991, 1992, 1998) han señalado que necesitamos entender cómo usar las computadoras en la educación matemática. Borba y cols. (2016) elaboraron un trabajo de revisión que fue presentado en el ICME-13 en el cual plantearon cuatro fases del uso de la tecnología digital en la educación matemática. Las cuatro fases en sí mismas muestran la fuerza y la duración de este movimiento, que ha involucrado a muchos investigadores, profesores y estudiantes.

Las dos primeras fases, simbolizadas, respectivamente, por Logo y por software de contenido específico (por ejemplo, Cabri-Géomètre) no son tan importantes para la discusión en este documento, ya que Internet se convirtió en la gran estrella durante la pandemia. La tercera fase del uso de la tecnología digital se caracterizó por la aparición de Internet y los cursos online. Este fenómeno cobró importancia hacia el cambio de siglo, dependiendo del país. Algunos países denominados “desarrollados” vieron cómo Internet se hizo popular a mediados de la década de 1990, y en algunos otros países, como Brasil, a principios de este siglo. Brasil fue uno de los primeros países en iniciar cursos online a nivel de posgrado, en un momento en que otros países se mostraban muy protectores de su educación presencial.

La actual cuarta fase se caracteriza por la llegada de una Internet rápida, que reconfiguró las posibilidades de la educación online. A medida que esta fase se ha desarrollado, Engelbrecht, Llinares, y Borba (2020) han señalado que las diferentes formas de aprendizaje mixto son importantes, en particular para la formación del profesorado. El término “híbrido” ha cobrado importancia para expresar la combinación de educación matemática presencial y educación online:

Existe una amplia gama de medios y tecnología para crear nuevas formas híbridas de enseñanza. La integración de la tecnología permite a los educadores crear experiencias de aprendizaje que atraen a los estudiantes de manera activa y significativa al contenido del curso. “Esta tecnología puede formar colectivos pensantes (Lévy, 1993) con profesores que pueden romper las paredes

⁷ERME = Sociedad Europea para la investigación en Educación Matemática

⁸SBEM = Sociedad Brasileña de Educación Matemática

⁹PME = Grupo Internacional de Psicología de la Educación Matemática

de la habitual aula “cúbica” que se asocia con la enseñanza”.
(Engelbrecht, Llinares, y Borba, 2020, p.838).

Si consideramos una tendencia como un esfuerzo por encontrar respuestas a un problema determinado, el COVID-19 ha impulsado la agenda de la tendencia de la tecnología digital en la educación matemática. Con la necesidad del aislamiento social, se hizo necesario ofrecer educación a niños, adolescentes y estudiantes universitarios en el hogar. En la mayor parte del mundo, el primer semestre de educación en 2020 se suspendió o continuó en modalidad online. Ahora, muchos están discutiendo diferentes tipos de educación híbrida, ya que las condiciones de salud permiten que los estudiantes y maestros regresen a la escuela y las universidades. Pero, aunque hay muchas investigaciones sobre la implementación de la educación online en la educación de pregrado (Engelbrecht y Harding, 2002, 2004, 2005), este no es el caso de la educación para niños. En los trabajos de revisión mencionados anteriormente, y en los grupos de trabajo de congresos, casi no se ha presentado ninguna investigación sobre educación online para niños. A medida que se desarrolle este tema, la educación (matemática) tendrá que abordar cuestiones estructurales, como la participación de los padres u otras personas responsables en la educación.

En Brasil, los periódicos dicen que los maestros se están “volviendo locos” con las demandas de los estudiantes provenientes de WhatsApp y otras redes sociales, ya que estudiantes y padres en sus hogares no pueden hacer frente a las tareas escolares. La evaluación es otro problema: ¿podemos evaluar online a estudiantes tan jóvenes? ¿Se permite la ayuda de los padres? Este tipo de pregunta aún no se ha investigado. En Brasil, algunos grupos de investigación como GPIMEM¹⁰ están tratando de documentar lo que está sucediendo en algunos sistemas estatales como un primer paso para la investigación y comprensión de la educación online para niños. En el Estado de San Pablo, en menos de 30 días se creó una nueva aplicación, CMSP¹¹, para que 200 mil docentes y 3,5 millones de estudiantes, de alguna manera, tuvieran acceso a la educación. La aplicación funciona en conjunto con dos canales de televisión preexistentes, uno operado por el estado y otro por un consorcio de universidades (Paz, 2020).

Los profesores y directores pudieron supervisar a los estudiantes a través de la aplicación hasta cierto punto, los estudiantes tenían tres clases al día en lugar de cinco, ya que el estado también está tratando de implementar la educación a través de otras plataformas (Secretaria de Educação do Estado de São Paulo., 2020). Pero este fue un momento muy complejo: los profesores tenían que conectarse online sin

¹⁰Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática - Sitio web: <https://igcse.rc.unesp.br/#!/gpimem>

¹¹CMSP–Centro de Mídias da Educação de São Paulo. Recuperado de: <https://centrodemidiassp.educacao.sp.gov.br/>

haber tenido tiempo suficiente para prepararse y, al mismo tiempo, tenían que lidiar con sus problemas habituales: São Paulo es el estado más rico de Brasil, pero paga a sus profesores un salario terriblemente bajo en comparación con otros profesionales, como me señaló en una entrevista online un profesor que prefirió permanecer anónimo. Los profesores, mal pagos, ahora tienen que lidiar con los estudiantes las 24 horas del día, los siete días de la semana, lo que incluye lidiar con los problemas “personales” de los estudiantes, incluidos los problemas asociados con la desigualdad social crónica en Brasil. Es poco probable que profesores con salarios bajos tengan los mejores teléfonos móviles, computadoras portátiles o planes de Internet. Los profesores que imparten hasta cincuenta clases de 50 minutos a la semana, pueden tener que atender a cientos de estudiantes. Es probable que estos problemas también estén ocurriendo en otros países, ya que en todo el mundo existen diferencias entre los que “tienen” y los que “no tienen”, y son profundizadas por el COVID-19, tal como lo describe el historiador Walter Scheidel (Canzian, 2020).

La crisis también es una oportunidad de cambio: los profesores que imparten 50 clases por semana no tendrán tiempo para aprender a utilizar la tecnología digital para la enseñanza. Con muchos sistemas educativos de provincias y ciudades obligados a conectarse online debido a la crisis de la pandemia, el argumento para usar la tecnología es muy fuerte. Es probable que tengamos mucha investigación asociada a esta nueva realidad. Para los propósitos de este artículo, no pude recopilar datos de manera sistemática, pero relatos informales de profesores sugieren la necesidad de investigar la realidad de la enseñanza online para adolescentes y niños. Como se mencionó anteriormente, apenas existe investigación sobre educación online asociada a niveles inferiores a los últimos años de la escuela secundaria, lo cual se puede verificar en muchos artículos de revisión relacionados con la temática (Engelbrecht, Llinares, y Borba, 2020). Pero la atención no puede estar solo en los profesores. ¿Cómo experimentan los niños esta versión de educación en el hogar? También hay muchas bromas en las redes sociales sobre padres que pierden el control al convertirse en profesores-en-casa al mismo tiempo que tienen que realizar home-office, por lo que el papel de los padres en la educación matemática online puede ser otra área de investigación. La participación de los padres en la educación matemática ha sido tema de algunas investigaciones, incluida la participación asociada con el uso de la tecnología digital (Wilson, 2013; Ford, 2015). Sin embargo, esto fue en entornos informales o mixtos, tales como festivales de videos digitales (Domingues, 2020). Ahora tenemos nuevos desafíos, que incluyen informar y discutir cómo se realizó (o no) la evaluación online. Invitar a los estudiantes a producir videos matemáticos fue un proyecto de investigación desarrollado antes de la pandemia. Que los estudiantes expresen conocimientos matemáticos con videos, o haciendo investigaciones con videos, no ha sido una

tendencia sólida en la literatura. Sin embargo, la producción de videos puede ser una alternativa para la educación durante y después de la pandemia. En lugar de centrarnos en los resultados de pruebas, podemos hacer que los estudiantes produzcan videos online para expresar lo que han aprendido en condiciones tales como la pandemia. Los videos se pueden producir de forma colectiva, con la ayuda de padres, amigos y diferentes medios. Los profesores y los sistemas escolares pueden considerar las diferencias en los recursos empleados, incluido el grado de ayuda recibida de los padres, en un tipo de evaluación “sin rankings”¹².

La producción de videos matemáticos digitales por parte de estudiantes y profesores está creciendo en Brasil (ver Figura 1, por ejemplo) y con el inicio de la pandemia, una “biblioteca” online con más de 600 videos (<https://www.festivalvideomat.com/>) se ha utilizado como recurso para profesores y estudiantes en sus clases y como inspiración para el tipo de tarea que estudiantes y profesor pueden producir. Además, temas que han sido objeto de investigaciones previas pueden cobrar nueva vida: en un trabajo de revisión reciente (Engelbrecht, Llinares, y Borba, 2020), quedó claro que las diferentes tecnologías utilizadas en una clase, desde la pizarra hasta el teléfono móvil más moderno, no necesariamente son solo mediadores, sino también actores. Este es un asunto epistemológico, y es parte de una tendencia que se ha discutido dentro de la psicología de la educación matemática y la filosofía de la educación matemática.



FIGURA 1. Mar de lodo: Modelización y Educación Matemática.
Fuente: Video.

§3. Filosofía de la educación matemática y agencia en la noción de humanos-con-medios

“¿Por qué tenemos educación? ¿Cuáles son las relaciones entre educación y sociedad? ¿Cómo conocemos? Estas son las cuestiones básicas de la filosofía de la educación. Desde hace más de veinte años existen grupos de trabajo sobre la

¹²Nota de traducción: el autor dice “non-ranking” type of assesment.

filosofía de la educación matemática (Bicudo y Garnica, 2001). “¿Cómo aprendemos?” está relacionado con “¿Cómo conocemos?” y, por lo tanto, cuestiones relativas a la epistemología -la teoría del conocimiento- también han sido debatidas en grupos de discusión de psicología de la educación matemática. Ambos dominios de investigación pueden verse como tendencias, ya que buscan los fundamentos de la educación matemática y discuten cómo se articula la educación matemática en el aula, la investigación que se desarrolla al respecto y su “regreso” a escenarios prácticos: escenarios, como el aula, que durante muchos meses han estado paralizados por la pandemia de coronavirus. Varios autores han discutido las aulas y las escuelas, y los artefactos producidos allí. Por ejemplo, Villarreal y Borba (2010) han mostrado cómo las matemáticas son producidas por colectivos de humanos-con-artefactos a lo largo de la historia de las matemáticas.

D’Ambrosio y Borba (2010), además de conceptualizar una “tendencia” como una respuesta a un problema dado, han argumentado que las tendencias se entrelazan, utilizando la metáfora de un tapiz. No es de extrañar, entonces, que la discusión sobre quién es el agente del conocimiento se debata en más de una tendencia: en grupos de trabajo sobre tecnología digital, y en grupos de discusión o congresos sobre filosofía de la educación matemática y psicología de la educación matemática. Diferentes autores de educación matemática (por ejemplo, Faggiano, Ferrara, y Montone (2017)) han afirmado que las computadoras, por ejemplo, tienen agencia. Inspirada en el trabajo de Lévy (1993) y en el enfoque fenomenológico de que los humanos son “siendo-con-otros”, la noción de humanos-con-medios se ha desarrollado a lo largo de muchos años. La noción de moldeo recíproco (reciprocal modelling) fue el primer paso (Borba, 1993). Mi trabajo inicial sobre esto, mostró no solo que los diferentes medios moldean a los humanos (una idea compartida por muchos), sino que también brindó evidencia empírica de cómo los humanos moldean a la tecnología, específicamente al trabajar con un software sobre funciones. Al ser parte del equipo de diseño del software y un educador matemático que desarrollaba una investigación, pude ver esta “colaboración” entre, por un lado, un software –impregnado con las ideas de un equipo multidisciplinario, presentado en reuniones de desarrolladores, educadores de matemáticas, profesores, etc.– y, por otro lado, cómo los estudiantes de escuela secundaria interactuarían con el software (y conmigo, un profesor-investigador). Por ejemplo, un estudiante fue influenciado por lo que yo dije y por el diseño del software *Function Probe* (Confrey, 1991), y también moldeó al software de modos no previstos por el equipo multidisciplinario que lo había desarrollado. Este estudiante no usó los comandos que el equipo de diseño había creado, sino que usó el tamaño de la pantalla de la computadora y otros artefactos de medición para coordinar el álgebra y los gráficos. Borba y Villarreal (2005) sintetizaron cómo la noción de humanos-con-medios podría entenderse a partir del trabajo de Lévy (1993); Lave

(1988); Tikhomirov (1981). Esto llevó a la noción de que conocer no era solamente social, en el sentido de que involucra a más de una persona, sino que también involucra cosas.

La noción de humanos-con-medios se propuso para enfatizar que la producción de conocimiento es el resultado de un colectivo de humanos y cosas. De Tikhomirov y Lave provino la idea de que conocer estaba orientado por objetivos y que los valores estaban involucrados. Posteriormente, en Borba (2012), las discusiones sobre valores, emociones y medios involucrados en el conocimiento de la matemática con GeoGebra (o cualquier software disponible) se extendieron a la idea de que los medios y la tecnología en sí cambian las nociones de lo que son los humanos. Los medios, por tanto, son constitutivos no sólo de lo que conocemos, sino también de lo que somos. Kaptelinin y Nardi (2006) también analizaron la idea de extender la agencia a los no-humanos. Estos autores compararon las capacidades para producir efectos, actuar y cumplir intenciones de diferentes agentes: cosas (naturales), cosas (culturales), seres vivos no-humanos (naturales), seres vivos no-humanos (culturales) y seres humanos como entidades sociales.

La agencia, por lo tanto, no debe verse como binaria, ya sea presente o ausente, sino con diferentes niveles. Veo esta noción de agencia como “difusa”, como en la matemática difusa (Fuzzy mathematics), en la que podemos tener distintos grados de agencia. En tal matemática, por ejemplo, mis jeans no son una de dos: azules o no azules (cero o uno), sino que son, por ejemplo, 0,6 azules. Kaptelinin y Nardi (2006) sugieren tres dimensiones de agencia: basada en la necesidad (se realizan acciones basadas en razones biológicas y culturales), delegada (cosas o seres vivos actúan según las intenciones percibidas que son delegadas por otros humanos y cosas) y condicional (acciones de cosas o personas que dan lugar a efectos no deseados).

La noción de humanos-con-medios, que es consistente con una visión más compleja de agencia, ha sido desafiada, en muchos casos, por argumentos que quieren preservar el poder de un ser humano como el centro de cualquier acción. En estas visiones, la intencionalidad y la acción provienen de algún lugar que no es social. Gran parte de la educación matemática, cognitivista o no, se basa en este punto de vista de “un solo conocedor”. Desde tal perspectiva, el agente del conocimiento es una sola persona, o colectivo de humanos, aunque la mayoría de los investigadores reconocerían la influencia de los artefactos, el entorno y los factores socioculturales.

La noción de que tanto los humanos como los no humanos tienen agencia es parte de un esfuerzo por modelar artefactos – en particular, software, hardware e Internet de las cosas (es decir, cosas que están conectadas a Internet)– como los factores históricos, sociales y culturales en el colectivo que produce el conocimiento. Enfatiza la visión de que el conocimiento es producido (tanto desde una perspectiva

filosófica como psicológica) por humanos-con-artefactos. Con una perspectiva en la que las cosas tienen agencia, los artefactos se etiquetan como medios (media), ya que se piensa que comunican. Este argumento se aplicó más fácilmente a las tecnologías de la inteligencia (Lévy, 1993): era más fácil aceptar que humanos-con-calculadoras-gráficas tenían capacidad de agencia a que la tuvieran humanos-con-bibliotecas o humanos-con-aulas.

Independientemente de que los lectores valoren o no la educación matemática online, es posible que en algún momento usen su recuerdo de un aula común para afirmar que la interacción cara a cara es fundamental para cualquier aprendizaje que ocurra en la educación matemática. Alternativamente, se puede utilizar la noción de un “aula distribuida”: una oficina para un estudiante, el dormitorio para otro, algún tipo de centro de cómputo para otros. Pero todos reconocerían que las aulas están cambiando. Lo hemos descrito como un aula en movimiento (Borba, Scucuglia, y Gadaniadis, 2014).

Lo que constituye la unidad de conocimiento es una discusión filosófica interminable: ¿es una sola persona? ¿Es social porque involucra a más de una persona? ¿Es social porque tiene un objetivo e involucra a actores humanos y no humanos? Es una discusión interminable, como la mayoría de las discusiones filosóficas. Sin embargo, parece que la aparición del SARS-CoV-2 da fuerza a una perspectiva sobre el conocimiento porque, según autores como Racaniello (2004, p.1): “Los virus no son seres vivos. Los virus son complejos conjuntos de moléculas, que incluyen proteínas, ácidos nucleicos, lípidos y carbohidratos, pero por sí solos no pueden hacer nada hasta que ingresan a una célula viva. Sin células, los virus no podrían multiplicarse. Por lo tanto, los virus no son seres vivos”. Sin embargo, a pesar de no ser un ser vivo, el virus ha cambiado drásticamente la forma de vida de los seres humanos. Los virus están estrechamente relacionados con nosotros: no pueden existir por mucho tiempo separados de los seres vivos, como los humanos, que tienen células; los síntomas de COVID-19 surgen bajo ciertas condiciones cuando el virus está dentro de las células humanas. Podemos decir que el virus tiene agencia en el sentido de que ha cambiado la forma en que tenemos que hacer las cosas. Esta analogía nos ayuda a comprender cómo es mucho más probable que sucedan ciertas cosas si están presentes ciertos actores. Para usar la metáfora del virus, el software también necesita humanos para “sobrevivir”. El software, y más tarde Internet, ha cambiado el ambiente de los entornos educativos, de manera similar a cómo el SARS-CoV-2 ha convertido repentinamente los dormitorios de los niños en aulas.

Latour (2020a, 2020b), otra inspiración para la noción de humanos-con-medios, presenta su preocupación por la crisis del virus de una manera que se relaciona con la discusión que presenta este artículo:

Pero hay otra razón por la que la figura de la “guerra contra el virus” es tan injustificada: en la crisis de la salud, puede ser cierto que los seres humanos en su conjunto estén “luchando” contra los virus, incluso si no tienen ningún interés en nosotros y van de garganta en garganta matándonos sin proponérselo. La situación se invierte trágicamente en el cambio ecológico: esta vez, el patógeno cuya terrible virulencia ha cambiado las condiciones de vida de todos los habitantes del planeta no es el virus en absoluto, ¡es la humanidad! Pero esto no se aplica a todos los humanos, solo a aquellos que nos hacen la guerra sin declararnos la guerra. Para esta guerra, el estado nacional está tan mal preparado, tan mal calibrado, tan mal diseñado como sea posible porque los frentes de batalla son múltiples y nos atraviesan a cada uno de nosotros. Es en este sentido que la “movilización general” contra el virus no demuestra en modo alguno que estemos preparados para el próximo. No solo los militares van siempre con una guerra de retraso [Latour \(2020a, 2020b, párrafo 8\)](#).

Sin decirlo explícitamente, Latour pone en primer plano la agencia de este virus: el SARS-CoV-2 se propaga a través de los humanos para sobrevivir y reproducirse, y esta acción provoca una reacción –agencia– por parte de los humanos. Por supuesto, toda comparación o metáfora tiene sus límites. Pero el coronavirus ha transformado nuestras vidas –todavía no sabemos por cuánto tiempo– de una manera dramática. Las computadoras –ahora representadas por teléfonos móviles, que son computadoras mucho más potentes que las utilizadas a fines del siglo pasado por la minoría de estudiantes que tenían acceso a ellas– han cambiado la forma en que podemos experimentar la matemática, en particular la forma en que puede “experimentar” con la matemática. Internet se ha convertido en una comunidad, un agente y un artefacto. Los videos que son producidos y compartidos por estudiantes con tecnología digital pronto pasan a formar parte de nuevos colectivos de humanos y medios que están involucrados en la producción de conocimiento. [Souto y Borba \(2016, 2018\)](#) han discutido cómo la noción de humanos-con-medios, que tuvo sus orígenes en la teoría de la actividad ([Tikhomirov, 1981](#)), está a punto de cambiar la tercera generación de la teoría de la actividad, rompiendo la rigidez de los triángulos propugnados por [Engeström \(2002\)](#); [Sannino y Engeström \(2018\)](#) (Figura 2).

Esta versión del constructo humanos-con-medios se ha denominado sistema-de-humanos-con-medios ([Souto y Borba, 2018](#)) para enfatizar aún más la noción de que el colectivo de humanos y no humanos está orientado por objetivos e integrado en una comunidad que tiene reglas (Figura 2). Considerar los medios como agentes ha hecho posible pensar en los triángulos rígidos de la tercera generación de la

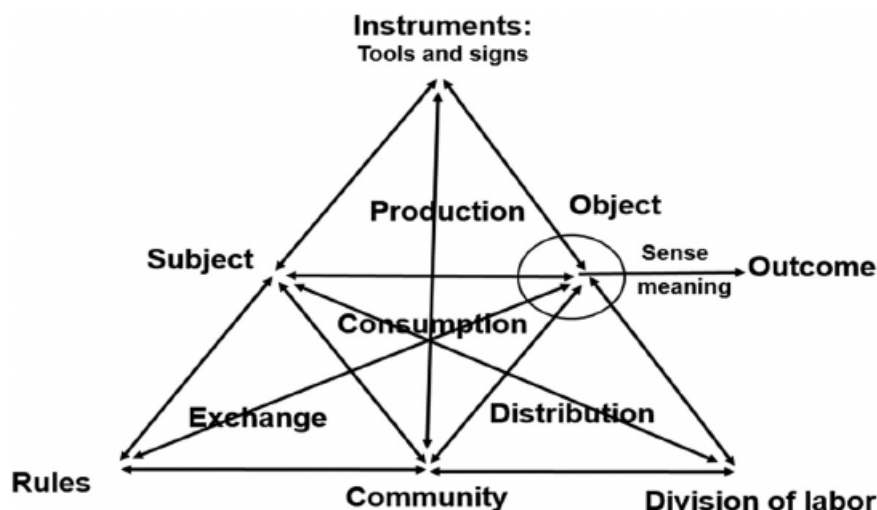


FIGURA 2. La estructura de un sistema de actividad.
Fuente: Sannino y Engestrom (2018)

teoría de la actividad como triángulos danzantes, o como un GIF, en el que Internet, por ejemplo, podría estar saltando del vértice instrumento al vértice sujeto y/o al vértice comunidad. Esta animación se puede encontrar en el sitio web del GPIMEM, para superar los límites del texto impreso ([ir al sitio](#)).

Es difícil saber, como ya se ha dicho, adónde nos llevará la evolución de la actual crisis sanitaria, pero parece que pensar en la agencia de cosas no-vivientes, tal como se discutió en esta sección, será parte de ella. El cuestionamiento de la definición de “seres vivos” puede ser otra consecuencia, que, por supuesto, va más allá de la psicología de la educación matemática o de la filosofía de la educación matemática. Pero será relevante para algunas preguntas que quizás se dejaron de lado o nunca antes se formularon, preguntas tales como: ¿Cuáles son los roles específicos de los espacios/artefactos como el aula, de los entornos cara a cara hechos para el uso intenso de Internet en la educación y el “aula online”? Si la pandemia dura aún más, ¿qué queremos decir realmente con “cara a cara”? ¿Qué significa hablar del afecto en la educación matemática sin contacto físico (por ejemplo, dar la mano, abrazar, besar la mejilla), tan importante en muchas partes del mundo? Toda la discusión sobre humanos-con-medios puede adquirir una nueva dimensión, como se sugiere en esta sección, relacionada con algunas de las cuestiones básicas de la filosofía de la educación (matemática). La pandemia pone en primer plano el papel del hogar y el papel de los diferentes padres y las diferentes condiciones sociales en los colectivos que construyen el conocimiento, en sistemas de actividad que producen conocimiento. La idea de ver una agencia difusa en los no-humanos debería desarrollarse más para incluir no solo un buen acceso a Internet, sino también a la vivienda, que es un ámbito de desigualdad brutal en Brasil y en otros lugares. Esta famosa foto (Figura 3) ilustra la magnitud de la desigualdad en Brasil,



FIGURA 3. Desigualdad social.

Fuente: "Com 1 % do país concentrando 28 % da renda, Brasil não tem como dar certo..." L. Sakamoto, 2020. [Recuperado de este sitio.](#)

que, desde el punto de vista educativo, sugiere que diferentes viviendas pueden tener una agencia diferente en la construcción del conocimiento, en particular en situaciones como la que vivimos durante la pandemia. La vivienda importa en la construcción del conocimiento. Intentar resolver un problema de matemática en una casa abarrotada de un barrio marginal es muy diferente a hacerlo en un apartamento espacioso y lujoso con terraza.

En este sentido, el SARS-CoV-2 ha colocado a las viviendas en el centro de un colectivo que produce conocimiento. Una vez más nos hacemos todas las preguntas básicas de la filosofía de la educación matemática y la psicología de la educación matemática. ¿Cuál es el papel de la educación matemática? ¿Cuál es el papel de la educación de los padres en la educación matemática? ¿Cuál es el papel de las cosas no-vivientes, tales como virus, software y hogares, en la forma en que conocemos y aprendemos matemática? Una pregunta que puede ser más crítica es: ¿cuál es el papel de la educación matemática para resistir la desigualdad en el mundo?

§4. Educación matemática crítica y coronavirus

La tendencia de la educación matemática crítica (EMC) responde al principal problema de la desigualdad en la educación (matemática) y luchas contra la visión de que las matemáticas son una rama de la ciencia que está separada de cuestiones sociales, culturales y políticas. El papel de EMC en la comunidad de educación matemática es recordarnos a todos sobre la desigualdad social y otros tipos de

desigualdades. Se puede decir que la EMC nació oficialmente en 1990, en una reunión en la Universidad de Cornell en Estados Unidos (Powell, 2012; Torisu, 2017). Allí se fundó el Grupo de Educadores Matemáticos Críticos, con varios miembros¹³, centrándose en la frase clave “justicia social.” Powell (2012) relata cómo en ICME 6, en Budapest, Hungría, hubo una reunión de investigadores y cómo después de la reunión de Cornell, el grupo comenzó a reunirse regularmente, a partir del ICME 7, en Quebec, Canadá.

En la reunión de Quebec estuvo presente Skovsmose (1994), quien también escribió sobre el desarrollo de la educación matemática crítica en Europa. Skovsmose muestra la conexión de esta rama de la EMC en Europa con la Escuela de Educación Crítica de Frankfurt, con Adorno como uno de sus principales representantes, cuyo principal problema era la búsqueda de una educación que impidiera la repetición del nazismo. Hoy, la educación matemática crítica es más que importante, en un momento en el que países como Estados Unidos, Brasil, e Italia tienen líderes fascistas o de extrema derecha, que han elogiado a algunos de los líderes fascistas del siglo veinte.

En la reunión de Cornell, fueron presentadas cuestiones referidas a la desigualdad social, el papel de las matemáticas en la sociedad, la ideología de la certeza y metodologías de investigación apropiadas para la EMC (Borba, 1991; Borba y Skovsmose, 1996; Skovsmose y Borba, 2004). Desde la década de 1990, en África, autores como Paulus Gerdes, de Mozambique, desarrollaron planes de estudio e investigaciones sobre tradiciones africanas en matemáticas y cómo incorporarlas en la educación matemática (Gerdes, 2010; Torisu, 2017).

El desarrollo de planes de estudio y perspectivas pedagógicas que visibilicen la desigualdad social, la inequidad racial y de género, y la ideología de la certeza fue el foco inicial de la EMC. Más recientemente, las cuestiones medioambientales y problemas abordadas en otras tendencias (por ejemplo, educación matemática para sordos o ciegos), se incluyeron en la agenda de la EMC. En suma, la EMC es una tendencia que muestra que la educación no es neutral: puede promover igualdad o desigualdad. Ya hay indicadores de Forbes de que la desigualdad social está creciendo durante esta pandemia: los multimillonarios se están volviendo aún más ricos (Gavioli, 2020). ¡Los propietarios de Facebook y Amazon están entre ellos! No es necesario ser matemático para entender que esta concentración de riqueza hacia arriba significa que el resto de la gente tiene menos. Los propietarios de compañías tecnológicas aumentarán sus ganancias a medida que la gente se conecta cada vez más a Internet: sus empresas gestionan las redes sociales online,

¹³Alan Bishop, Arthur Powell, Claudia Zaslavsky, David Henderson, Dorothy Buerk, Europe Sign, George Gheverghese Joseph, Kelly Gaddis, Marcelo Borba, Marilyn Frankenstein, Marty Hoffman, Munir Fasheh, Paul Ernest, and Sam Anderson

los servicios de compras online y almacenan datos digitales en sistemas online en todo el mundo.

Como ya he ilustrado, la desigualdad social también está creciendo en las escuelas. Como la mayoría de las escuelas y las universidades suspenden las clases presenciales y se conectan online de una forma u otra, la cuestión del acceso ha sido una barrera para algunos y un trampolín para una desigualdad social aún mayor. Algunas universidades de Brasil incluso han optado por no reanudar la educación online debido a la desigualdad de acceso; pero, por supuesto, dado que la universidad no es la única fuente de conocimiento, la educación online también puede haber causado más desigualdad social. He aquí un ejemplo de la educación (matemática) en Brasil de una escuela católica ubicada en las afueras de una ciudad del centro del estado de São Paulo: la escuela no cobra matrícula a los estudiantes, ya que los padres no obtienen ingresos suficientes para alimentar sus familias; la violencia también forma parte de las vivencias diarias de estos niños. A los profesores se les paga por encima del promedio (considerando los estándares brasileños), y a partir de entrevistas con ellos, es fácil ver su compromiso en la lucha contra la desigualdad social. Las clases se suspendieron por primera vez a mediados de marzo de 2020 y se reanudaron online posteriormente, en diferentes momentos de abril, dependiendo de la escuela. Dos profesores, Luiz Felipe Trovão (profesor de matemática) y Karla Cristina Stropa Goulart (profesora de ciencias), a quienes se les pidió que respondieran una pregunta abierta sobre su experiencia de enseñanza durante la pandemia, coincidieron en lo difícil que era comunicarse con los estudiantes. La mayoría de los estudiantes no tenían acceso a Internet. Cuando tenían acceso, no disponían de dinero para comprar créditos para conectarse a Internet¹⁴. La escuela trató de superar este problema proporcionando paquetes de acceso a Internet o enviando material didáctico impreso a los niños. Pero con menos interacción con los profesores y sin un entorno para estudiar en hogares pobres, sin culpa de los profesores o de la escuela, se produjo muy poca educación matemática o educación científica. Trovão dijo que es casi imposible enseñar geometría online sin la interacción adecuada: hogares, acceso a Internet, etc.

Los multimillonarios se están volviendo aún más ricos; los pobres tienen aún más dificultades para acceder a la educación matemática: esto puede poner en primer plano la necesidad que tendrán los niños, después de la pandemia, de entender lo que ha pasado. Los educadores de matemáticas pueden tener que explorar algunos temas difíciles: funciones exponenciales para explicar la propagación del coronavirus y cómo los más ricos se hicieron aún más ricos. La matemática no será suficiente, pero se generará una nueva agenda. El trabajo de Freire (1968) sobre la pedagogía del oprimido será incluso más importante. Al componer la

¹⁴En Brasil, la mayoría de las personas no tienen acceso ilimitado a Internet en sus celulares. Especialmente si una persona es pobre, lo usual es que compre créditos para Internet y pague a medida que lo necesita.

agenda de las tres tendencias, hay que considerar, por ejemplo, el papel que tiene el hogar, como una “cosa” física y emocional, en la escuela pandémica. Tenemos colectivos de hogar-padres-internet-estudiante-profesor como unidad mínima del agente colectivo que produce conocimiento. Hogar y padres, cosas y humanos, han contribuido más a la desigualdad social y a las discusiones sobre cómo utilizar la tecnología digital en la educación matemática.

Humanos-con-medios, visto como un sistema de actividad, proporciona una visión epistemológica dinámica que podemos utilizar para comprender los diferentes aspectos sociales (en los niveles micro y macro) de la investigación de la tecnología digital. Simultáneamente, al reconocer agencia en una amplia variedad de cosas, no solo en las computadoras, será posible mostrar estructuralmente la desigualdad social: los hogares equipados de forma diferente no se pueden evaluar de la misma manera. Los niños sufrirán aún más injusticias de las que sufren en la escuela, si las diferencias en el acceso a Internet, la comodidad del hogar, etc., no se tiene en cuenta en la evaluación y la enseñanza. Investigar en este marco, en tecnología digital, educación matemática crítica, evaluación, etnomatemática y otras tendencias, puede ayudar a esclarecer un debate más epistemológico que no esté exento de valores.

§5. Las tres tendencias en interacción

Durante la pandemia, las transmisiones “en vivo” se han convertido en una moda en Brasil: presentaciones de artistas, educadores y otros transmitidas por Internet. Primero, los artistas empezaron a realizar transmisiones en vivo para incentivar a la gente a quedarse en casa. Poco después, otros tipos de trabajadores, como los educadores matemáticos, empezamos a realizar nuestras propias presentaciones en vivo. Durante esta pandemia he realizado muchas presentaciones en vivo producidas por colectivos constituidos por GeoGebra, Internet, mi casa y varios software de transmisión. Las discusiones sobre la matemática de la pandemia y la curva sigmoidea y su derivada se utilizaron en posiblemente treinta presentaciones. La Figura 4 es una captura de pantalla de [un breve vídeo](#) que muestra esta curva de forma dinámica.

La derivada de la sigmoidea se utilizó para explicar por qué era posible e importante “aplanar la curva”. Diferentes curvas, con crecimiento más rápido o más lento, fueron asociadas a los roles de prevención, al estatus social y a los distintos tipos de hogares. Ejemplos de este tipo de “clase virtual”, fuera del contexto escolar o universitario, ilustran hasta qué punto las tres tendencias analizadas en este artículo pueden estar poderosamente entrelazadas. Esto convoca a investigar para comprender qué tipo de educación matemática están experimentando quienes vieron las presentaciones en vivo de forma sincrónica o asincrónica.

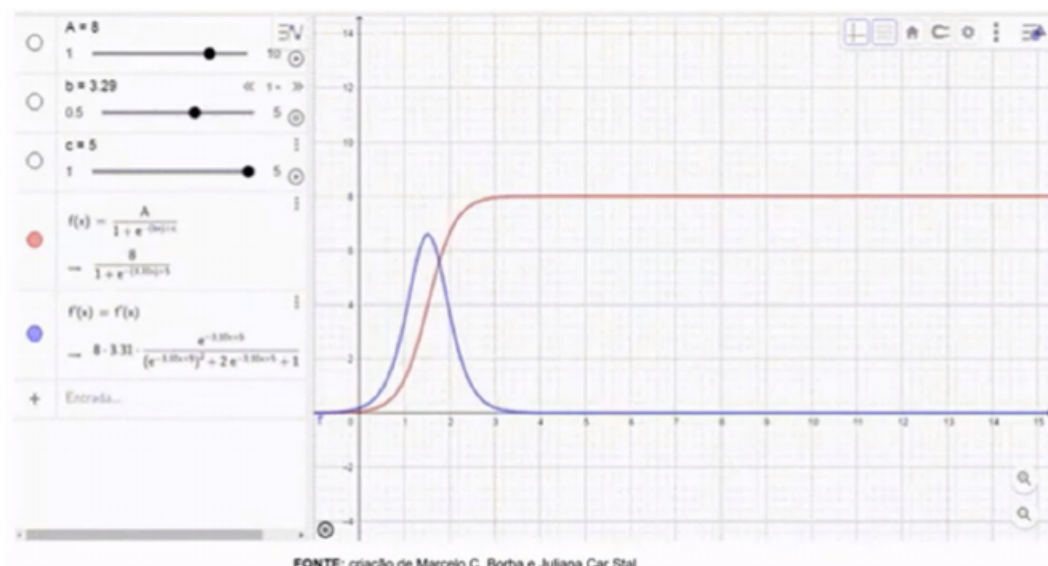


FIGURA 4. Aplanar la curva del COVID-19.

Fuente: captura de pantalla del video de la conferencia titulada “A formação docente para produção de vídeos: pandemia, desigualdade social e educação matemática” disponible en [este sitio](#).

§6. Discusión y conclusión

La mayor parte de la investigación en educación matemática se apoya en trabajos empíricos. En los años 70, la mayor parte de la investigación era cuantitativa, y los datos se utilizaban para “demostrar” que un determinado método de enseñanza era mejor que otro. Los datos empíricos tenían el mismo papel que desempeñan hasta hoy en buena parte de lo que se considera ciencia: había grupos control y grupos experimentales, y la metodología se basaba en (o se reducía a) el tratamiento estadístico y las conclusiones. A finales del siglo pasado y principios de éste, la investigación cualitativa ha hecho oscilar el péndulo en otra dirección. La investigación cualitativa considera los datos como una voz, como un complemento que debe añadirse a otras evidencias para argumentar sobre (“probar”) una cuestión (Borba, Almeida, y Gracias, 2018). Se asumía que la verdad era explícitamente contingente y sujeta a cambios mucho antes de que la pandemia del COVID-19 trajera tantas inestabilidades a nuestras creencias. A medida que los argumentos crecían al margen de los datos, emergió un amplio conjunto de reacciones, incluidas algunas de poderosas agencias de financiación. Por ejemplo, hubo organismos de financiación que exigían datos cuantitativos en un proyecto. Ahora prevalece la noción de métodos mixtos, aunque no está claro cuál es el papel de los datos o la visión de la “verdad” en muchas de las investigaciones publicadas.

Ensayos como el presente artículo tienen el propósito de discutir ideas y presentar bases para trabajos de investigación, de manera que podamos conocer (en

las distintas direcciones brevemente presentadas antes) acerca de la educación matemática, en las diferentes posiciones epistemológicas que caracterizan a nuestra comunidad. En este sentido, este artículo es el resultado de una reflexión sobre cómo tres tendencias podrían tener sus agendas transformadas por el SARS-CoV-2. Por supuesto, otras tendencias, como la etnomatemática o la educación matemática en los primeros grados de escolaridad, también se verán afectadas. Las cuestiones planteadas a lo largo de este artículo deberían ser transformadas por los lectores y convertirse ellos mismos en objeto de investigación. En este artículo, elijo tratar la tecnología digital, la filosofía de la educación matemática y la educación matemática crítica porque la pandemia parece haber jugado un papel importante en los cambios de las agendas de estas tres tendencias. Parece importante plantear nuevas cuestiones en el marco de estas tendencias.

La tecnología digital es ahora un tema de preocupación (o de investigación) para todos (Engelbrecht, Borba, Llinares, y Kaiser, 2020; Engelbrecht, Llinares, y Borba, 2020). La amplificación de la crudeza de la desigualdad en el marco de la pandemia no puede ser ignorada (excepto por aquellos que creen que la tierra es plana y que la hidroxiclороquina es una cura milagrosa para el COVID-19), y el auge del home office, asociado con la educación en el hogar, el confinamiento y la cuarentena, pueden ayudar a muchos a reflexionar sobre cuestiones filosóficas relativas al papel del “lugar” en el conocimiento/aprendizaje y en nociones como la de humanos-con-medios.

En los párrafos anteriores he señalado mis elecciones a la hora de identificar tendencias importantes. ¿Por qué he dicho “yo” en lugar de “nosotros”, que se referiría a un colectivo de humanos-con-medios? Es una buena pregunta, y una respuesta tentativa, en otro ámbito de discusión (la investigación cualitativa y su influencia en el aula) se dio en Borba (2018). La autoría de un artículo o de un libro puede ser individual, pero es el resultado de un esfuerzo colectivo, de un “sinfín” de humanos-con-medios. Este artículo¹⁵ tiene un autor, pero contó con la participación activa de una estudiante de doctorado (Juliana Çar Stal), tres profesores que me prestaron su discurso (Karla Cristina Stropa Gouurlart, Luiz Felipe Trovão y uno que quiso permanecer en el anonimato), los revisores, los editores de este número especial, los miembros del grupo de investigación al que pertenezco, los más de 100 miembros del programa de posgrado en educación matemática de la UNESP¹⁶, Río Claro, los amigos, la computadora, el procesador de textos, la casa, la oficina y, por supuesto, la pandemia por COVID-19. Esperamos que podamos hablar de esto en el próximo ICME, ¡y que tenga lugar en 2021!

¹⁵El contenido de este artículo está parcialmente financiado por subsidios de investigación del CNPq, 400590-2016-6 y 303326-2015.

¹⁶Universidade Estadual Paulista.

Bibliografía

- Bicudo, M. A. V., y Garnica, A. V. M. (2001). *Filosofia da Educação Matemática*. [Philosophy of Mathematics Education] (1st ed.). Autêntica.
- Borba, M. C. (1991). The ideology of certainty in mathematics. MIAMI, USA.
- Borba, M. C. (1993). *Students understanding of transformations of functions using multi representational software (Doctoral Dissertation) Cornell University*. Cornell.
- Borba, M. C. (2012). Humans-with-media and continuing education for mathematics teachers in online environments. *ZDM-Mathematics Education*, 44(6), 802-814.
- Borba, M. C. (2018). ERME as a group: Questions to mould its identity. En T. Dreyfus, T. Artigue, M. Portari, D. S. Prediger, y K. R. (Org.). (Eds.), *Developing Research in Mathematics Education: Twenty Years of Communication, Cooperation and Collaboration in Europe*. (1.Ed.). (p. 1-290). Routledge, 1.
- Borba, M. C., Almeida, H. R. F. L., y Gracias, T. A. S. (2018). *Pesquisa em ensino e sala de aula: Diferentes vozes em uma investigação*. [Research in education and the classroom: Different voices in research] (1st ed.). Autêntica.
- Borba, M. C., Askar, P., Engelbrecht, J., Gadanidis, G., Llinare, y Aguilar, M. (2016). Blended learning, elearning and mobile learning in mathematics education. *ZDM-Mathematics Education*, 48, 589-610.
- Borba, M. C., Scucuglia, R. R. S., y Gadanidis, G. (2014). *Fases das tecnologias digitais em educação matemática: Sala de aula e internet em movimento* [Phases of digital technologies in mathematics education: The classroom and the Internet in motion] (1st ed.). Autêntica.
- Borba, M. C., y Skovsmose, O. (1996). The Ideology of Certainty. *PRE PRINT-SERIES*, 3, 1-18.
- Borba, M. C., y Villarreal, M. E. (2005). *Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: Information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization*. Springer.
- Canzian, F. (2020). COVID-19 aumentará desigualdade em hora muito infeliz para Brasil, diz historiador. [COVID-19 will increase inequality in an unfortunate moment for Brazil, says historian]. Folha de São Paulo. Descargado de <https://www1.folha.uol.com.br/mundo/2020/05/covid-19-aumentara-desigualdade-em-hora-muito-infeliz-para-brasil-diz-historiador.shtml>
- Confrey, J. (1991). *Function Probe* [computer program]. Intellimation Library for the Macintosh.
- D'Ambrosio, U., y Borba, M. C. (2010). Dynamics of change of mathematics education in Brazil and a scenario of current research. *ZDM-Mathematics Education*, 42, 271-279.

- Domingues, N. S. (2020). *Festival de Vídeos Digitais e Educação Matemática: Uma complexa rede de sistemas seres humanos -com -mídias* [Digital videos festival and mathematics education: A complex network of systems of humans-with-media] (Doctoral Dissertation in Mathematics Education). Rio Claro SP: Universidade Estadual Paulista (UNESP).
- Engelbrecht, J., Borba, M. C., Llinares, S., y Kaiser, G. (2020). Will 2020 be remembered as the year in which education was changed? *ZDM-Mathematics Education*, 52(2), 821-824.
- Engelbrecht, J., y Harding, A. (2002). A qualitative investigation on the impact of web-based undergraduate mathematics teaching on developing academic maturity. *Technical Report UPWT*, 13.
- Engelbrecht, J., y Harding, A. (2004). Combining online and paper assessment in a web-based course in undergraduate mathematics. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 23(3), 217-231.
- Engelbrecht, J., y Harding, A. (2005). Teaching undergraduate mathematics on the Internet. *Educational Studies in Mathematics*, 58, 253-276.
- Engelbrecht, J., Llinares, S., y Borba, M. C. (2020). Transformation of the mathematics classroom with the internet. *ZDM-Mathematics Education*, 52, 825-841.
- Engeström, Y. (2002). *Non scolae sed vitae discimus: Como superar a encapsulação da aprendizagem escolar*. (H. Daniels (Org.), Ed.). Loyola, São Paulo.
- Faggiano, E., Ferrara, F., y Montone, A. (2017). *Innovation and technology enhancing mathematics education: Perspectives in the Digital Era*. Springer.
- Ford, P. (2015). Flipping a math content course for pre-service elementary school teachers. *Primus*, 25(4), 369-380. Descargado de <https://doi.org/10.1080/10511970.2014.981902>
- Freire, P. (1968). *Pedagogia do oprimido*. (1 Ed.) [Pedagogy of the Oppressed]. Paz e Terra.
- Gavioli, A. (2020). *Bilionários americanos ficaram US\$434 bilhões mais ricos desde o início da pandemia aponta relatório*. [American billionaires became US\$434 billions richer since the beginning of the pandemic]. Descargado de <https://www.infomoney.com.br/negocios/bilionarios-americanos-ficaram-us-434-bilhoes-mais-ricos-desde-o-inicio-da-pandemia-aponta-relatorio/>
- Gerdes, P. (2010). *Da etnomatemática a arte-design e matrizes cíclicas*. [From ethnomathematics to art-design and cyclic matrix]. Autêntica Editora.
- Kaptelinin, V., y Nardi, B. (2006). *Acting with technology: Activity theory and interaction design*. The MIT Press.
- Kaput, J. (1991). Notations and representations as mediators of constructive processes. En E. von Glasersfeld (Ed.), *Constructivism and mathematics education* (pp. 53-74). Kluwer.

- Kaput, J. (1992). Technology and mathematics education. En D. En A. Grouws (Ed.), *Research on mathematics teaching and learning* (p. 515-556). Macmillan.
- Kaput, J. (1998). Representations, inscriptions, descriptions and learning: A kaleidoscope of windows. *The Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 265-281.
- Latour, B. (2020a). *Imaginar gestos que barrem o retorno da produção pré-crise*. [Imagine gestures that stop the prepandemic production] (Danowski D, & Castro, E. V. Trad. Descargado de <https://n-ledicoes.org/008-1>
- Latour, B. (2020b). *Is this a dress rehearsal?* Descargado de <https://criting.wordpress.com/2020/03/26/is-this-a-dress-rehearsal/>
- Lave, J. (1988). *Cognition in Practice*. Cambridge University Press.
- Lévy, P. (1993). *As tecnologias da Inteligência: O futuro do pensamento na era da informática*. [The Intelligence technologies: The future of thinking in the information era] (1st ed.). Editora 34.
- Menghini, F., Furinghetti, L., Giacardi, F., y Arzarello, M. (2008). *The First Century of the International Commission on Mathematical Instruction (1908-2008) Reflecting and Shaping the World of Mathematics Education*. Istituto Della Enciclopedia Italiana.
- Paz, I. (2020). *Não podemos deixar nenhum aluno para trás diz secretário Estadual da Educação. Estadão*. [We cannot leave any student behind, says secretary of education of São Paulo]. Descargado de <https://educacao.estadao.com.br/noticias/geral,nao-podemos-deixar-nenhum-aluno-para-tras-diz-secretarioestadual-da-educacao,70003297279>
- Powell, A. (2012). The historical development of critical mathematics education. En D. W. S. A. A. Wager y J. Kilpatrick (Eds.), *Teaching mathematics for social justice conversations with educators*. (p. 21-34). National Council of teachers of mathematics.
- Racaniello, V. (2004). *Are viruses living?* Descargado de <https://www.virology.ws/2004/06/09/are-viruses-living/>
- Sannino, A., y Engeström, Y. (2018). Cultural-historical activity theory: Founding insights and new challenges. *Cultural-Historical Psychology*, 14(13), 43-56.
- Secretaria de Educação do Estado de São Paulo. (2020). *Documento Orientador de Atividades escolares não presenciais*. [Guidelines for face-to-face school activities]. Governo do estado de São Paulo: São Paulo. Descargado de <http://www.escoladeformacao.sp.gov.br/portais/Portals/84/docs/pdf/documento-orientador-atividades-escolares-nao-presenciais.pdf>
- Skovsmose, O. (1994). Towards a critical mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 27, 37-57.
- Skovsmose, O., y Borba, M. C. (2004). Research methodology and critical mathematics education. En P. Valero y R. Zevenbergen. (Org.). (Ed.), *Researching*

the socio-political dimensions of mathematics education: Issues of power in theory and methodology (p. 207-226). Kluwer.

- Souto, D. L. P., y Borba, M. C. (2016). Seres humanos-com-internet ou internet-com-seres humanos: Uma troca de papéis? [Humans-with-internet or Internet-with-humans: A Role Reversal?]. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 19, 217-242.
- Souto, D. L. P., y Borba, M. C. (2018). Humans-with-internet or internet-with-humans: A role reversal? (Reprint). *Revista Internacional De Pesquisa em Educação Matemática (RIPEM)*, 8(3), 2-23.
- Tikhomirov, O. K. (1981). The psychological consequences of computerization. En J. En V. Wertsch (Ed.), *The concept of activity in soviet psychology* (p. 256-278). M. E. Sharpe. Inc.
- Torisu, E. M. (2017). A educação matemática crítica na visão de Arthur Powell. [The Critical Mathematics Education in the view of Arthur Powell]. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 6(11), 7-17.
- Villarreal, M., y Borba, M. C. (2010). Collectives of humans-with-media in mathematics education: Notebooks, blackboards. calculators, computers, and notebooks throughout 100 years of ICMI. *ZDM-Mathematics Education*, 42, 49-62.
- Wilson, S. G. (2013). The flipped class. A method to address the challenges of an undergraduate statistics course. *Teaching of Psychology*, 40(3), 193-199. Descargado de <https://doi.org/10.1177/0098628313487461>

MARCELO C. BORBA

Departamento de Matemática Universidade Estadual Paulista (UNESP)

Rio Claro/São Paulo/Brasil

(✉) marcelo.c.borba@unesp.br

Recibido: 31 de agosto de 2021.

Aceptado: 14 de noviembre de 2021.

Publicado en línea: 14 de diciembre de 2021.
