
LAS SIMULACIONES: OTRAS HERRAMIENTAS PARA ENTENDER UNA EPIDEMIA

Juan Pablo Pinasco

RESUMEN. En este artículo contamos cómo las simulaciones nos ayudan a explicar la difusión de una epidemia, a evaluar las medidas que se toman, y a intentar predecir cómo evolucionará.

ABSTRACT. In this article, we show how simulations help us to explain the spread of an epidemic, evaluate the measures taken, and predict its evolution.

§1. Conozco gente que soluciona problemas

Disculpe, ¿podría hablar unas palabritas con usted? No soy médico, ni epidemiólogo, ni Máximo Cossetti,¹ lo cual me autorizaría a decir esta frase, pero de algún modo tenemos que empezar. Soy matemático, y trabajé mucho tiempo en problemas de ecuaciones diferenciales, hasta que en cierto momento me encontré con problemas en teoría de juegos donde las técnicas de ecuaciones diferenciales no me servían ni para empezar a explorar las distintas preguntas que me hacía. Y la difusión de una epidemia en una población, aunque no sea un juego, también es un ejemplo de este fenómeno.

Esto me llevó a contactar un grupo de gente muy extraño, que incluía matemáticos, físicos, computadores, biólogos, químicos -incluso economistas e ingenieros-, que aplicaban técnicas de simulación para enfrentar problemas que tenían en sus disciplinas. Para un matemático teórico, que viene de usar herramientas deterministas, es un mundo completamente nuevo, donde los resultados *se ven*, pero son

Palabras clave: simulaciones, epidemias, ecuaciones diferenciales ordinarias, SIR.

Keywords: simulations, epidemics, ordinary differential equations, SIR.

¹*Nom de guerre* de uno de los personajes de la serie *Los Simuladores*, emitida por Telefe en Argentina entre marzo de 2002 y enero de 2004 (D'Elía, Fiore, Peretti, Seefeld, & Szifron, 2002).

difíciles de justificar teóricamente, de *demostrar*. El resultado de una simulación depende de sucesos aleatorios tales como tirar una moneda, un dado, o sacar un número de un bolillero. Demostrar todo lo que observa es difícil hasta para la gente de probabilidades o de estadística, pero es un trabajo que de a poco se está haciendo.

En un artículo compañero de éste, Pablo Amster ([Amster, 2020b](#)) seguramente describirá sistemas de ecuaciones diferenciales de tipo SIR, SEIR, y similares; si no lo hace, le recomiendo este otro artículo suyo ([Amster, 2020a](#)). Así que en este artículo le voy a describir algunos modelos basados en simulaciones, y cómo se relacionan con la difusión de una epidemia en una población. Por último, voy a intentar mostrarle las ventajas de este enfoque cuando se aplican medidas tales como el asilamiento, la cuarentena, el distanciamiento social, o el uso de barbijos.

Una última cuestión: espero que no le moleste el tono del artículo. Me puede decir que no hay nada gracioso en una epidemia, y coincidiremos: entiendo bien la gravedad de este momento y, como muchos, temo por mi familia y amigos, y por el mundo que nos espera cuando esto pase. Si le saca una sonrisa en medio de esta situación, o aunque sea lo distrae por un instante de las preocupaciones, voy a sentirme más que satisfecho.

§2. Disculpe, ¿fuego, tiene?

Si bien Santos terminaba así sus misiones, en nuestro caso el fuego será un buen punto para empezar. Quiero contarle un modelo de incendio de bosques de Bak, Chen, y Tang ([Bak, Chen, & Tang, 1990](#)), en la versión de Drossel y Schwabl ([Drossel & Schwabl, 1992](#)).

El modelo describe un proceso dinámico que ocurre en dos escalas temporales. Hay una escala temporal corta -digamos un año-, en la cual brotan árboles, caen rayos que los incendian, y el fuego se propaga hasta que se detiene. Esto luego se repite una y otra vez a lo largo del tiempo, durante décadas. Esta dinámica es aleatoria, hay probabilidades involucradas que deciden si un árbol crece, o no, y si se incendia.

Para explicarla, imagínese una hilera donde hemos plantado 100 árboles. Por ahora son apenas gajos, brotes que deben crecer. Nuestro modelo tendrá dos parámetros p y q , y ambos serán números entre 0 y 1. El primero, p , representa la probabilidad de que el gajo crezca. El segundo, q , es la probabilidad de que le caiga un rayo a un árbol que creció y que lo incendie. Fijemos $p = 0,5$ y $q = 0,002$ para desarrollar parcialmente el ejemplo.

- (1) El primer paso de nuestra simulación es decidir cuáles de los 100 árboles crecieron y cuáles no. Para decidir si un árbol crece o no podemos tomar una calculadora científica (o bajar una para el celular) y generar, para cada

árbol, un número aleatorio con la tecla RND. Si el número es menor a p , diremos que el árbol creció. Por ejemplo, obtengo los números 0,325; 0,219; 0,937; 0,493; 0,001 . . . , lo cual significa que el primer árbol creció, el segundo también, el tercero no, el cuarto y el quinto sí, etcétera. Si escribimos A para indicar que hay un árbol, y 0 para indicar que el árbol no creció, tenemos una cadena de árboles que empieza

$$A \ A \ 0 \ A \ A \ \dots$$

- (2) El segundo paso de la simulación es incluir una tormenta, con rayos que caen y pueden incendiar los árboles. Aquí entra el segundo parámetro de nuestro modelo, q . Recorremos nuestra hilera y para cada uno de los árboles que se desarrolló, generamos un nuevo número aleatorio. Si el número es menor a q , diremos que el árbol se incendió. Por ejemplo, para la cadena de árboles que teníamos, supongamos que salieron los números 0,8407; 0,0015 . . . y que todos los demás son mayores a 0,002. Esto significa que el segundo árbol es el único que se incendió. La cadena nos queda, indicando con una F que el árbol se prendió fuego,

$$A \ F \ 0 \ A \ A \ \dots$$

- (3) El tercer paso en la simulación es propagar el fuego. Si un árbol está incendiado, miramos qué ocurre a su derecha y a su izquierda: si en alguno de esos lugares también había crecido un árbol, se incendiará también. El fuego se propaga entonces por la hilera de árboles, pero se frena cuando llega a un lugar donde no hay un árbol. En nuestro ejemplo, el bosque queda

$$F \ F \ 0 \ A \ A \ \dots,$$

ya que los árboles de la derecha se salvan porque no les cayeron rayos, y el fuego no puede propagarse a través del tercer lugar que está vacío.

- (4) Finalmente, el fuego se extingue, remueva los árboles que se quemaron y anote cuántos fueron. En el ejemplo, nos quedaría una hilera de la forma

$$0 \ 0 \ 0 \ A \ A \ \dots,$$

y se quemaron sólo dos. Observemos que ahora nos quedan huecos adicionales: aquellos donde el árbol no se desarrolló, y se agregan los que corresponden a un árbol quemado.

Como le decía al principio, hay una escala temporal corta, que son estos cuatro pasos, y nos devuelve el número de árboles quemados. Ahora, repetimos el ciclo poniendo nuevos brotes en los lugares vacíos, y repetimos todos los pasos de sortear si crecen o no, ver si se incendian (también pueden incendiarse los árboles que quedaron del período anterior), propagamos el fuego en la hilera de árboles, y anotamos cuántos se quemaron esta vez.

Un detalle interesante sobre el que le quiero llamar la atención es que si pasan un par de estos períodos donde no han caído rayos, los que se agregan empiezan a rellenar los huecos, y ahora cuando caiga un rayo provocará mucho daño, ya que los árboles están más conectados.

Observación 2.1. Este modelo lo planteamos en una línea por simplicidad, pero puede hacerlo usando un tablero de ajedrez. La diferencia es que ahora cuando un árbol se prende fuego se incendian los que están al costado, y también los que están delante y detrás.

Esta versión parece más realista para simular el incendio de un bosque. Créame que hay modelos más sofisticados, con datos reales de crecimiento de árboles y de probabilidades de incendios, con distribuciones más arbitrarias en el terreno, y detalles naturales que pueden frenar (zonas rocosas, ríos) o favorecer (vientos, temperatura, vegetación más baja) la propagación del fuego.

Ninguno de estos modelos describe, ni de cerca, las estadísticas que se tienen sobre incendios de bosques.

§3. Una persecución aleatoria

Bien, para nuestro próximo ejemplo necesito un tigre y un helicóptero, ¿me los podrá conseguir? Vamos a simular una persecución, y será en la misma hilera de casilleros del problema anterior, numerados del 1 al 100.

Comenzaremos con el tigre ubicado en alguno de los números y el helicóptero en un número más bajo, o incluso fuera de la hilera. Mientras el tigre trata de llegar al final de la fila, el helicóptero lo persigue, atrapándolo si cae en el mismo casillero.

Como usted está del otro lado, no puede elegir. Seamos honestos: no sé si sabe manejar un helicóptero, así que le pido que sea el tigre. Yo me ocupo del helicóptero, no necesitamos mucho más.

Ah, sí, necesitamos elegir al azar números entre 1 y 100: puede usar un bolillero, o un dado con cien caras. Si no tiene, la misma tecla RND de la calculadora de antes le puede servir, y si sale un número de la forma 0,391, diremos que salió el 40. Este es un detalle mínimo pero importante, porque si no, nunca sorteará el número 100; y si obtiene el número 0,004, se corresponderá al cero, que no es una casilla de nuestra hilera.

El próximo paso es describir dónde están el tigre y el helicóptero en cada turno. Vamos a llamar $x(t)$ a la posición que ocupa el tigre en el turno t . Al principio, $x(0)$ será el número de la casilla de donde partió, y a medida que avance el tiempo sólo puede crecer. De manera similar, llamaremos $y(t)$ a la posición que ocupa el

helicóptero en el turno t . La carrera termina si $x(t) = 100$ (el tigre se escapa), ó si $y(t) = x(t)$ (el helicóptero lo alcanza).

La forma de avanzar que tiene el tigre y la que tiene el helicóptero son diferentes. Vamos a aclararlas en detalle, parecen complicadas pero no lo son. En cada turno comenzará moviendo el tigre, que está en la posición $x(t)$ mientras que el helicóptero está en la $y(t)$.

- **El tigre.** Usted comienza sacando un número al azar entre 1 y 100, que llamaremos j . Si $y(t) < j \leq x(t)$, entonces saca un segundo número al azar, sea k . Si $x(t) < k$, entonces el tigre avanza tres casillas. Si el j no cumple la primera condición, o el k no cumple la segunda, el tigre no avanzará.
- **El helicóptero.** Me toca a mí, saco un número al azar entre 1 y 100, que llamaremos i . Si $y(t) < i \leq x(t)$, entonces avanzo el helicóptero una casilla. Si no se cumple la condición, el helicóptero queda donde está.

Antes de seguir, ¿quién le parece que ganará? Relea con cuidado las reglas, un rápido análisis le permitirá arriesgar una respuesta:

- Si el tigre avanza, avanza tres casillas, mientras que el helicóptero avanza una sola. No se me distraiga argumentando que los helicópteros son más rápidos, yo estoy tratando de verlo, y tampoco puedo ir más rápido, a ver si lo paso de largo.
- En muchos casos el tigre no avanza, porque los números que salen no cumplen las condiciones.
- Tampoco avanza el helicóptero en muchas ocasiones.

Una pregunta clave para ayudarnos a comprender las reglas es la siguiente: ¿qué es más frecuente: que el tigre avance, o que el helicóptero lo haga? Observemos que para avanzar tanto el tigre como el helicóptero deben cumplir una primera condición: que salga un número entre $y(t)$ y $x(t)$. Pero el tigre tiene una segunda condición, y a medida que avanza, es cada vez más difícil de cumplir. Por ejemplo, si le falta una casilla y está en $x(t) = 99$, para dar el paso definitivo tiene que sacar el número 100.

El tigre llegará lejos, pero cuanto más avanza, más fácil resulta alcanzarlo.

Ejemplo: tenemos el tigre en $x(t) = 99$, y el helicóptero en $y(t) = 97$. La primera condición, para ambos, es que salga el número 99 ($97 < j \leq 99$, y $97 < i \leq 99$). Si se cumple para el helicóptero, avanza un paso; pero si se cumple para el tigre, hace falta que ahora salga un segundo número k mayor a 99. La probabilidad de que salga es 1 en 100, así que lo más probable es que el helicóptero llegue a 98. Ahora, el que logre avanzar gana. El helicóptero la tiene más fácil.

Le voy a pedir que no se enoje: elegí el helicóptero porque sabía que era más probable que le ganara. Salvo que el tigre comience muy cerca de la meta, o que tenga mucha suerte al sortear los números, el helicóptero tiene ventaja y lo alcanza.

Le muestro algunos ejemplos en la Figura 1. En la izquierda hay una carrera típica entre el tigre y el helicóptero, mientras que a la derecha están superpuestas cinco carreras distintas. Como puede observar, entre esas cinco una termina pronto, y en otra estuvo a punto de ganarme!

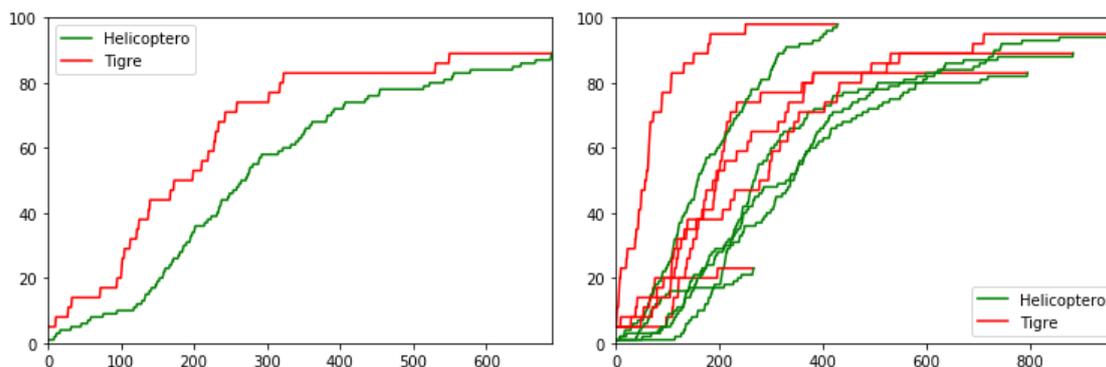


FIGURA 1. Izquierda: trayectorias del tigre (rojo) y del helicóptero (verde). Derecha: trayectorias de cinco carreras distintas.

Algunas observaciones:

- Cuando uno simula esta persecución, muchas veces acelera la dinámica: hacemos de cuenta que la primera condición se cumplió, así que el helicóptero avanzará seguro; y para ver si el tigre avanza, sólo verificamos la segunda condición. Se puede demostrar que no cambia nada, y tiene la ventaja de que nos evitamos un montón de sorteos innecesarios donde el primer resultado cae entre 1 e $y(t)$, o es mayor que $x(t)$.
- En general, el tigre avanzará $\hat{\beta}$ casillas en vez de tres, y el helicóptero avanzará $\hat{\gamma}$ casillas en lugar de una sola, pero no nos preocupemos por ahora por las generalizaciones.

§4. Dígame algo que le dé lógica a su presencia aquí

Bien, está acá todavía. Parece que va a seguir leyendo, así que me ha disculpado que le prometiera hablar de epidemias y le terminara contando un modelo de incendio de bosques completamente inútil, y que luego me aprovechara para ganarle una carrera.

Posiblemente es porque intuye la relación: los árboles son personas, los vecinos que tiene cada uno son aquellos con los que se contacta, el fuego es una enfermedad, y la misma se propaga por contagios. Incluso los huecos vacíos simbolizan el distanciamiento social, tan mencionado últimamente.

En (Rhodes & Anderson, 1996), los autores estudiaron los casos de sarampión de las Islas Faroe, Bornholm e Islandia entre 1910 y 1970. Las tres islas, relativamente aisladas, se comportan como nuestra fila de árboles, y un visitante infectado desencadena una epidemia; su severidad varía según el tiempo que transcurrió desde la última, y de la cantidad de infectados que hubo en el pasado. Los gráficos de los casos son similares a los que mostramos en la Figura 2, con oleadas muy dañinas, y muchos infectados, seguidas de años más tranquilos sin casos, o pequeños brotes cada pocos años. Los autores comparan sus datos con los resultados de las simulaciones de incendios de bosques en una grilla de dos dimensiones, y observan una gran similitud entre ambas dinámicas.

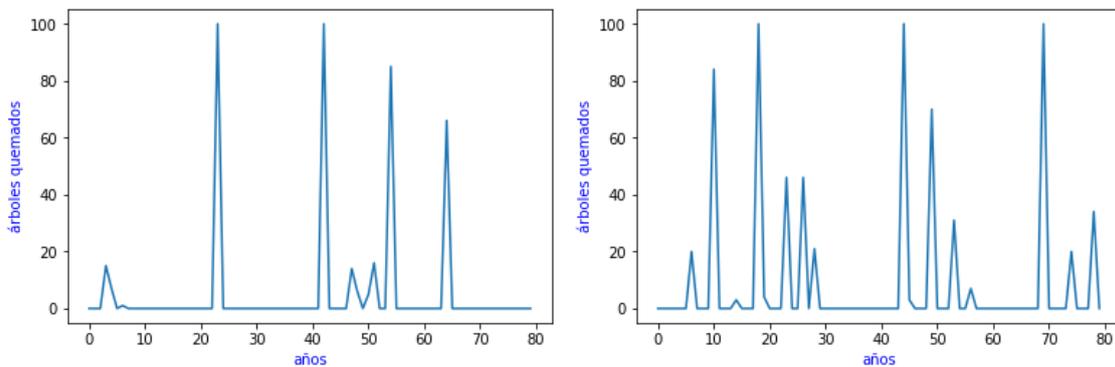


FIGURA 2. Número de árboles quemados cada año, para una fila de 100 árboles, y $q = 0,002$. Izquierda: $p = 0,3$. Derecha: $p = 0,4$.

¿Y qué pasa con el segundo ejemplo, la persecución? Acá tengo que agradecerle a Monia Capanna (o más precisamente, a Pablo Ferrari, que fue quien me lo contó), porque ella analizó de esta manera un clásico modelo SIR, susceptible-infectado-removido, en su tesis doctoral. Para ver sus resultados, le recomiendo (Capanna, 2019).

Voy a plantear nuevamente la persecución, cambiándole el nombre a las cosas. Las 100 casillas pueden ser cien personas, y ahora:

- $x(t)$ (la posición del tigre) es el número de personas que se infectó hasta tiempo t ;
- $\hat{\beta}$, que tomamos como 3, es el número de contagios promedio que realiza un infectado; puede entenderse como la velocidad a la que avanza la enfermedad en una población sana.

- $y(t)$ (la posición del helicóptero) es el número de removidos a tiempo t ;
- $\hat{\gamma}$, que tomamos como 1, es el tiempo promedio que permanece infectada una persona antes de recuperarse o de fallecer; podemos entenderla como la velocidad a la que se remueven los infectados.

Que el helicóptero alcance al tigre es una muy buena noticia: la epidemia termina porque no hay más infectados. El problema, claro, es cuánto logra avanzar.

Podemos deducir las ecuaciones diferenciales de un modelo SIR sin mucha dificultad a partir del ejemplo de la persecución.

Llamemos $R(t) = y(t)$ a la cantidad de recuperados de la enfermedad, y llamemos $I(t) = x(t) - y(t)$ a la cantidad de infectados. Podemos llamar $S(t)$ a los susceptibles, aquellos que aún no se han enfermado, y si la población total tiene N individuos, será

$$S(t) = N - R(t) - I(t) = N - x(t).$$

Observemos que $R(t) + I(t) + S(t) = N$, así que sólo nos interesa conseguir una ecuación diferencial para R y otra para I , la de S se obtiene gratis pues $S'(t) = -I'(t) - R'(t)$.

Si derivamos R respecto de t , tenemos

$$R'(t) = y'(t),$$

¿Cómo varía y , cuál es su velocidad? Recuerde que el helicóptero avanzaba con velocidad $\hat{\gamma}$, pero no siempre lo hacía: necesitaba sacar un número mayor a $y(t)$, pero menor a $x(t)$, de lo contrario su velocidad era cero. Entonces,

$$\begin{aligned} \text{velocidad de } y(t) &= \hat{\gamma} \cdot \left(\frac{x(t) - y(t)}{N} \right) + 0 \cdot \left(1 - \frac{x(t) - y(t)}{N} \right) \\ &= \frac{\hat{\gamma}}{N} I(t). \end{aligned}$$

Luego, llamando $\gamma = \hat{\gamma}/N$, tenemos

$$R'(t) = \gamma I(t).$$

Para calcular la derivada de $I(t)$ tenemos

$$I'(t) = x'(t) - y'(t).$$

La derivada de $y(t)$ ya la conseguimos, pero nos falta conocer la derivada de $x(t)$. De la misma manera, el tigre se movía con velocidad $\hat{\beta}$ si lograba avanzar, y si no, se quedaba quieto, así que tenemos

$$\begin{aligned} \text{velocidad de } x(t) &= \hat{\beta} \cdot \left(\frac{x(t) - y(t)}{N} \right) \left(\frac{N - x(t)}{N} \right) + 0 \cdot \left(1 - \left(\frac{x(t) - y(t)}{N} \right) \left(\frac{N - x(t)}{N} \right) \right) \\ &= \frac{\hat{\beta}}{N} I(t) S(t). \end{aligned}$$

Si llamamos $\beta = \hat{\beta}/N$, tenemos

$$I'(t) = \beta I(t)S(t) - \gamma I(t).$$

Usando las derivadas de $x(t)$ e $y(t)$, como $S = N - x(t)$, podemos calcular directamente

$$S'(t) = -\beta I(t)S(t)$$

Hemos conseguido las ecuaciones de un modelo SIR:

$$(4.1) \quad \begin{cases} S'(t) = -\beta I(t)S(t), \\ I'(t) = \beta I(t)S(t) - \gamma I(t), \\ R'(t) = \gamma I(t). \end{cases}$$

Esta no es la derivación original de A. G. McKendrick y W. O. Kermack ([Kermack & McKendrick, 1927](#)), pero se basa en la misma idea: cada vez que hay un contacto entre alguien susceptible y alguien infectado, hay cierta probabilidad β de que la enfermedad se transmita, con lo cual S decrece de manera proporcional al producto de la fracción de susceptibles y la de infectados. En el caso de los infectados, crece con los que se enfermaron, y decrece con los que se curan. El término γI controla esa parte, y γ se relaciona con el tiempo τ que dura en promedio la enfermedad hasta que la persona deja de contagiar; más precisamente, $\gamma = 1/\tau$.

¿Jugamos a la persecución otra vez? Mire, lo voy a dejar ser el helicóptero, si quiere. Juguemos otra vez, y otra. ¿Vio que logro llegar a distintos números antes de que me atrape? ¡Y en esta le gané!

Podemos simularlo, para ver qué pasa en general: después de 100000 carreras, partiendo el tigre del 5 y el helicóptero del 1, tenemos que 15588 las ganó el tigre, que llegó a la casilla 100. Desde ya, muchas veces el helicóptero lo alcanza en las primeras casillas, en 10120 carreras no pudo llegar siquiera a la casilla 20. En la [Figura 3](#) podemos ver un histograma de los valores alcanzados.

Otra cosa que podemos hacer es comparar con el modelo SIR. Habíamos dicho que los infectados se obtenían como la resta entre la ubicación del tigre y la del helicóptero; y que los removidos eran la posición del helicóptero. Si graficamos $I(t) = x(t) - y(t)$, y $R(t) = y(t)$, obtenemos las curvas en el lado izquierdo de la [Figura 4](#), mientras que a la derecha tenemos la solución numérica de las ecuaciones diferenciales.

Podemos ver que una curva es más rugosa e irregular que la otra. Tampoco crecen a la misma velocidad, una se adelanta y llega antes al máximo, aunque en otras simulaciones no crece tanto y se extiende más en el tiempo. La diferencia

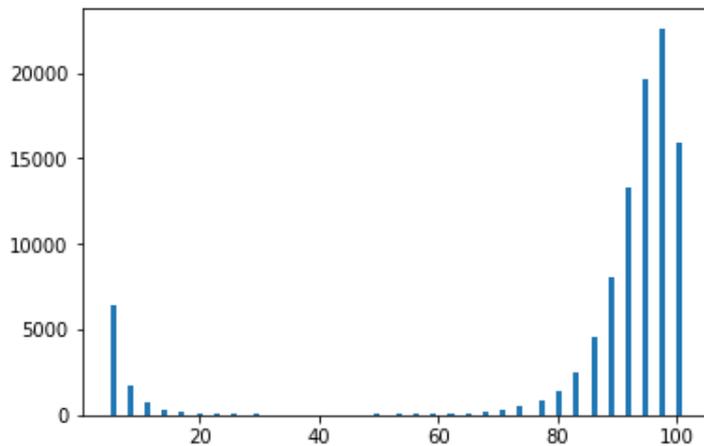


FIGURA 3. Histograma de la posición final del tigre para 100000 carreras.

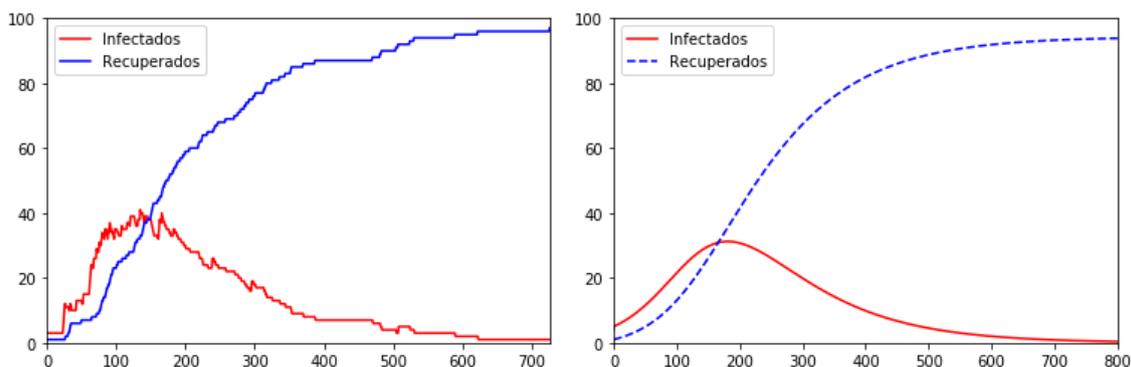


FIGURA 4. Curvas de removidos (azul) e infectados (rojo). Izquierda: obtenidas a partir de una carrera entre el tigre y el helicóptero. Derecha: solución numérica del modelo SIR.

viene del factor aleatorio, esa tirada de un dado para decidir si se produce el contagio o no, mientras que el SIR es un sistema determinístico, las probabilidades de avanzar ya están calculadas e incluidas en los coeficientes.

Los modelos SIR pueden modificarse y nos permiten hacer simulaciones rápidas, variando los parámetros, para predecir la evolución de la epidemia. Nos dan una idea de la gravedad que tiene y de su duración si no se toman medidas, y nos permiten analizar algunas de las medidas que se toman. Las simulaciones, en cambio, nos permiten ver distintos escenarios, fluctuaciones, anomalías; y repitiendo muchas veces, uno puede asignarle probabilidades a casos extremos donde la epidemia se extingue en poco tiempo, o termina afectando a toda la población.

Desde ya, β , γ y τ son parámetros que dependen de la unidad de tiempo elegida, y nos obligaría a meternos en detalles específicos sobre el funcionamiento de cada enfermedad, sus particularidades, y formas de transmisión. ¿Son horas, días, o meses los que aparecen en el eje temporal? ¿Es tan grande la pendiente con la

que crece? ¿El máximo de infectados simultáneamente supera o no la capacidad hospitalaria?

Todas estas cuestiones pueden responderse afinando la dinámica de la enfermedad, estudiando las tasas con mayor precisión. Pero existe un parámetro adimensional importante, que es el llamado R_0 , y que se define como el cociente entre β y γ . Si pensamos en nuestra interpretación en términos del tigre y el helicóptero, es el cociente de sus velocidades, y esto nos confirma algo intuitivo en la carrera pero no tanto en una epidemia:

Teorema 4.1. *Si $R_0 < 1$, la epidemia no se propaga.*

No nos hace falta demostrarlo, ¿verdad? Recordará que el helicóptero tenía ventaja, era más fácil que avanzara. Si además su velocidad es mayor, alcanzará al tigre: por cada casilla que el tigre avance, el helicóptero avanzará más, así que es sólo cuestión de cerrar la brecha inicial.

¿Qué ocurre si $R_0 > 1$? Bueno..., mejor dicho, malo: la epidemia se propaga. En algún momento la cantidad de susceptibles habrá disminuido, y en ese tiempo t tendremos

$$\gamma I(t) \sim \beta I(t)S(t),$$

o simplificando el $I(t)$, $\gamma \sim \beta S(t)$. Recién ahí el helicóptero empieza a ganar terreno y alcanzará al tigre.

Esta es la llamada *inmunidad de rebaño*, hay tantos contagiados que el número de susceptibles desciende y luego la epidemia se extingue sola. Nuevamente, sin meternos en los detalles técnicos, las estimaciones para el Covid-19 hablan de un 66% – 80% de infectados para que se consiga esta inmunidad de rebaño.

Observación 4.2. Al sistema de ecuaciones 4.1 le siguieron muchos más, incorporando factores cada vez más realistas. La persona puede pasar de S a un compartimento E , por haber estado expuesto a la enfermedad. Los infectados pueden pasar a otras categorías, tales como hospitalizados (con distintos grados de gravedad, y de los que salen a distintas tasas), aislados, vacunados, advertidos... entre muchas otras, incluyendo fallecidos. En cada una las tasas de entrada y salida, o la posibilidad de contagiar o ser contagiado varía. Incluso hay modelos donde es posible pasar de R a S : la inmunidad obtenida tras la enfermedad se pierde, y la persona puede contraer nuevamente la enfermedad.

También hay modelos donde la enfermedad no se transmite directamente por contactos entre personas, o sí lo hace, pero a través de un intermediario. El ejemplo concreto más importante hoy tal vez sea el dengue, con el mosquito como transmisor. Pero también el Covid-19 actúa de esa manera indirecta, cuando el virus queda en una superficie, ya que permanece vivo muchas horas.

§5. Despreocupate, mi trabajo es abstracto

Ya le mencioné una pequeña ventaja de las simulaciones sobre los sistemas de ecuaciones, el estudio de las fluctuaciones. Pero hay otras, más interesantes, aunque nos obligan a abandonar la persecución, o mejor aún, a generalizarla.

Imagínese que el tigre no avanza por una línea de 100 casilleros, sino que en cada casillero se abren distintos caminos, cada uno con su propia longitud, que pueden terminar o volver sobre sí mismos, y en cada casilla pueden ramificarse otra vez. Ahora, cuando el tigre está por avanzar tres casillas, puede hacerlas todas en uno solo de estos caminos, o puede generar copias de sí mismo, y avanzar la misma cantidad de casillas pero repartidas entre algunos de los caminos posibles.

Acá el helicóptero también se va a comportar de manera extraña: cada vez que llega a una bifurcación, si el tigre siguió varios de los caminos, el helicóptero también se multiplica y avanza una casilla en cada uno. Y en cada turno, todos los fantasmas del tigre juegan a ver si avanzan o no, y lo mismo hacen las copias de los helicópteros.

¿Completamente irreal, verdad? Una versión abstracta, casi borgeana, de una persecución de tigres por caminos que se bifurcan.

Sí, me dirá, pero no lo es tanto: imagine por un momento que se contagian tres personas, una se queda, otra se toma un avión y aterriza en otra ciudad, y la tercera se muda a un pequeño pueblo de pocos habitantes. Tenemos dos brotes nuevos de la epidemia en lugares diferentes, con diferentes perspectivas de contagio, y nuestro modelo SIR ya no sirve, pues las proporciones de susceptibles e infectados en cada lugar varían. Las ecuaciones del SIR asumen que sorteo dos personas al azar, y que la probabilidad de un contacto es proporcional a la cantidad de susceptibles y de infectados en la población, actuamos como si pudiéramos sacar uno cualquiera de la bolsa, y todos tuviesen la misma chance de ser elegidos, lo cual dejó de ser cierto.

Esto nos sugiere introducir grafos o redes, y analizar el contagio en ellas pensando cada persona como un nodo, y vía las aristas o links tenemos los contactos efectivos que un infectado puede contagiar. Si desea, podemos hacer que estas aristas entre dos nodos no sean permanentes, y que se activen de vez en cuando, o desaparezcan con el transcurso del tiempo, se ha hecho, y permiten modelar contactos casuales, como el vecino de asiento en el tren, o las personas que están comprando a la vez en un mismo comercio. El problema es que acá no podemos definir buenas ecuaciones, y todo el análisis viene de simulaciones.

Este enfoque es particularmente útil cuando se introducen medidas:

- **Mire aquí nadie lo retiene, la puerta está abierta. En realidad esta cerrada, pero si quiere se la abro.**

El *aislamiento social obligatorio*, mal llamado cuarentena, produce grandes cambios en los contactos. Nadie está impedido de salir de la casa, y si tiene una excusa válida -comprar alimentos o remedios, pasear el perro, ir a trabajar porque no está exceptuado- sale.

- **¿No hay un piquito para mí?**

El *distanciamiento social* es otro concepto que se puso de moda. Entre los argentinos hay un montón de conductas típicas que el distanciamiento modificó: saludarse con un beso, los abrazos, compartir el mate. Cambiarlas altera la probabilidad de contagio, había un β que era la tasa a la que nos contagiábamos antes, y ahora hay otra diferente. Y tampoco son costumbres que desaparecen de un momento a otro, seguimos compartiendo el mate pero con muchas menos personas, se nos escapa un beso, etcétera.

- **José, ¿por qué usa un solo guante?**²

Otra de las medidas que se ha impuesto, obligatoria en algunos lugares, es el uso de barbijos. Pero repartidores, choferes, y personal de atención al público en comercios, utiliza también guantes. Y si no hay guantes, se usa mucho alcohol en gel y sus variantes. Nuevamente, esto modifica el resultado de una interacción, ya que reducen la chance de contagio.

En definitiva, se modifica el contagio por medidas individuales o colectivas que afectan el término $\beta S(t)I(t)$:

- Deja de ser cierto que dos personas se contacten de manera proporcional al número de susceptibles y de infectados.

Si bien hay individuos que siguen interactuando con normalidad con sus contactos habituales -con sus parientes, o sus clientes-, hay gente que cambió y redujo mucho sus interacciones. El ejemplo principal son los chicos y los adolescentes, casi un tercio de la población total, que hasta hace poco veía más de cuarenta personas al día, y hoy apenas ve a un par, y siempre las mismas: sus padres.

Podríamos decir que los contactos ya perdieron la homogeneidad que tenían antes, y cada individuo posee su propia red de relaciones.

- Cuando dos personas están en contacto, la probabilidad de contagio ya no es β .

El uso de barbijos, guantes, y el cambio de costumbres reduce la chance de contagio. Y nuevamente nos chocamos con la heterogeneidad pero en los comportamientos: no todos tienen el mismo parámetro β . Peor aún, cada agente tiene un parámetro de contagio β diferente que depende de con quién interactúa.

²Si no conoce la respuesta a esta pregunta, le recomiendo el capítulo final de la serie.

Con las simulaciones sobre grafos es posible seguir estudiando el comportamiento de una epidemia. Cada nodo está conectado sólo con los que puede contagiar porque efectivamente se contacta, y cada arista tiene su propia probabilidad de contagio. En (Kivela et al., 2014) puede ver la multitud de modelos de redes que pueden considerarse, las dificultades asociadas a sus tamaños, y cómo se implementan dinámicas y se analizan los resultados.

Para encontrar la distribución de contactos se necesitan datos, pero en general no son tan difíciles de conseguir. Una cajera de supermercado, un repositor, o un repartidor están en contacto cada día con muchas personas, y se puede estimar el número si se desea. Las líneas de colectivos saben cuántos pasajeros transportaron, y eso da información sobre los choferes. Un chico en su casa tiene pocos contactos, y los censos nos dan la proporción de hogares con una, dos, tres,... personas. Todo esto puede utilizarse para definir el grafo.

Respecto a la efectividad de las medidas para evitar el contagio, esto ya no es tan sencillo, sobre todo para enfermedades poco conocidas como el Covid-19. Exige un conocimiento mucho más profundo de cómo se producen los contagios, y cómo cambia la probabilidad de un contagio dada las medidas que se toman. Para la batería de medidas implementadas, uno de los mejores trabajos que estima estas probabilidades a partir de los datos de los últimos meses es el de Chen y Qiu (Chen & Qiu, 2020). En (Yabe et al., 2020) pueden verse las estimaciones obtenidas en Japón, si bien no es sencillo extrapolarlas de una sociedad que saluda con una reverencia, a otra donde la gente se da un abrazo y uno o dos besos.

Finalmente, para un ejemplo reciente de estos modelos sobre redes le recomiendo (Scabini et al., 2020), con el nivel de detalle que consideran, y en (Zhang et al., 2020) se consideran modelos SIR donde se consideran grupos etarios con parámetros de contacto estimados en Wuhan y Shangai. Todos estos artículos están disponibles libremente en la web, y le garantizarán unas cuantas horas de entretenimiento si decide explorar este universo de las simulaciones.

Agradecimientos: En primer lugar, le quiero agradecer a usted si me acompañó hasta acá, espero que la haya pasado bien. También a Los Simuladores (D'Elía et al., 2002), y confío en que no nos demanden por las frases utilizadas, no creo que se las imaginaran dentro de un artículo como este. Nos quedó sin usar una línea clásica, del archienemigo Franco Milazo cuando no lo seleccionan: *¡Saquen al chino!*, porque claramente no es esa la solución al Covid-19 (ya han salido trabajos respecto a la discriminación, vea por ejemplo (Pei & Mehta, 2020; Ziems, He, Soni, & Kumar, 2020)).

Quiero agradecerle a todos los simuladores con los que he trabajado en Exactas Programa, en especial a J. Crespo (B), E. Mocskos (C) e I. Caridi (F); también a mis alumnos y coautores con los cuales hemos estudiado diferentes modelos.

Por último, quiero agradecerle a Leandro Cagliero, Carlos D'Andrea, Juan Carlos Pedraza y Ricardo Podestá por sus comentarios.

Bibliografía

- Amster, P. (2020a). Qué modelo hay que tomar para seguir. *Medium*. Retrieved from <https://medium.com/@amster.pablo/qu%C3%A9-modelo-hay-que-tomar-para-seguir-2f9fd777c028>
- Amster, P. (2020b). Sobre modelos sir, o algo por el estilo. *Revista de Educación Matemática*, XXX.
- Bak, P., Chen, K., & Tang, C. (1990). A forest-fire model and some thoughts on turbulence. *Physics letters A*, 147(5-6), 297–300.
- Capanna, M. (2019). Critical asymptotic behaviour in the sir model. *Markov Processes and Related Fields*, 25(5), 763–796.
- Chen, X., & Qiu, Z. (2020). Scenario analysis of non-pharmaceutical interventions on global covid-19 transmissions. *Covid Economics: Vetted and Real-Time Papers, Centre for Economic Policy Research (CEPR)*, 46-47(7).
- D'Elía, F., Fiore, A., Peretti, D., Seefeld, M., & Szifron, D. (2002). *Los simuladores*. Retrieved from <https://telefe.com/los-simuladores> (Telefe)
- Drossel, B., & Schwabl, F. (1992). Self-organized critical forest-fire model. *Physical review letters*, 69(11), 1629.
- Kermack, W. O., & McKendrick, A. G. (1927). A contribution to the mathematical theory of epidemics. *Proceedings of the royal society of london. Series A*, 115(772), 700–721.
- Kivela, M., Arenas, A., Barthelemy, M., Gleeson, J. P., Moreno, Y., & Porter, M. A. (2014, 07). Multilayer networks. *Journal of Complex Networks*, 2(3), 203-271. Retrieved from <https://doi.org/10.1093/comnet/cnu016> doi: 10.1093/comnet/cnu016
- Pei, X., & Mehta, D. (2020). #Coronavirus or #Chinesevirus?!: Understanding the negative sentiment reflected in tweets with racist hashtags across the development of covid-19. *arXiv preprint arXiv:2005.08224*.
- Rhodes, C., & Anderson, R. (1996). Power laws governing epidemics in isolated populations. *NATURE*, 381, 13.
- Scabini, L. F., Ribas, L. C., Neiva, M. B., Junior, A. G., Farfán, A. J., & Bruno, O. M. (2020). Social interaction layers in complex networks for the dynamical epidemic modeling of covid-19 in brazil. *arXiv preprint arXiv:2005.08125*.
- Yabe, T., Tsubouchi, K., Fujiwara, N., Wada, T., Sekimoto, Y., & Ukkusuri, S. V. (2020). Non-compulsory measures sufficiently reduced human mobility in japan during the covid-19 epidemic. *arXiv preprint arXiv:2005.09423*.
- Zhang, J., Litvinova, M., Liang, Y., Wang, Y., Wang, W., Zhao, S., ... Yu, H. (2020). Changes in contact patterns shape the dynamics of the covid-19 outbreak in

china. *Science*. Retrieved from <https://science.sciencemag.org/content/early/2020/05/04/science.abb8001> doi: 10.1126/science.abb8001

Ziems, C., He, B., Soni, S., & Kumar, S. (2020). Racism is a virus: Anti-asian hate and counterhate in social media during the covid-19 crisis. *arXiv preprint arXiv:2005.12423*.

JUAN PABLO PINASCO

Departamento de Matemática e IMAS, UBA-CONICET

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales – Universidad de Buenos Aires

✉ jpinasco@dm.uba.ar

Recibido: 23 de mayo de 2020.

Aceptado: 12 de junio de 2020.

Publicado en línea: 29 de julio de 2020.
