

---

# Sección de Problemas

✉ por Juan Pablo Rossetti

---

Los siguientes problemas están pensados para un público amplio. Las soluciones se encuentran en la página siguiente.



 **Problema 1.** COEFICIENTE DE DUPLICACIÓN. Durante una pandemia, en un país detectan que el total de casos de personas infectadas se duplica cada 2 días, mientras que en otro país se duplica cada 3 días. Si ambos países comienzan con la misma cantidad de casos: *¿cuántos casos más habrá en el primer país que en el segundo a los 30 días? ¿y a los 60 días?*

---

 **Problema 2.** EFECTO DE LA CUARENTENA. Durante cierta epidemia de contagios, sin cuarentena, el número de nuevos casos en una semana es el doble que el (número de nuevos casos) de la semana anterior. En cambio, con cuarentena, este número es igual al de la semana anterior. El proceso durará 14 semanas y por cuestiones de fuerza mayor solo se pueden elegir 6 semanas para hacer cuarentena (no necesariamente seguidas). Supongamos que en la semana 0, o sea la previa al proceso, hay 1 nuevo caso (o en general,  $N$  nuevos casos).

(a) *¿En qué semanas conviene hacer la cuarentena para que el número total de infectados sea el menor posible?* (b) *¿Cuál sería la proporción entre el número total de casos con la peor estrategia y con la mejor estrategia?* (c) *¿Se modifica el número de nuevos casos en la semana 14 con las distintas estrategias?*

*Ejemplo:* sin cuarentena, en la semana 1 habría 2 nuevos casos, en la semana 2 habría 4, en la 3era semana 8, hasta ahí el total de casos sería 15 (incluyendo el de la semana 0).

---

 **Problema 3.** CASOS OCULTOS. En un país fallece una persona y recién ahí se dan cuenta que fue a causa de un virus, que no sabían que estaba en el país. Las características de ese virus son que produce mortalidad en aproximadamente el 1% de los infectados y que se expande en una población con ritmo exponencial, duplicando la cantidad de infectados cada 3 días. Se detecta que el fallecido se había infectado unos 21 días atrás y que esta es la media para estos casos. *¿Cuántos casos de infectados aproximadamente podría haber en el país al momento del fallecimiento?*

## SOLUCIONES

**Solución 1.** Respuesta:  $2^5 = 32$  y  $2^{10} = 1024$ , respectivamente.

Esto es así porque en el 1er país se duplica 15 veces en 30 días la cantidad de infectados, de modo que habrá  $2^{15}$  infectados a los 30 días, mientras que en el 2do país se duplica 10 veces en 30 días, es decir, habrá  $2^{10}$ . La proporción es entonces  $\frac{2^{15}}{2^{10}} = 2^5$  a los 30 días. Si el proceso va hasta los 60 días, lo anterior se repite, por lo que la proporción será  $(2^5)^2 = 2^{10}$ .

**Solución 2.** Respuesta: Conviene hacer la cuarentena lo antes posible. En nuestro problema, lo mejor es hacerla durante las primeras 6 semanas y lo peor durante las últimas 6 semanas.

(a) No se modifica el número de nuevos infectados en la semana 14, que siempre será  $2^8 N$ .

(b) La proporción entre la peor estrategia y la mejor estrategia es casi 4, más precisamente es

$$\frac{2047N}{517N} \cong 3,96.$$

(c) Una forma de justificar que siempre conviene adelantar la cuarentena, es pensar en dos semanas consecutivas, una con cuarentena y la otra no, llamar  $M$  al número de nuevos casos en la semana previa, entonces si ponemos la cuarentena en la primera de las dos semanas consideradas, habrá

$$M + 2M = 3M$$

nuevos casos en esas dos semanas, mientras que si ponemos la cuarentena en la segunda semana habrá  $2M + 2M = 4M$  nuevos casos en esas dos semanas, que es mayor a  $3M$ .

**Solución 3.** Respuesta: la cantidad podría ser de alrededor de 12.800 casos. Este número impresiona, porque de pensar que hay un solo caso, resulta que en realidad podría haber más de 10 mil infectados. La cuenta, simplificada, es que 21 días atrás habría 100 infectados aproximadamente, y luego con la duplicación cada 3 días, habría  $2^7 \cdot 100 = 12.800$  casos.

## ¡Sucesiones al toque!

¿Cuál creés que es el próximo número en las siguientes sucesiones y por qué? ¿Te animás a encontrar más términos de estas sucesiones? ¿Y una fórmula general?

- $\{a_n\}$ : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 20, 21, 22, 30, 31, 32, 33, 40, 41, 42, 43, 44, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 110, 111, 200, 210, 211, ...
- $\{b_n\}$ : 5, 14, 19, 23, 28, 32, 37, 41, 46, 50, 55, 64, 69, 73, ...
- $\{c_n\}$ : 1, 11, 21, 1211, 111221, 312211, 13112221, 1113213211, 31131211131221, 13211311123113112211, 11131221133112132113212221, ...
- $\{d_n\}$ : 1, 8, -3, 24, -15, 48, -35, 80, -63, 120, -99, 168, -143, 224, -195, 288, -255, 360, -323, 440, -399, ...

Podés encontrar las soluciones en la página siguiente.



### Soluciones de ¡sucesiones al toque!

- $a_{70} = 220$ .  
Son los números con sus dígitos en orden no creciente.
- $b_{15} = 78$ .  
números con suma de sus dígitos múltiplo de 5.
- $c_{12} = 3113112221232112111312211312113211$ .  
En general, cada término describe al anterior agrupando los dígitos consecutivos iguales (y se puso al 1 como término inicial).
- $d_{22} = 528$ .  
La fórmula general es  $d_n = 2n + (-1)^n n^2$ .

Viene de la página 79.