

---


## Sección de Problemas

✉ por Juan Pablo Rossetti

---

Los siguientes problemas están pensados para un público amplio. Las soluciones se encuentran en la página siguiente.



 **Problema 1.** ADIVINAR DOS NÚMEROS. Susana y Muriel tienen que adivinar dos números enteros  $a$  y  $b$ , mayores que uno. A Susana solo le dijeron la suma de los dos números, es decir,  $a + b$ , mientras que a Muriel, solo la multiplicación,  $a \times b$ . Entre ellas dialogan:


Su: No puedo saber cuáles son  $a$  y  $b$ .

Mu: ¡Yo tampoco!

Su: Ah, entonces ¡ahora yo sí!


¿Cuáles son los números  $a$  y  $b$ ?

---

 **Problema 2.** CUATRO CUATROS. Queremos escribir los 10 dígitos del 0 al 9 utilizando para cada uno exactamente cuatro cuatros y solo las operaciones elementales: suma, resta, multiplicación y división. Este problema es muy conocido, aquí proponemos una variante, que consiste en ir realizando las operaciones secuencialmente, es decir, de a una, sobre el resultado que se va obteniendo. Por ejemplo, si decimos 4 más 4 menos 4 por 4, hay que hacer  $((4 + 4) - 4) \times 4 = 16$ .

*Aclaración:* Se permite empezar con  $-4$  (como si fuera restando un cuatro) pero NO se permite usar combinaciones de cuatros al tipo de  $44$  ni  $4^4$ , y menos aun  $4,4$ . Es decir, con cuatro cuatros, operando en forma secuencial, hay que obtener los números  $0, 1, 2, 3, \dots, 9$ .

---

 **Problema 3.** DISTANCIA DEL PUEBLO AL REFUGIO. El camino entre el pueblo y el refugio en la montaña mide un número entero de kilómetros. Una mañana, tres grupos de andinistas salen del pueblo hacia el refugio. El primer día, el grupo A recorre la sexta parte del camino, el grupo B la mitad del camino, y el grupo C la cuarta parte del camino. Al día siguiente, el grupo A recorre 100 km, el grupo B recorre 10 km, el grupo C recorre 78 km, y nadie llega al refugio. Si el grupo B ha recorrido en total, más distancia que el A, pero menos que el C, determinar cuánto mide el camino desde el pueblo hasta el refugio.

## SOLUCIONES

**Solución 1.** Respuesta: 3 y 4.

Llamemos  $s = a + b$ . Susana no sabía los números, por lo que  $s$  no es 4 ni 5. Ahora bien, Muriel tampoco sabe los números, por lo que  $s$  tampoco puede ser 6 (pues si  $s = 6$ , entonces las dos posibilidades son  $2 + 4$  y  $3 + 3$ , que al hacer sus productos dan 8 y 9 respectivamente, pero en ambos casos Muriel se habría dado cuenta que los números originales eran 2 y 4 en el primer caso y 3 y 3 en el segundo). Si  $s = 7$ , entonces las dos opciones son  $2 + 5$  y  $3 + 4$ . En la primera, Muriel hubiera visto  $10 = 2 \times 5$ , dándose cuenta de que los números eran 2 y 5. Pero en la segunda opción, Muriel ve 12 y no puede distinguir si 12 es  $2 \times 6$  o  $3 \times 4$ . Sin embargo, cuando Susana se entera que Muriel no puede adivinar los números, entonces se da cuenta que tienen que haber sido 3 y 4. Por consiguiente, este caso es compatible con el diálogo ocurrido.

Por otra parte, si  $s > 7$ , ya empieza a haber más posibilidades, Susana no puede saber los números de entrada, Muriel tendrá al menos dos casos en los que no puede adivinar, por lo tanto Susana no sabrá cuál de esos dos casos es. Esta situación no es compatible con el diálogo ocurrido. Así, la única respuesta posible es  $s = 7$  y los números son 3 y 4.

**Solución 2.** Una forma de escribir cada dígito es la siguiente:

$$\begin{aligned} 0 &= 4 - 4 + 4 - 4; & 1 &= (4 + 4 - 4) : 4; & 2 &= (-4 - 4) : 2 + 4; & 3 &= (4 + 4 + 4) : 4; \\ 4 &= (4 - 4) \times 4 + 4; & 5 &= ((4 \times 4) + 4) : 4; & 6 &= (4 + 4) : 4 + 4; \\ 7 &= (-4 : 4) + 4 + 4; & 8 &= 4 + 4 - 4 + 4; & 9 &= (4 : 4) + 4 + 4. \end{aligned}$$

**Solución 3.** La distancia es 271 km.

Si llamamos  $x$  a la distancia entre el pueblo y el refugio, entonces sabemos que

$$\frac{1}{6}x + 100 < \frac{1}{2}x + 10 \quad \text{y que} \quad \frac{1}{2}x + 10 < \frac{1}{4}x + 78.$$

Trabajando estas dos desigualdades, tenemos que

$$100 < \frac{1}{3}x + 10 \quad \text{y} \quad \frac{1}{4}x + 10 < 78,$$

es decir que llegamos a  $270 < x$  y  $x < 272$ . Como  $x$  es un entero, debe ser, necesariamente,  $x = 271$ .

## ¡Sucesiones al toque!

¿Cuál creés que es el próximo número en las siguientes sucesiones y por qué? ¿Te animás a encontrar más términos de estas sucesiones? ¿Y una fórmula general?

- $\{a_n\}$ : 1, -2, 5, -12, 29, -70, 169, -408, 985, -2378, ...
- $\{b_n\}$ : 4, 9, 25, 49, 121, 169, 289, 361, 529, 841, 961, 1369, 1681, 1849, 2209, 2809, 3481, 3721, ...
- $\{c_n\}$ : 3, 5, 11, 17, 31, 41, 59, 67, 83, 109, 127, 157, 179, 191, ...
- $\{d_n\}$ : 1, 4, 3, 0, -3, -4, -1, 2, 5, 2, -1, -4, -3, 0, 3, 4, 1, -2, -5, -2, ...

Podés encontrar las soluciones en la página siguiente.



**Soluciones de ¡sucesiones al toque!**

- $a_{11} = 5741$ .

Son los números de Pell alternando signos, es decir

$$a_n = -2a_{n-1} + a_{n-2}.$$

- $b_{19} = 4489$ .

Son los cuadrados de los números primos.

- $c_{15} = 211$ .

Los números primos indexados por primos. Es decir, si  $p_n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , es la sucesión de los números primos, entonces

$$c_n = p_{p_n}.$$

- $d_{21} = 1$ .

Saltando de a 3 pasos en el intervalo de enteros  $[-5, 5]$  rebotando en los extremos

Viene de la página 61.

# INFORMACIÓN PARA AUTORES

---

La *Revista de Educación Matemática* recibe artículos en cualquiera de sus secciones que no hayan sido ya publicados. Se espera que tengan excelente nivel de redacción, claridad en la exposición de las ideas, coherencia y cohesión.

Los autores que deseen publicar sus artículos en la *Revista de Educación Matemática* deberán enviar un archivo LibreOffice, Word o Latex a la dirección **revm@famaf.unc.edu.ar** de correo electrónico.

El archivo deberá estar escrito en hoja tamaño A4, con sus cuatro márgenes de 2,5 cm, interlineado sencillo y letra Times New Roman de 11 pt. En la medida de lo posible evitar el uso de notas al pie. En la primera página se informará:

- Título del trabajo.
- Nombre, filiación académica y correo electrónico de todos los autores.
- Categoría propuesta (Matemática, Aportes para la Enseñanza de la Matemática, Investigación en Educación Matemática, Reseña).
- Resumen en español y en inglés con una extensión máxima de 200 palabras. No incluir referencias bibliográficas.
- Palabras-clave en español e inglés. No más de cuatro.

Los artículos de *Matemática* y *Aportes para la enseñanza* pueden ser de hasta 12 páginas (excepcionalmente se aceptarán artículos más extensos), incluida bibliografía, tablas y figuras.

Los artículos de *Investigación* pueden ser de hasta 20 páginas, incluida bibliografía, tablas y figuras. Deben incluir: resumen (en español e inglés), problemática investigada, preguntas u objetivos de investigación, referentes teóricos y antecedentes, metodología de investigación, resultados, análisis, conclusiones y bibliografía. El resumen, tanto en español como en inglés, puede tener una extensión máxima de 200 palabras y no incluir referencias bibliográficas.

Las *Reseñas* pueden ser de hasta 4 páginas.

Para la publicación de Anuncios enviar la información completa al correo electrónico de la revista.

Más información en la página <https://revistas.unc.edu.ar/index.php/REM/information/authors>.