

Sección de Problemas


por Juan Pablo Rossetti

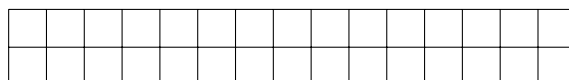
Los siguientes problemas están pensados para un público amplio. Esperamos que los piensen, que no se den por vencidos fácilmente, y sobre todo ¡que los disfruten! Partes de las soluciones se encuentran en la página siguiente.



 **Problema 1.** EXPLORADOR. Un explorador parte de su tienda y recorre exactamente 100 km hacia el sur, luego 100 km al este, 100 km al norte y finalmente 100 km al oeste, llegando precisamente al punto desde donde partió. Durante su recorrido, vio cóndores volando majestuosamente. *¿En que país se encuentra el explorador?*


[Aclaración: Nuestro explorador dispone de los mejores instrumentos de medición.]

 **Problema 2.** TABLERO. Se tiene un tablero rectangular de tamaño $2 \times n$ como en la figura (con $n = 15$).



Además se disponen de muchas fichas de tamaño 1×2 (como las de dominó).

¿De cuántas formas distintas se puede cubrir el tablero? Hacer el caso $n = 15$ y el caso general.

 **Problema 3.** APOSTADOR. Daniel es un jugador empedernido que cuando dispone de dinero lo apuesta en algo donde tenga la misma probabilidad de ganar que de perder en cada jugada. Siempre lo hace de la misma forma: gane o pierda, apuesta la mitad del dinero que tiene; a la segunda jugada, apuesta la mitad del dinero que tiene entonces; en la tercera jugada, la mitad de lo que tiene después de la segunda; y así sucesivamente. Cierta tarde tenía 640 pesos y jugó 6 veces, ganó tres y perdió otras tres. *¿Con cuánto dinero terminó? ¿Importa el orden si empieza perdiendo o ganando?*

Respuestas

✓ **Solución 1.** ¡En Ecuador! Para hacer un recorrido como el descrito y regresar exactamente al lugar de partida, en nuestro planeta, debemos partir desde 50 km al norte del paralelo 0, o sea, el paralelo llamado Ecuador. Éste pasa por varios continentes y muchos países, sin embargo, los cóndores se encuentran en la Cordillera Americana, de modo que el único país posible termina siendo Ecuador, país donde el cóndor es un símbolo.

✓ **Solución 2.** Se pueden hacer los primeros casos a mano, anotar los resultados, y es muy posible que a uno se le ocurra lo que está sucediendo, que es simplemente que cada número obtenido es la suma de los dos anteriores. Esto se puede comprobar pensando en la ficha que ponemos en la primera columna del tablero: si ésta cubre la primera columna, entonces nos quedará un tablero de $2 \times (n - 1)$ para cubrir; en cambio, si la primera ficha se pone mitad en la primera columna y mitad en la segunda, entonces habrá que cubrir un tablero de $2 \times (n - 2)$ conformado por las columnas desde la 3ra hasta la última. Así, si llamamos a_n a la cantidad de formas posibles, se cumple la relación de recurrencia $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$, $n \geq 3$, que determina la célebre *sucesión de Fibonacci*. En el caso de $n = 15$ la respuesta es 987.

✓ **Solución 3.** Terminó con 270 pesos. O sea que perdió 370 pesos. El orden de pérdidas y ganancias es indiferente, puesto que cada vez que gana, su dinero se multiplica por $\frac{3}{2}$ mientras que cada vez que pierde se multiplica por $\frac{1}{2}$, de modo que sin importar el orden, lo que le sucede es que su dinero se multiplicó por $\frac{3^3}{2^6}$, el cual es un número menor que un medio. ¿Cómo es posible que siempre pierda dinero cuando gana tres apuestas y pierde tres? En cada jugada tiene la misma probabilidad de ganar que de perder, ¿es una mala estrategia apostar seis veces?

¡Sucesiones al toque!

¿Cuál creés que es el próximo número en las siguientes sucesiones $\{a_n\}$ y por qué? ¿Te animás a encontrar más términos de estas sucesiones? ¿Y una fórmula general?

(a) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...

(b) 1, 4, 10, 20, 35, 56, ...

(c) 1, 1, 2, 2, 4, 2, 6, 4, 6, 4, ...

(d) 0, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, ...

Podés encontrar las soluciones en la página 42.

