

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

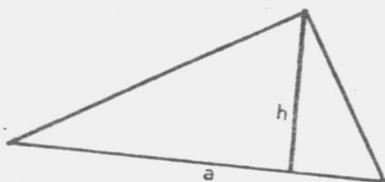
1) Sean α, β, γ los ángulos de un triángulo. Mostrar que el triángulo es isósceles si y sólo si

$$\operatorname{tg}(\alpha - \beta) + \operatorname{tg}(\beta - \gamma) + \operatorname{tg}(\gamma - \alpha) = 0$$

(O. Cáppli).

2) ¿Cuántos triángulos rectángulos no congruentes hay con una dada hipotenusa a y correspondiente altura h ? (ver figura)

(O. Cáppli)



3) Determine todas las soluciones enteras de la ecuación

$$x^2 + y^2 + z^2 = 2xyz$$

(R. Miatello)

4) Pruebe que hay una infinidad de números enteros m que no se se pueden representar $m = x^3 + y^3 + z^3$, (x, y, z , números enteros). (R. Miatello).

5) Hallar todos los números de cuatro cifras x tales que si y es el número obtenido escribiendo en orden inverso las cifras de x , $x.y$ es un número de ocho cifras terminado en 000. (R. Miatello).

6) Se arroja un dado varias veces hasta que la suma total sea mayor que 12. ¿Qué suma es más probable obtener? Generalice al caso en que se trata de superar un número arbitrario m . (R. Miatello).

- 7) ¿En qué proporción quedan divididas el área y el Volumen de una esfera de radio 1 por el plano de una de las caras del cubo inscripto?. (C. Sánchez).
- 8) Sea S una esfera de radio r y S' otra esfera que pasa por el Centro de S y no es interior a S . Sea A el área del casquete de S' determinado por S . Demostrar que A no depende de S' . ¿Cuánto vale A ?. (C. Sánchez).
- 9) Sean S_1 y S_2 dos esferas tangentes (la primera anterior a la otra); sea P un plano normal a la recta determinada por los centros y el punto de tangencia y tal que corte a ambas. Sobre dicho plano las esferas determinan una corona circular. Sea A el área de esta corona y A_1 y A_2 el área de los casquetes de S_1 y S_2 (respectivamente) que contienen al punto de tangencia. Demostrar que $A_1 - A = A_2$. (C. Sánchez).
- 10) En un triángulo dado inscribir un triángulo con sus tres lados paralelos a tres líneas dadas. (C. Sánchez).
- 11) Dado un segmento \overline{AB} en el espacio para todo punto C exterior trazar los segmentos AC y BC . Determine todos los puntos para los cuales el ángulo \hat{ACB} es recto. (C. Sánchez).