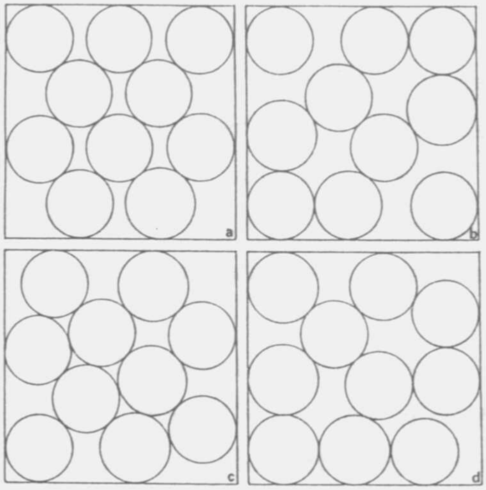
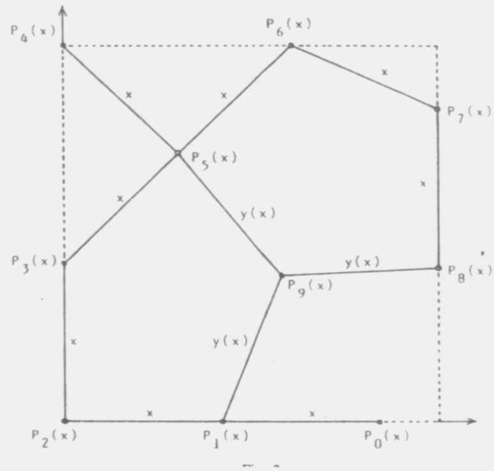
paquete d en un cuadrado de lado S = 1 + m.

Conjetura: (Valette Guy - 1988).

Para cualquier paquete de círculos en un cuadrado se tiene que $N \leq 10$.





FACULTAD DE MATEMATICA, ASTRONOMIA Y FISICA
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CORDOBA.

SOLUCIONES ENVIADAS

Problema 9. Vol. 1 N°3.

Sean S_1 y S_2 dos esferas tangentes (la primera interior a la segunda). Sea P un plano normal a la recta determinada por los centros y el punto de tangencia y tal que corte a ambas. Sobre dicho plano las esferas determinan una corona circular. Sea a el área de esta corona y A_1, A_2 las áreas de los casquetes de S_1 y S_2, respectivamente, que contienen al punto de tangencia. Demostrar que $A_1 + A = A_2$

La siguiente solución fue enviada por M. I. Viggiani Rocha (U. N. de Tucumán).

Supongamos que las esferas tienen radios $r_1 < r_2$ y están centradas en $(r_1,0,0)$ y $(r_2,0,0)$. El punto de tangencia es $(0,0)$.

La ecuación de S_i $(i = 1,2)$ es $x^2 + y^2 + z^2 - 2r_i x = 0$. Los planos p_a normales a la recta que une los centros, y que cortan a ambas esferas tienen ecuación $x = a$, con $0 \leq a \leq r_1$. La corona circular está determinada por las circunferencias $C_i (i = 1,2)$ resultantes de la intersección de p_a con S_i.

La ecuación de C_i es $y^2 + z^2 = 2r_i\, a-a^2$. Luego el radio S_i de la circunferencia C_i está dado por $S_i^2 = 2r_i a-a^2$. Como A es la diferencia de las áreas de los círculos de radios S_2 y S_1, resulta

$$A = \pi\ S_2^2-\pi\ S_1^2 = \pi\ [2r_2 a-a^2-(2r_1 a-a^2)] = 2\pi a(r_2-r_2).$$

Además, utilizando la conocida fórmula para el área de un casquete circular, tenemos que $A_i = 2\pi r_i a$.

Entonces $A_1 + A = 2\pi\ r_1 a + 2\pi a(r_2-r_1) = 2\pi\ r_2 a = A_2$

Problema 2. Vol. 4 N°1.

Un ladrón roba una cantidad de manzanas de una huerta. Al salir se encuentra sucesivamente con tres cuidadores, y le da a cada uno la mitad de las manzanas que tiene en el momento, más dos manzanas. Si consigue escapar con una manzana, ¿Cuántas robó?

Soluciones correctas fueron enviadas por el profesor M.F. Alfaro UTN, F.R Haedo y la Lic. M.I. Viggiani Rocha (U.N. de Tucumán).

Sea m la cantidad de manzanas robadas. Sean c_i la cantidad de manzanas que da el ladrón al i-ésimo cuidador; y r_i la cantidad que le queda después del i-ésimo encuentro ($i=1,2,3$). Entonces

$$c_1 = \frac{m}{2} + 2, \text{ luego } r_1 = m - \left(\frac{m}{2} + 2\right) = \frac{m-4}{2};$$

$$c_2 = \frac{m-4}{4} + 2, \text{ luego } r_2 = \frac{m-4}{2} - \left(\frac{m-4}{4} + 2\right) = \frac{m-12}{4}$$

$$c_3 = \frac{m-12}{8} + 2, \text{ luego } r_3 = \frac{m-12}{4} - \left(\frac{m-12}{8} + 2\right) = \frac{m-28}{8}$$

Como el ladrón se queda con una manzana, tenemos que $\frac{m-28}{8} = 1$, de donde $m = 36$.

NOTA

Los siguientes lectores enviaron respuestas correctas de problemas cuyas soluciones fueron publicadas en números anteriores: Martina Reynoso P2 V2 N°. 1; Elena S. de Scally (Alta Gracia) P9 y 13 V2 N°. 1; M.I. Viggiani Rocha (U.N. de Tucumán) P11 V1 N°. 3, P13 V2 N°. 1, P2 V2 N°. 3, P1 V3 N°. 1; F.F. Villaverde (U.T.N., FR Haedo) P2 y 3, V2 N°. 3, P1 y 3 V3 N°. 2; Enriqueta Carmona Ariza (Salta) P3 V2 N°. 3; M.F. Alfaro (UTN, FR. Haedo) P3 V3 N°.2.

***

MISCELANEAS

Pruebe que si existe un triángulo con lados a,b,c entonces existe un triángulo con lados $\sqrt{a}$, $\sqrt{b}$, $\sqrt{c}$.

***

Hallar todas las soluciones de

$$n!(n-1)! = m!$$

***

Pruebe que $x^2-3y^2 = 17$ no posee soluciones enteras.

***

Pruebe que $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n}$ nunca es entero si $n > 1$.

***

¿Cuál es mayor $\sqrt[9]{9!}$ o $\sqrt[8]{8!}$? Generalice.

***