

## EJERCICIOS CON POLINOMIOS

Jorge Vargas

1) Sea  $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$  una función racional a coeficientes racionales, tal que  $f(n)$  es un entero para cada entero  $n$ . Probar que  $f$  es un polinomio.

2) Sean  $(b_1, \dots, b_q)$   $(a_1, \dots, a_r)$  dos uplas de naturales tal que para cada subconjunto  $L$  de  $\{a_1, \dots, a_r\}$  de longitud  $s$  es posible encontrar  $s$  elementos  $b_j$  de  $\{b_1, \dots, b_q\}$  del tipo

$$b_j = \sum_{a_i \in L} \gamma_{ij} a_i$$

donde  $\gamma_{ij}$  son enteros no negativos.

Probar que

$$f(t) = \prod_{j=1}^q (1 + t + \dots + t^{b_j-1}) / \prod_{i=1}^r (1 + t + \dots + t^{a_i-1})$$

es un polinomio de coeficientes enteros no negativos.

J. VARGAS, FaMAF, U.N.C.

\*\*\*