

**La Geometría y los temas de Piaget-García.
Algunas observaciones.**

Graciela Dell'Oro-Silvia L. Vilanova-María Inés Peña

El progreso cognoscitivo.

En la obra "Psicogénesis e historia de las ciencias" de J. Piaget y R. García, reaparece una tesis ya sustentada por los autores en otras obras: el paralelismo que puede establecerse entre los estadios de desarrollo psicogenético y el desarrollo histórico de las ciencias. Han tomado el álgebra, la geometría y la física para desarrollar esta posición.

Tomaremos en este trabajo los aspectos dedicados al desarrollo histórico de la geometría, y en particular, la etapa de la geometría analítica.

La hipótesis general de la que parte la epistemología genética es que los mecanismos de pasaje de un período histórico al siguiente son análogos a los del pasaje de un estadio psicogenético al estadio siguiente. Los mecanismos de pasaje son caracteres comunes en lo psicogenético y en la historia de la ciencia.

El pasaje de una etapa a la otra no supone "incremento" en los conocimientos, sino la "reinterpretación" total de los fundamentos conceptuales. Estos conceptos se encuentran en la base misma de la epistemología genética ya que han sido suministrados por las experiencias llevadas a cabo por la psicología genética.

"Tal proceso evolutivo provee un sostén importante a la posición mantenida durante mucho tiempo por la epistemología genética. En efecto, sobre la base de numerosos ejemplos tomados de la psicología genética, se ha podido mostrar que el desarrollo cognoscitivo no procede linealmente por acumulación de conocimientos, sino que exige, cada vez que se accede a un nuevo nivel, la reconstrucción de

lo que fue adquirido en los niveles precedentes. Se trata de una reorganización de los conocimientos a la luz de nuevos puntos de vista, y de una reinterpretación de los conceptos de base”¹

En síntesis:

a) el proceso general que caracteriza todo progreso cognoscitivo consiste en que cada vez que hay un rebasamiento lo que fue rebasado está integrado en el rebasante.

b) el proceso que conduce de lo intra-objetal (o análisis de los objetos) a lo inter-objetal (o período de las relaciones y transformaciones) y de allí a lo trans-objetal (o construcción de las estructuras).

Estas etapas se dan en la evolución del pensamiento del niño y se han comprobado experimentalmente. Lo que no se ha comprobado aún es el paralelismo que plantea Piaget entre la psicogénesis y la evolución de la ciencia. Piaget encontró en el desarrollo de los conceptos geométricos tres etapas: intrafigural, interfigural y transfigural. En la historia de la geometría griega interesada en las propiedades de las figuras consideradas aisladamente, décadas después el nacimiento de la geometría proyectiva (Poncelet y Chasles), posteriormente Klein ofrece una perspectiva de la geometría distinta mostrando que el conjunto de transformaciones utilizado por la geometría proyectiva podría explicarse considerando estructuras algebraicas dentro de las cuales el conjunto de transformaciones puede inferirse de la estructura.

Merece una consideración especial la etapa denominada interfigural. Es la que presenta una mayor ambigüedad y en la que los límites impuestos por la clasificación son más difusos y difíciles de sostener. Los autores sostienen que *“el primer salto espectacular, posterior a los griegos, es producido por la geometría*

¹Piaget, J. y García, R. Psicogénesis e historia de la ciencia. México, Siglo XXI Ed., 1982, Pág. 107.

analítica."²

Descartes es presentado como el pensador al cual le cabe el mérito de haber logrado una "reducción" de la geometría al álgebra. Pero esto no alcanza para que Descartes sea considerado un pensador de la etapa transfigural. Una de las características del pensamiento cartesiano es su anhelo de generalización. El objetivo de su método es resolver cualquier problema que pudiera plantearse en el campo de la geometría.

Reconoce en el álgebra y la geometría cierta sencillez y les da prioridad respecto de otras ramas de la matemática.

Babini señala que Descartes aspira a una ciencia única e integral; *"la atemática (es) todo aquello que pueda preguntarse acerca del orden y de la medida, no importando que las medidas deban buscarse en números, figuras, astros, sonidos o cualquier otro objeto"*.³

La obra matemática de Descartes.

El único escrito matemático publicado por Descartes es La Geometría, uno de los apéndices del Discurso del Método. En el primer libro habla claramente de la unificación que realizará, ya que establece cómo el cálculo de la aritmética se relaciona con las operaciones de la geometría. Existía una diferencia esencial entre los elementos geométricos, segmentos, y los elementos algebraicos, letras, que impedía su comparación, pues con las letras pueden realizarse las operaciones aritméticas en número ilimitado obteniéndose nuevas combinaciones de letras. En cambio, no sucedía lo mismo con los segmentos, porque tales combinaciones quedan limitadas a las líneas, superficies y sólidos, los casos en que la "dimensión" del resultado no supera el número 3, para poder ser expresado

²Piaget, J. y García, R.; ob. cit. pág. 89

³Babini, José. Historia sucinta de la matemática. Bs. As., Espasacalpe, 1953, pág. 80.

por figuras geométricas.

Para eliminar tal limitación Descartes utiliza un recurso técnico muy simple: el segmento unitario. Es decir, un segmento arbitrario que utiliza como unidad y al operar con él obtiene que toda combinación de segmentos de cualquier “dimensión” es un segmento. También generaliza la idea de coordenadas utilizada antes por Apolonio. Con esto, a cada problema geométrico puede hacerle corresponder una cierta relación entre letras, es decir, una ecuación. Con el estudio o resolución de esta ecuación dará lugar a la solución o análisis del problema geométrico.

Descartes ejemplifica su método planteando la resolución del problema de Pappus, mostrando la excelencia de su método al resolver en general, problemas que los antiguos sólo habían resuelto en casos particulares.

En el segundo libro, estudia las curvas planas mediante su método, destacándose entre los problemas que trata, la determinación de las curvas normales con respecto a las curvas planas, utilizándolo luego para la construcción de lentes.

El tercer libro de la geometría es un verdadero tratado de álgebra, con las propiedades y transformaciones entonces conocidas (las proyecciones) y algunas nuevas (las parametrizaciones de curvas planas y de curvas en un espacio de dimensión tres). Por supuesto, todos estos espacios en los cuales trabaja Descartes son espacios métricos y las curvas que analiza son metrizables. Hasta Descartes no se habían estudiado sino propiedades particulares de algunas curvas, tomadas una a una y siempre por medios diferentes que no establecían ninguna ligazón entre curvas distintas. Esta etapa es interfigural. Ya Apolonio, al estudiar las secciones cónicas (es decir, las curvas que obtiene al cortar un cono con los distintos planos) las relaciona con el plano en donde ellas yacen, utilizando dos rectas perpendiculares a las cuales refiere cada punto de la curva

en cuestión. Como no lo generaliza para cualquier curva plana no podemos más que atribuirle el mérito de ser un precursor de la etapa interfigural de la geometría.

La generalización de este concepto de ejes de coordenadas que realiza Descartes nos permite ubicarlo en el período interfigural, si es que dicho período existió en la geometría. Ya que Descartes utiliza su método para abordar problemas intrafigurales valiéndose de mecanismos interfigurales para resolverlos.

Descartes tenía una idea clara de la noción de transformación, no como sus antecesores que únicamente trabajaron con proyecciones de puntos sobre un plano (pero sin considerar una aplicación de un cierto conjunto en otro). Descartes clasifica las curvas planas y para ello considera saber la relación que tienen todos los puntos de una línea curva con todos los puntos de una línea recta.

Consideramos que Descartes está ubicado en un período de transición entre la etapa intrafigural y la etapa transfigural. Si bien anticipa esta última etapa, no utiliza las transformaciones (aplicaciones de un conjunto en otro que transforma un único ente geométrico en otro) como método para la resolución de todos los problemas y a través de ellas caracterizar todo lo conocido en la geometría hasta entonces.

Para lograr esto debía transcurrir mucho tiempo, ya que fue necesario que el álgebra avanzara y recién con las estructuras algebraicas se pudo lograr el pasaje a la etapa transfigural.

Consideraciones finales

Uno de los objetivos de este trabajo es tratar de comprender las complejas clasificaciones utilizadas por Piaget y García. Clasificaciones que son creadas

para la psicogénesis y luego son extrapoladas al orden histórico.

Es indiscutible que Piaget desarrolló un punto de vista totalmente distinto y muy poderoso de la cognición humana. Este punto de vista fue el que permitió superar definitivamente el concepto de cociente intelectual, que en definitiva sólo se basa en pruebas que predicen el éxito en la escuela y sólo marginalmente plantean cómo funciona la mente.

“...Las fortalezas innegables, que hicieron de Piaget el teórico del desarrollo cognoscitivo, conviven con determinadas debilidades que se han hecho cada vez más claras durante los últimos decenios. (...) En tanto que siguen siendo interesantes los lineamientos generales del desarrollo planteados por Piaget, muchos de los detalles específicos sencillamente no son correctos”.⁴

Uno de los puntos más conflictivos es la falta de una justificación de las clasificaciones que utiliza. Este esfuerzo nos recuerda su labor de biólogo taxónomo. La falta de rigor en las taxonomías fuerza los hechos para que queden comprendidos dentro de su teoría.

Por ejemplo, en la misma obra señala: *“Debe notarse, sin embargo, que si bien este comienzo de estructuración geométrica a partir del intrafigural está de acuerdo con el desarrollo histórico, uno de nosotros había hecho observar hace ya mucho tiempo que, contrariamente a la historia pero en conformidad con el orden teórico, las primeras formas espaciales consideradas por los niños son de naturaleza topológica y que sólo posteriormente llegan a las figuras euclidianas y proyectivas.”⁵*

Esta cita revela que lo que se considera fundamental es el orden teórico. El orden histórico termina adecuándose a él, generando una suerte de red en la

⁴Gardner, H. Estructuras de la Mente. México, F.C.E., 1987, pág. 34.

⁵Piaget, J. y García, R. Ob. cit. pág. 110.

cual quedan atrapados todos los hechos aún cuando no pueda justificarse su ubicación y sus relaciones dentro de la misma.

Esta primera crítica se refuerza cuando descubrimos que la debilidad de estas clasificaciones se dan a partir de la falta de definiciones precisas. En esta obra encontramos muchas referencias a lo intra, inter y transfigural, pero no son suficientes para fundamentar epistemológicamente la evolución de la geometría. No lo es, al menos utilizando la noción de “paradigma epistémico” que aparece contrapuesto al “paradigma social” de Kuhn.

¿Cómo se explican las relaciones entre ciencia e ideología según lo dicho anteriormente?

“Aristóteles -y toda la mecánica desde él hasta Galileo- no sólo no llegó a formular el principio de inercia, sino que rechazó como absurda toda idea de movimiento permanente no ocasionado por la acción constante de una fuerza. Por el contrario, cinco siglos antes de Cristo encontramos la siguiente afirmación de un pensador chino: “La cesación del movimiento se debe a una fuerza opuesta. Si no hay fuerza opuesta, el movimiento nunca se detendrá”. Debían de pasar más de dos mil años antes que la ciencia occidental llegara a esta concepción. Más sorprendente aún es el hecho de que el enunciado arriba citado no fuera considerado como un descubrimiento extraordinario, sino como un hecho natural y evidente”. ⁶

¿Esto significa que el orden histórico no es paralelo con el orden psicogenético? ¿Que este paralelismo no es válido para todas las culturas? ¿Cómo entendemos esta cita si el mismo Piaget nos dice que las etapas psicogenéticas se desarrollan espontáneamente en el hombre?

Si el desarrollo de la ciencia occidental fue obstaculizado por el pensamiento

⁶Piaget, J. y García, R. Ob. cit. Pág. 232.

griego, ¿por qué no se desarrolló la ciencia en oriente donde no existían los obstáculos ideológicos que tenían los griegos?

El prefacio de Barbel Inhelder presenta diferencias con lo expuesto en la obra: *“En la historia de la geometría García distingue tres etapas: a) la geometría del pensamiento griego hasta el siglo XVIII; b) la geometría proyectiva de Poncelet y Chasles y c) la concepción global de la geometría introducida por Klein. La geometría descriptiva de Descartes y Fermat y el cálculo diferencial e integral proveen los instrumentos que permiten la transición de a) a b), en tanto que la teoría de los grupos hace lo mismo con respecto a la transición de b) a c)”*.⁷

Estas clasificaciones se generalizan a todas las ciencias y aquí volvemos a preguntarnos por qué se eligió la matemática y la física? ¿Esta afirmación vale para nuevas ciencias que surgen día a día a partir de la unión de problemas que provienen de distintos campos del saber? No queremos seguir abundando en interrogantes puntuales ya que excederíamos el marco de nuestro trabajo. Sólo queremos destacar que para el caso de la geometría, que es el que hemos analizado en particular, la división en intrafigural, interfigural y transfigural que García efectúa no es consistente. Así como no podemos establecer límites rígidos para los períodos históricos y sólo lo hacemos por contención y a los fines prácticos, creemos que esta clasificación de la geometría sólo puede tomarse en ese sentido.

⁷Piaget, J. y García, R. ob. cit., pág. 6.

BIBLIOGRAFIA

- Gardner, Howard. Arte, Mente y cerebro. Una aproximación cognitiva a la creatividad. Bs.As. Paidós, 1987.
- Gardner, Howard. Estructuras de la mente. La teoría de las múltiples inteligencias. México, F.C.E., 1983.
- Babini, José. Historia sucinta de la matemática. Vol. I y II, Barcelona, Gedisa, 1985.
- Piaget, Jean y García, Rolando. Psicogénesis e historia de la ciencia, México, S.XXI, 1982.
- Descartes, Reneé. La Geometría. Bs.As. Espasa Calpe, 1947.

Depto. de Matemática
Fac. de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad Nacional de Mar del Plata