Problemas para resolver

1) .-"Pensá un número de dos cifras (que no sean iguales)"

.- "Ya está" (57)

.- "Invertí el orden de las cifras"

.- "Ya está" (75)

.-"El nuevo número, es mayor o menor que el primero?"

.- "Mayor"

.- Entonces, restá el número que pensaste del nuevo número"

.- "Ya está" (75-57=18)

.- "Ahora, sumá las cifras del número que pensaste al principio"

.- "Ya está" (5+7=12)

.- "Decime los dos números que obtuviste"

.- " 18 el primero y 12 el segundo"

.- (calcula: $\frac{18}{9} = 2$; $\frac{12+2}{2} = 7$ y $\frac{12-2}{2} = 5$) "Pensaste en el 57".

Explicar cómo es el truco y porqué siempre funciona.

2) .-"Pensá en un número de dos cifras"

.- "Ya está" (39)

.- "Invertí las cifras del número y sumá el número que te da al viejo"

.- "Ya está" (39+93=132)

.- "Sumá las cifras con signos alternados"

.- "Ya está" (1-3+2=0)

.- "Pensá en otro número"

.- "Ya está" (31)

.- "Multiplicá este número por el resultado que te dió en el paso anterior"

.- "Ya está" ($0 \times 31 = 0$)

.- "Sumale el número que habías pensado al principio"

.- "Ya está" (0+39=39)

.- "Restale 1"

.- "Ya está" (39-1=38)

.- "Multiplicá por 5"

.- "Ya está" ($5 \times 38 = 190$)

.- ¿ Qué número te dió?"

.- "190"

.- (calcula $190 \times 2 = 380$, $38 + 1 = 39$) "Pensaste el 39".

Explicar como es el truco y porqué funciona siempre.

3) a) Suponga que Ud. tiene dos monedas en su bolsillo, una común, y una falsa, la cual tiene dos caras. Ud. saca una moneda al azar de su bolsillo y mira un lado de ella solamente y observa que es cara. ¿ Cuál es la probabilidad de que la moneda que saco sea la falsa? (La respuesta NO ES 1/2)

b) Ahora Ud. tiene n monedas, de las cuales una sola es falsa, con dos caras. Igual que antes, Ud. saca una moneda al azar, y ve sólo un lado de ella, y ese lado es cara. ¿ Cuál es la probabilidad de que la moneda sea la falsa?

4) ¿ Qué porcentaje de los números naturales no tiene ningún 5 entre sus cifras cuando se lo escribe en base 10? (Rta: 0%)

Daniel Penazzi

Facultad de Matemática, Astronomía y Física

Universidad Nacional de Córdoba.

Soluciones enviadas

Solución al problena 1 Vol. 12 No. 1.

Si 4 profesores corrigen 4 exámenes en 4 minutos, significa que cada profesor corrige 1 examen en 4 minutos. Por lo tanto en 400 minutos cada profesor corregiría 100 exámenes. Como hay 400 exámenes a corregir, se necesitarán 4 profesores.

Solución al problena 2 Vol. 12 No. 1.

Observemos que:

9 es múltiplo de 3

98 es múltiplo de 2

987 es múltiplo de 3

9876 es múltiplo de 2

98765 es múltiplo de 5

987654 es múltiplo de 2

9876543 es múltiplo de 3

98765432 es múltiplo de 2

987654321 es múltiplo de 3

Los próximos números se forman adosando los números anteriores a 987654321, que como ya sabemos es múltiplo de 3, por lo tanto se repetirá también la secuencia anterior, pues:

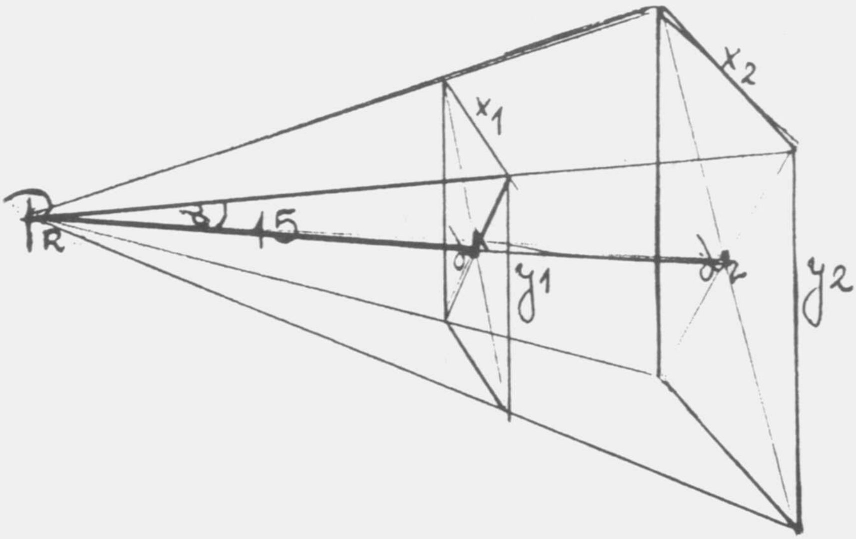
a) Como 987654321 es múltiplo de 3, si a este número le adoso otro múltiplo de 3, la suma de los dígitos del nuevo número será múltiplo de 3 y el nuevo número será múltiplo de 3.

b) Los múltiplos de 2 dependen de la última cifra por lo tanto es independiente de los otros dígitos.

c) Idem que b) con los múltiplos de 5.

Por lo tanto los infinitos números que se pueden formar según la ley prefijada serán todos múltiplos de 2,3 o 5, y por lo tanto ninguno de ellos será primo.

Solución al problena 6 Vol. 12 No. 1.



Entonces, $S_1 = x_1 y_1 = 9$. Pero, por ser rectángulos semejantes, $x_2 = kx_1$ y $y_2 = ky_1$. Así pues:

$$d_2^2 = x_2^2 + y_2^2 = (kx_1)^2 + (ky_1)^2 = k^2(x_1^2 + y_1^2) = k^2 d_1^2$$

Esto implica que $d_2 = kd_1$.

Pero $\tan\alpha = \frac{d_1/2}{15} = \frac{d_2/2}{22}$ de donde $d_2 = \frac{22}{15}d_1$. Es decir $k = \frac{22}{15}$.

Como $S_2 = x_2 y_2 = k^2 x_1 y_1 = kS_1$, obtenemos:

$S_2 = (\frac{22}{15})^2.9 \simeq 19,36\ (m^2)$.

Solución al problena 7 Vol. 12 No. 1.

Usemos demostración por el absurdo: Si $b = 2k+1$ y $c = 2\ell + 1$, entonces $b^2 = 4k^2 + 4k + 1$ y $c^2 = 4\ell^2 + 4\ell + 1$.

Así, $a^2 = b^2 + c^2 = 4k^2 + 4k + 1 + 4\ell^2 + 4\ell + 1 = 4k^2 + 4\ell^2 + 4\ell + 4k + 2 =$

$2(2(k^2+\ell^2+\ell+k)+1)$ Asi, $a=\sqrt{2}\sqrt{2(k^2+\ell^2+\ell+k)+1}$ Para que a se natural, esto implicaría que $2(k^2+\ell^2+\ell+k)+1$ debe ser par, pero obviamente es impar.

Solución al problena 8 Vol. 12 No. 1.

Representemos por L, A y G las edades de los chicos. Como $G = A + L$ y $3G = AL$, tenemos que $A+L = \frac{AL}{3}$. De $L < A$ deducimos $A+L < 2A$, es decir, usando lo anterior, $\frac{AL}{3} < 2A$. Como $A \neq 0$, podemos dividir por A, obteniendo $\frac{L}{3} < 2$, es decir $L < 6$. Estudiemos las distintas opciones $L = 1, 2, 3, 4$ o 5:

A partir de la ecuación $AL = 3(A + L)$, si $L = 1$ o $L = 2$, obtendríamos $2A = -3$ en el primer caso y $A = -6$ en el segundo, absurdo pues $A > 0$.

Si $L = 3$, obtenemos $3A = 3(3 + A)$, es decir $0 = 9$, absurdo.

Si $L = 4$, obtenemos $4A = 3(A+4)$, es decir, $A = 12$. En este caso, $G = 16$.

Si $L = 5$, obtenemos $5A = 3(A + 5)$, es decir $2A = 15$, absurdo pues A es un natural.

Por lo tanto, Luis tiene 4 años, Ana 12 años y Guillermo 16 años.

Las soluciones fueron enviadas por M. Isabel Viggiani Rocha, Univ. Nacional de Tucumán.