

El Número, un hilo conductor a través de las edades

Alfredo José Guerin

INTRODUCCIÓN.

En este breve artículo haremos un viaje a través de las civilizaciones siguiendo a los sistemas de numeración.

La idea de escribir este artículo surgió de la convicción del autor de que es importante puntualizar que aún elementos tan simples como los numerales que usamos a diario no nacieron en un libro de texto, sino que son el resultado de un proceso que ha insumido miles de años y que ha recibido los aportes de numerosas civilizaciones y de los más destacados científicos de las mismas. Dando a conocer la forma en la que los sistemas de numeración se incorporaron al bagaje cultural de la humanidad, se promueve el fortalecimiento de actitudes de valoración y de interés hacia los mismos.

A lo largo del relato veremos que en nuestro lenguaje han quedado rastros del itinerario que siguieron los números: palabras como ábaco (griego), calcular (latín), dígito (latín), álgebra (árabe), algoritmo (árabe) y bit (inglés) fueron recogidas a lo largo del camino y adoptadas por nuestro idioma (un caso extremo es la palabra árabe sifr, ya que aparentemente de ella se derivan, no una, sino dos palabras de nuestro diccionario: cero y cifra).

Se advierte al lector de que en pos de la brevedad se han omitido en esta exposición los matices que, inevitablemente, acompañan a los hechos históricos. Sólo mencionaremos algunos de los hitos en la evolución de los sistemas que usamos actualmente; información más detallada puede ser hallada en el CD-ROM y en los libros citados en la bibliografía.

EL NÚMERO EN LA PREHISTORIA.

Hagamos una brevísima referencia a la forma y a la época en la que se supone que los números comenzaron a caminar al lado del hombre.

En la etapa temprana del conteo vocal, sonidos distintos eran empleados para referirse a “dos ovejas” y a “dos hombres”, y seguramente se tardó bastante en llegar a la abstracción de la propiedad “dos”, representada por un sonido independiente.

La importancia del rol jugado por los dedos en el desarrollo de la noción de número no puede ser exagerada, y se refleja en el nombre mismo que les damos a los símbolos con los que formamos los numerales (dígitos) y en el hecho de que las bases de numeración empleadas por la mayoría de las culturas son 5, 10 y 20.

El primer intento de registrar números del que se tiene noticia son huesos de más de 30000 años sobre los cuales se han grabado líneas agrupadas de a cinco, similares a las de las reglas actuales.

PRIMER SISTEMA DE NUMERACIÓN.

Hacemos un vuelo de varios milenios y una escala en el antiguo Egipto. La existencia de una civilización como ésta, que exigió la administración de un extenso y poblado territorio y en la cual se llevaron a cabo obras de gran envergadura, es impensable sin el desarrollo de un sistema eficiente para registrar y manipular los números. Nuestro personaje aparece aquí con atuendos mucho más sofisticados: los huesos han sido reemplazados por papiros y en vez de muescas encontramos un sistema de numeración relativamente eficiente. Observamos asimismo que se han ideado métodos para realizar las operaciones aritméticas básicas.

Los numerales más antiguos son jeroglíficos y están grabados en la cabeza

de piedra del mazo ceremonial del rey Menes (3000 AC), allí leemos que este rey poseía 120000 prisioneros, 1422000 cabras y 400000 bueyes.

El sistema de numeración jeroglífico era decimal no posicional. Con este sistema los egipcios llegaron a escribir números superiores al millón, algunos de los símbolos que usaban eran los siguientes:

$| = 1$ $\cap = 10$ $\rho = 100$. Veamos algunos ejemplos:

$$\rho \cap | = 111 \qquad \rho \cap \cap || = 123.$$

La forma en la que se efectuaban las operaciones básicas era la siguiente:

Para sumar simplemente unían los símbolos de los números involucrados, teniendo en cuenta que cada vez que se reunían 10 símbolos iguales debían ser reemplazados por un símbolo de la denominación siguiente, por ejemplo:
 $\rho \cap ||||| + \rho |||| = \rho \rho \cap \cap |$.

El método que usaban para restar es el que aún hoy emplean muchos comerciantes para dar el vuelto: para hallar $\cap \cap ||| - \cap |$ le agregaban símbolos a $\cap |$ hasta llegar a $\cap \cap |||$, los símbolos agregados daban la solución, en este caso el resultado es $\cap ||$.

Para multiplicar dos números básicamente lo que hacían era expresar uno de los factores como suma de potencias de 2 para luego aplicar la propiedad distributiva, el resultado era así obtenido usando sólo dos operaciones: la suma y la duplicación (multiplicación por 2). Daremos ahora (usando la notación moderna) un ejemplo del método: $11 \times 7 = (2 \times 2 \times 2 + 2 + 1) \times 7 = 2 \times 2 \times 2 \times 7 + 2 \times 7 + 1 \times 7 = 2 \times 2 \times 14 + 14 + 7 = 2 \times 28 + 21 = 56 + 21 = 77$.

Una evidencia clara de que la matemática era ya objeto de estudio es proporcionada por el papiro Rhind (1650 AC), en el que se abordan tanto problemas de orden práctico (cálculo de la capacidad de un granero, cantidad de ladrillos necesarios para una construcción, etc.) como problemas matemáticos sin aplicación inmediata.

EL PRIMER SISTEMA POSICIONAL.

Un breve viaje nos lleva a la Mesopotamia, donde hallamos a la floreciente cultura Babilónica, vecina y contemporánea de la Egipcia.

El contexto que le toca vivir a todo ser, institución, o civilización, determina muchas de sus características peculiares. Este es un hecho de validez general y aplicable en particular a la elección del material usado para registrar los números; veamos por ejemplo como la geografía puede jugar un rol decisivo: mientras que en Egipto el material elegido fue el papiro (un material parecido al papel que es fabricado con el papu, una planta acuática que crece en el Nilo), en Babilonia la elección recayó sobre la arcilla (los numerales eran grabados con punzones en tablillas de arcilla blanda que luego eran secadas, ya sea al sol o en hornos).

El sistema de numeración Babilónico era posicional sexagesimal (con base 60) y fué creado hacia el año 2000 AC. Recordemos que en los sistemas posicionales el valor que representa una determinada cifra del numeral depende de la posición en la que se encuentra (por ejemplo: en el sistema posicional decimal el número trescientos tres es representado por el numeral 303, el tres de la izquierda representa a trescientos y el de la derecha a tres, el cero indica que no debemos sumar ninguna decena). Notemos que en estos sistemas se pueden escribir con comodidad números grandes sin necesidad de inventar símbolos nuevos.

En un principio el sistema usado por los Babilonios carecía del cero. Esto generaba dificultades de interpretación cuando en la "construcción" del número no participaba una cierta potencia de la base. En estos casos se intentaba salvar la ambigüedad dejando un espacio más grande entre los símbolos, pero igualmente muchas veces era necesario recurrir al contexto para determinar la potencia a la que correspondía un determinado dígito del numeral. Ilustremos con un ejemplo este inconveniente: Olvidemos por un momento que en nuestro sistema existe el cero y tratemos de escribir el número 3020_{10} (el subíndice

indica que el número está escrito en el sistema posicional decimal con cero) ... creo que coincidiremos en que debemos escribir algo así como $3 \ 2$; lo cual puede fácilmente interpretarse como 302, o como 3002, o hasta 32. Alrededor del siglo IV AC a este sistema se le agregó el cero (que era escrito así: 𐎶), pero este símbolo nunca fue usado en el lugar de las unidades. — Por lo tanto el sistema Babilónico nunca llegó completamente a ser un sistema posicional con cero.—

Una de las ventajas del avanzado sistema de escritura Babilónico es la utilización de las fracciones sexagesimales (análogas a nuestras fracciones decimales), lo que facilita la realización de las operaciones.

Es digna de una mención especial la manera en la que llegaron hasta nosotros los sistemas de medición de tiempos y ángulos que usamos actualmente: Los Babilonios habían registrado en tablas las minuciosas mediciones astronómicas que realizaron (ya en el siglo VIII AC eran capaces de pronosticar eclipses). Estas tablas fueron primeramente tomadas por los astrónomos griegos (entre ellos Tales de Mileto, en el siglo VI AC), más tarde por los árabes (en el siglo VIII), y por último hicieron su ingreso en la cultura occidental en el siglo XII cuando los textos árabes fueron traducidos al latín ... a lo largo de todo este proceso de sucesivos trasvasamientos los astrónomos continuaron usando el sistema sexagesimal, inmortalizando así el sistema de numeración Babilonio.

GRECIA Y ROMA

Alrededor del siglo IX AC Grecia empieza a tomar un lugar de prominencia, desplazando paulatinamente a las civilizaciones Egipcia y Babilónica. El legado que Grecia recibió de estas culturas no debe ser pasado por alto, y puede ser rastreado hasta en el alfabeto (creado a partir de uno Fenicio, derivado a su vez de caracteres Mesopotámicos).

El sistema de numeración griego Iónico es alfabético. A fines de ilustrar el mismo veamos algunos de sus símbolos:

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|----------|---------|----------|----------|------------|-------------|---------|--------|----------|---------|----------|-----------|-------|-------|--------|--------|
| α | β | γ | δ | ϵ | ς | ζ | η | θ | ι | κ | λ | μ | ν | ρ | ϕ |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 100 | 500 |

Ejemplos de numerales en este sistema: $\iota\beta = 12$ $\kappa\alpha = 21$ $\rho\mu\zeta = 147$.

En este período para calcular se usaban ábacos (del latín *abacus*, y éste del griego $\acute{\alpha}\beta\alpha\zeta$, que significa bandeja de arena).

El mismísimo Arquímedes (siglo III AC), quien es considerado el científico más importante del Helenismo, se interesó en la manera en la que se representaban los números, escribiendo algunos de sus aportes al sistema de numeración griego en el libro "Arenario", parte del cual reproducimos a continuación: "Algunos creen, rey Gelón, que no hay ningún número capaz de contar los granos de arena de toda la tierra. Yo sin embargo trataré de probarte que algunos de los números escritos por mí superan el número de los granos de arena no ya de la tierra sino del universo entero."

Arquímedes murió a manos de los Romanos en la toma de Siracusa, lo cual nos recuerda que ya es hora de considerar la siguiente cultura que toma el rol hegemónico.

El sistema de numeración romano tenía originalmente los símbolos

| | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|----------|------------|-------------------|---|
| I | V | X | L | Θ | $ \supset$ | $\subset \supset$ | |
| 1 | 5 | 10 | 50 | 100 | 500 | 1000 | . Destaquemos que L , Θ y $\subset \supset$ |

proviene de las letras griegas psi, theta y fi respectivamente. Solo posteriormente el sistema adoptó los símbolos $I V X L C D M$, que son los que posee actualmente. A manera de ejemplo recordemos que en este sistema el número 147 se escribe $CXXXVII$ o, usando la notación sustractiva, $CXLVII$.

Los romanos usaban el sistema numérico principalmente para anotar los resultados, dado que no acostumbraban efectuar por escrito las operaciones matemáticas; éstas eran llevadas a cabo en ábacos, instrumentos sencillos que

usaban pequeñas piedras (calculi) para representar a los números, de allí deriva la palabra calcular.

SISTEMA POSICIONAL DECIMAL.

Continuaremos nuestro relato con la civilización Árabe. En el siglo que siguió al vuelo de Mahoma desde la Meca a Medina (año 622), el conjunto de tribus desunidas que habitaba la península Arábiga se transformó en el poderoso estado Islámico, que se extendía desde la India, pasando por Persia, la Mesopotamia, el Norte de Africa, hasta llegar a España (invadida en el año 711).

Llama la atención el hecho de que este pueblo quemara la biblioteca de Alejandría en el siglo VII y en el siguiente comienza a traducir a su lengua los trabajos de Matemática y de Astronomía de los Griegos y de los Hindúes. Bagdad, bajo el gobierno del califa al-Mansur se convierte en la capital del saber. Es allí donde el matemático y astrónomo al-Khwarizmi escribe el libro "Acerca del arte hindú de calcular", en el que se describen detalladamente el sistema decimal posicional tal como lo conocemos nosotros y el esquema que los Hindúes usaban para realizar por escrito las operaciones. Este sistema de numeración había aparecido en la India alrededor del siglo VI, pero no se sabe a ciencia cierta si fueron los Hindúes sus creadores; sea como fuera, y para dejar constancia de al menos una de las culturas que nutrieron a la Hindú, mencionaremos que ya en el siglo V la matemática y la astronomía de la India reconocían el aporte de Alejandría.

Los numerales del sistema decimal posicional Hindú eran los siguientes:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 2 | 3 | γ | 4 | (| 2 | 7 | 9 | o |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |

Es interesante la forma en la que los numerales Indo-Arábigos son adoptados por nuestra civilización. La historia comienza en el siglo XII, durante el cual (pese a las cruzadas) los numerosos conocimientos científicos de los Árabes ingresaron a Europa. Una de las puertas de entrada fue la ciudad española de Toledo (liberada de los Moros en el año 1085). En este cosmopolita centro del saber se tradujeron del árabe al latín numerosos textos, entre ellos el ya citado libro de al-Khwarizmi. Se inicia entonces en Europa una rivalidad: por un lado estaban los "abacistas" (que seguían la tradición romana y realizaban los cálculos en ábacos), y por otro lado estaban los "algoristas", que trabajaban al estilo de al-Khwarizmi: usando el sistema de numeración Hindo-Arábigo y realizando los cálculos por escrito -sobre papel-. Entre los matemáticos que promovieron la adopción del sistema Indo-Arábigo figura el célebre Leonardo de Pisa (Fibonacci), quien publica en el año 1202 su libro "Liber Abaci".

Los abacistas, y los números romanos, fueron finalmente desplazados en el siglo XV. La victoria de los algoristas fue posible gracias a que en el año 1150 se monta en España una fábrica de papel. Esto marca un hito en la historia de Europa: a partir de ese momento el papel se va convirtiendo en un material cada vez más barato y comienza a tener sentido su uso para la realización de operaciones aritméticas (con la ventaja de que quedan registrados los pasos seguidos para llegar al resultado final).

COMPUTADORAS Y SISTEMA BINARIO

Con lo dicho ya hubiéramos concluido nuestra historia acerca de los sistemas de numeración de no haber sido porque en el siglo XX surge la idea de almacenar información y realizar cálculos usando máquinas formadas por dispositivos que distinguen sólo dos estados. Fué entonces necesario disponer de un sistema

de numeración que constara de sólo dos símbolos: uno por cada estado que la máquina pudiera distinguir. Es así como ingresa el sistema posicional binario en nuestra vida moderna ... y si no nos damos cuenta de cuan frecuentemente lo usamos es porque está “escondido” dentro de las computadoras. Este sistema consta únicamente de los símbolos 0 y 1, llamados bits (palabra ésta que se deriva de la expresión inglesa “*binary digits*”). A modo de ejemplo escribamos el número cinco en este sistema: recordemos que la escritura del cinco como suma de potencias de dos es $1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$, por lo tanto el numeral buscado es 101.

Para fijar ideas respecto de lo que nos referíamos cuando hablábamos de “dispositivos que distinguen sólo dos estados” describiremos de manera muy simplificada uno de los dispositivos que se usan para hacer que las computadoras “lean” números: el CD-ROM.

Podemos imaginar al disco como compuesto por un renglón en forma de espiral de unos 5 km de largo. Este renglón está formado por una gran cantidad de espacios, cada uno de los ellos puede estar o bien espejado (“liso”) o bien “marcado” y son estos los únicos símbolos que se pueden “escribir” en el disco. Para leer los símbolos la computadora usa un rayo de luz: reconoce que el espacio está marcado cuando el haz no se refleja perfectamente.

Ya estamos listos para entender el proceso mediante el cual se le puede transmitir un número a una computadora usando el CD-ROM: basta con representarlo en el sistema binario conviniendo que un lugar liso significa un cero y que un lugar marcado significa un uno. Por ejemplo, para transmitirle a la máquina el número cinco (cuya escritura en binario es 101), lo que debemos hacer es “marcar” los lugares primero y tercero del disco.

CONCLUSIÓN

A lo largo del relato hemos visto que la evolución de los sistemas de nu-

meración está íntimamente ligada a la historia de la humanidad: Por un lado hechos como las conquistas de unos pueblos por otros y la adquisición de conocimientos tecnológicos han sido factores decisivos en el proceso que a lo largo de los milenios ha modelado los sistemas que usamos actualmente. Por otro lado tenemos que la preocupación por mejorar los métodos de registro de números que ha acompañado al hombre desde siempre — preocupación que comparten dos hombres separados por 300 siglos: el hombre prehistórico y el moderno ingeniero (haciendo marcas en un hueso el primero e inventando el CD-ROM el segundo) — ha conducido a avances que han jugado un rol importante en la evolución de la humanidad (facilitando la realización de cálculos y el registro y manipulación de información).

AGRADECIMIENTOS

El autor desea agradecer el estímulo y las valiosas sugerencias brindadas al autor por los siguientes colegas y amigos: Omar Evequoz, Dilma Fregona, Héctor Gramaglia, Ricardo Marchesini, Carlos Marqués y Diego Vaggione.

BIBLIOGRAFIA

- Compton's Interactive Encyclopedia. Compton's NewMedia Inc. 1995
Boyer, Carl "A History of Mathematics" Wiley 1991
Bunt, Lucas "The Historical Roots of Elementary Mathematics" Dover 1988
Eves, Howard "An Introduction to the History of Mathematics" Saunders 1983
Newman, James "El Mundo de las Matemáticas" Grijalbo 1968

Facultad de Matemática, Astronomía y Física
Universidad Nacional de Córdoba
5000 Córdoba.