

Una propiedad de los números primos

Ezio Marchi

Entre las muchas propiedades de los números primos, hemos encontrado una, tal vez nueva, tal vez olvidada por su misma sencillez, que trataremos de exponer y fundamentar en este trabajo.

Sabemos que todo número natural mayor que uno puede descomponerse en otros dos enteros positivos tales que sumados nos den el primero.

Dado un número natural N , mayor que uno, encontraremos siempre uno o más pares de números enteros positivos n, d tales que:

$$n + d = N$$

Veremos que los primos presentan pares n, d con una característica especial, expresada en el siguiente:

Teorema 1: Si un número primo P es descompuesto en n y d enteros positivos tales que $P = n + d$, entonces la fracción $\frac{n}{d}$ es irreducible.

Demostración: Tenemos

$$(1) \quad P = n + d$$

Supongamos que $\frac{n}{d}$ sea reducible. Existirá entonces un factor común c , y tendremos:

$$n = c n_0$$

$$(2) \quad d = c d_0$$

Siendo c, n_0 y d_0 , enteros positivos y c mayor que uno.

Reemplazando (2) en (1) obtenemos:

$$P = c (n_0 + d_0)$$

absurdo que proviene de suponer que la razón n/d es reducible.

Veremos ahora qué ocurre entre las razones de los posibles pares resultantes de descomponer un número no primo.

Teorema 2: Cualquier número Q , natural, no primo, descompuesto en n y d enteros positivos, tales que $Q = n + d$; presenta por lo menos una fracción n/d reducible.

Demostración: Por no ser primo, Q será:

$$(1) \quad \begin{array}{l} Q = K.S \quad \text{siendo } K \text{ y } S, \text{ enteros mayores que uno} \\ S = S_1 + S_2 \quad \text{con } S_1 \text{ y } S_2 \text{ naturales} \end{array}$$

Reemplazando en (1) resulta:

$$Q = K(S_1 + S_2) = K S_1 + K S_2$$

tomando ahora:

$$n = K.S_1$$

y

$$d = K.S_2$$

nos queda la fracción $n/d = K.S_1/K.S_2$ reducible.

De los teoremas anteriores se deduce que dado un número N , descompuesto en todos los posibles pares de sumandos, si entre sus razones aparece alguna reducible, puede concluirse que ese número no es primo, y en caso de no aparecer ninguna, N será primo, y los componentes de los pares, primos entre sí.

Facultad de Ciencias. Universidad Nacional de San Luis.

Este trabajo se ha realizado en el año 1960 cuando cursaba segundo año de la Licenciatura en Matemática de la Universidad Nacional de Cuyo.