

## Problemas para resolver

1) Una madre le pregunta a otra: ¿qué edad tienen tus 6 hijos?

A lo cual la segunda madre responde: si formo todas las parejas de a dos posibles, y sumo sus edades, obtengo el número 12, el 32 y todos los números desde el 15 al 28 inclusive, con excepción del 19, el 23 y el 25. Dos de esos números aparecen dos veces.

Hallar la edad de los hijos.

2) Ud. tira un dado hasta que aparezca un 6. Gana una cantidad de dinero igual a la suma, en pesos, de todos los números que aparecieron (incluyendo el 6). Por ejemplo, si sale 1,2,1,1,4,5,3,1,1,6; Ud. gana 25 pesos. Para jugar a este juego debe pagar 20 pesos. Ud. los pagaría?

Obtener montos que Ud. pagaría, remplazando “aparezca un 6” por “aparezca un 5”, “un 4”, etc.

3) Los alumnos le preguntan a la profesora Matehilda su edad. Ella responde que, si integran la función  $11x - 1$  entre la cifra de las decenas de su edad, y la cifra de las unidades, obtienen un número igual a 12 veces su edad. Hallar su edad.

4) Al llegar a su casa, el esposo de la profesora Matehilda le dice “¡Querida! ¡Me volví a olvidar el PIN de la tarjeta!” Ella le responde: “¡Pero si es fácil! Todo lo que hay que recordar es que, si tomas el dígito de más a la izquierda, lo sacas y lo pones a la derecha, y este nuevo número que te queda se lo restas al PIN original, y luego le sumas 1, obtienes la cuarta parte del número original.”

Hallar el PIN. (Recordar que el PIN tiene 4 dígitos).

5)  $n$  buscadores de tesoros están tratando de encontrar un cofre con monedas de oro. Se han puesto de acuerdo en que el buscador número 1 se quedará con mil monedas más un quinto de lo que quede luego de que él saque mil monedas. El buscador número 2 se quedará con dos mil monedas más un quinto de lo que quede luego de que él saque dos mil monedas. En general, el buscador  $k$ -ésimo se quedará con  $k \times 1000$  monedas más un quinto de lo que quede. (Si para

cuando llegan a él, no quedan  $k \times 1000$  monedas, se lleva todo lo que queda). Si, luego de repartir todas las monedas de esta forma, quedan monedas, se las dividen en partes iguales. Finalmente, encuentran el cofre, y resulta que todos se llevan la misma cantidad de monedas, menos el último buscador, que no se lleva ninguna. Asumiendo que el cofre tenía al menos una moneda, determinar cuántos buscadores eran y cuántas monedas había en el cofre.

6) a) Dos jugadores, A y B, juegan el siguiente juego: tiran una moneda hasta que salgan dos caras seguidas, en cuyo caso A gana, o bien hasta que salga una cara seguida de una cruz, en cuyo caso gana B. Probar que ambos tienen iguales oportunidades de ganar.

b) Ahora, deciden jugar el mismo juego, pero de la siguiente forma: A tira una moneda hasta que salgan dos caras seguidas, y anota cuántas tiradas necesitó. Luego, B tira una moneda hasta que salga una cara seguida de una cruz, y anota cuántas tiradas necesitó. Comparan los dos números, y el que tiene el número más bajo, gana. Probar que en esta versión, B tiene ventaja sobre A.

c) Explicar la aparente contradicción entre la parte a) y la b).

7) (sigue del anterior) Un nuevo jugador C, entra en el juego. El ganará si sale una cruz seguida de una cara.

a) Observar que, si juegan la versión del juego de 6) b), el jugador C tiene las mismas posibilidades que B, y por lo tanto tiene ventaja sobre A.

b) Suponer en cambio que juegan la versión a). Si C y B juegan solos, probar que ambos tienen las mismas oportunidades de ganar. En cambio si C y A juegan solos, probar que C tiene muchas más oportunidades de ganar que A.

c) Explicar la aparente contradicción entre los puntos 7)b) y 6)a). (antes de leer el punto d)).

d) Si A, B y C juegan los tres juntos la versión de 6)a), probar que A y B cada uno ganará 1 juego de cada 4, y C uno de cada 2.

Daniel Penazzi. Fa.M.A.F. Universidad Nacional de Córdoba.