

Problemas para resolver

1) Estoy pensando en un número menor que 100. Si el número es múltiplo de 4 entonces está entre 50 y 59 inclusive.

Si no es múltiplo de 6, entonces está entre 20 y 29 inclusive. Si no es múltiplo de 7, entonces está entre 70 y 79 inclusive. Qué número es? (nota: hay tres soluciones posibles, encuentre las tres).

2) Pruebe :

a) $2^n - 1$ es divisible por 3 sí y sólo si n es par.

b) $2^n - 1$ es divisible por 7 sí y sólo si n es múltiplo de 3.

c) $2^n - 1$ es divisible por 15 sí y sólo si n es múltiplo de 4.

d) Enuncie y pruebe la fórmula general.

3) Suponga que se tienen números de la forma $ab0a$, $ee2$, $bb5$, $ccdgcd5d$, donde a, b, c, d, e, g son dígitos entre 0 y 1. Se sabe que:

$$(ab0a) \times (ee2) \times (bb5) = ccdgcd5d$$

y se sabe además que $g = 5 + c$. Halle a y b .

4) En la ciudad de Metrópolis hay alrededor de 20 millones de personas, de las cuales 14.971.389 son adultos. No todos los adultos hablan el mismo idioma, pero se da la situación que, en cualquier grupo de tres metropolitanos adultos al menos dos hablan el mismo idioma. Cada metropolitano adulto habla entre 1 y 20 idiomas. Pruebe que hay al menos un idioma que es hablado por al menos 374.285 adultos.

5) Halle todos los primos p tales que $2p - 1$ y $2p + 1$ también sean primos.