

Génesis y Evolución Histórica de los Conceptos de Probabilidad y Estadística como Herramienta Metodológica. Un caso particular en la Enseñanza Universitaria¹

Autores: María Eugenia Ángel - Graciela Fernández - Laura Polola

Colaboradores: Silvia Brunetti - Miriam Ecalte - Liliana Pagano

Departamento de Ciencias Económicas. Universidad Nacional de La Matanza

Fundamentación

Existen aspectos muy diversos como fuente de recursos para el mejoramiento del proceso educativo, algunos inclusive pueden resultar paradigmáticos, tal el caso de la revisión y análisis de los fundamentos donde se cimienta el objeto de estudio. Tanto es así que es posible situarse en el momento histórico donde se sucedieron los hechos que hicieron surgir los conceptos y tomar contacto con el proceso que concluye en la elaboración de teorías y confirmación de hipótesis venidas, muchas veces, desde lo empírico. Es notable que estas afirmaciones trasciendan el tema o área curricular de trabajo y el nivel de enseñanza donde pueden aplicarse

Particularmente, la estadística ha jugado un papel preponderante en el desarrollo de las sociedades, llegando actualmente a convertirse en una herramienta metodológica indiscutible para todo investigador en cualquier campo del saber. Además de su carácter instrumental para otras disciplinas, se reconoce el valor del desarrollo del razonamiento estadístico en una sociedad caracterizada por la disponibilidad de información y la necesidad de decidir en estado de incertidumbre.¹

En el siglo XX la estadística ha pasado a ser uno de los componentes culturales presentes en el currículo de la educación media y superior de muchos países del mundo, entre ellos Argentina. La estadística forma parte de la herencia cultural necesaria para el ciudadano educado de hoy.

La importancia de introducir la historia en la educación matemática no es producto de un desarrollo intrínseco de los contenidos matemáticos, sino que está profundamente condicionado por las visiones aceptadas sobre su naturaleza. La introducción de la historia como herramienta en la enseñanza de la estadística se enmarca dentro de una visión filosófica que la avala y determina el modelo de enseñanza sobre el que se sustenta el trabajo en el aula.

Al respecto, Miguel de Guzmán² afirma que la filosofía prevalente sobre lo que la actividad matemática representa tiene un fuerte influjo sobre las actitudes profundas respecto de la enseñanza matemática. Desde la publicación de la tesis doctoral de I. Lakatos³, se produjeron cambios bastante profundos en el campo de las ideas acerca de lo que verdaderamente es el quehacer matemático.

La filosofía de la matemática actual ha dejado de preocuparse tan insistentemente como en la primera mitad del siglo XX sobre los problemas de su fundamentación, especialmente tras los resultados de Gödel a comienzos de los años 30, para enfocar su atención en el carácter cuasiempírico de la actividad propia (Lakatos), así como en los aspectos relativos a la historicidad e inmersión de la matemática en la cultura de la sociedad en la que se origina.

La matemática es originalmente empírica, su origen es mucho más interesante que su construcción formal y es necesario que la inmersión en ella se realice teniendo en cuenta la experiencia y la manipulación de los objetos de los que surge. La formalización rigurosa de las experiencias iniciales corresponde a un estadio posterior pues *a cada fase de desarrollo mental, como a cada etapa histórica o a cada nivel científico, le corresponde su propio rigor*.

Para comprender la interacción fecunda entre la realidad y la matemática es necesario acudir por un lado a su historia que devela ese proceso de emergencia de la matemática en el tiempo y por otro a sus aplicaciones que hacen patentes su fecundidad y potencia. Con ello se evidencia cómo la matemática ha procedido de manera muy semejante a otras ciencias, por aproximaciones sucesivas, por

¹ Investigación: "Génesis y Evolución Histórica de los Conceptos de Probabilidad y Estadística como Herramienta Metodológica". Programa de incentivos.

experimentos, por tentativas unas veces fructíferas otras estériles hasta alcanzar formas más maduras y siempre perfectibles.

Una enseñanza ideal debería tratar de reflejar este carácter profundamente humano de la matemática, ganando con ello en asequibilidad, dinamismo, interés y atractivo.

Existen críticas en relación al carácter ahistórico de la práctica de la enseñanza actual, como la del epistemólogo Guillermo Boido⁴: “Se pretende señalar los riesgos que entrañan la ausencia de *vertientes culturales* en la educación científica que se imparte hoy. Se presenta ante el educando una versión (irreal) de una ciencia desvinculada del quehacer concreto del investigador y del contexto histórico, social y cultural que enmarcó su tarea y sus logros[...]

En cuanto a la formación docente, Batanero⁵ afirma que uno de los componentes básicos de la formación didáctica de los profesores lo conforma “la reflexión epistemológica sobre el significado de los conceptos, procedimientos particulares que se pretende enseñar, en este caso, la reflexión epistemológica sobre la naturaleza del conocimiento estocástico, su desarrollo y evolución.”

Hernández Fernández⁶ aporta más elementos sobre principios didácticos como el carácter científico que exige que la enseñanza de la matemática sea exacta y presupone que hay que mostrar el desarrollo de los modelos matemáticos, conceptos, teoremas y métodos pero sin perder de vista que se originan en la realidad objetiva, en las relaciones conjuntistas, estructurales y de posición y que sus imágenes abstractas a menudo resultan muy alejadas de la realidad. Considera que uno de los aspectos que contribuyen a hacer dinámico el pensamiento es tener en cuenta el hecho histórico acompañado del análisis de las insuficiencias y de las limitaciones de un concepto matemático en un determinado momento y su reemplazo por otro superando esas limitaciones.⁷

En los últimos años se ha venido forjando el término “statistics literacy” para reconocer el papel del conocimiento estadístico en la formación elemental. Para Gal⁸, la cultura estadística incluye dos componentes interrelacionados: a) la capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos estocásticos que se pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, y b) la capacidad para discutir o comunicar opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sea relevante.

Con respecto a la cultura estadística expresan Wild y Pfannkuch⁹ que el razonamiento estadístico incluye cinco componentes fundamentales: el reconocimiento de la necesidad de los datos, la transnumeración, la percepción de la variación, el razonamiento con modelos estadístico y la integración de la estadística y el contexto. Este tipo de razonamiento es el que se debería lograr.

Mediante la descripción y el esclarecimiento de los pasos constructivos que históricamente se han dado en la evolución de la estadística se fortalece su mejor aprovechamiento intelectual y formativo, asignándole un mayor énfasis a la contextualización histórica, social, cultural y empírica de su naturaleza y su enseñanza.

Los objetivos que nos propusimos alcanzar en la presente investigación, orientados al mejoramiento de la calidad del proceso educativo en esta disciplina, son:

- Revalorizar la historia y evolución de la ciencia en el proceso educativo.
- Evidenciar cómo la necesidad en su contexto histórico motivó el continuo desarrollo y crecimiento de la Estadística y más tarde de la Estadística Matemática.
- Reflexionar sobre cómo se produce la construcción del conocimiento.
- Lograr que los antecedentes históricos de las nociones estadísticas constituyan un verdadero puente entre la Ciencia Estadística y los saberes del campo específico de los alumnos.
- Lograr que los alumnos reconozcan los principales hitos de la Ciencia Estadística.
- Valorizar la Estadística como herramienta del quehacer laboral y cotidiano.

De esta manera se plantea la opción de diseñar programas estructurados con base en el devenir histórico concreto, en contraposición con la inclusión de la historia como fuente de recursos motivadores de carácter meramente anecdótico.

Desarrollo

Diseño Metodológico.

A partir del análisis de la génesis y evolución histórica de los conceptos se pone de manifiesto que el conocimiento se encuentra en permanente expansión y que en muchos casos fue posible desde las controversias, paradigmas en conflicto, luchas y ambiciones entre otros hechos. Tomar conciencia de este proceso posibilita diseñar una metodología de enseñanza donde la esencia de la ciencia esté presente para comprenderla y lograr su conceptualización en virtud de la evolución histórica como modelo de construcción de conocimiento.

Estructura del diseño y un modelo de aplicación

1- La selección del tema y sus alcances

El planteo de la reconceptualización de los modelos no determinísticos puede considerarse un punto de partida, dado que éste es el ambiente de trabajo en la estadística y contrasta con la tradicional óptica determinística del quehacer matemático general.

“La matemática en la escuela se ha pensado siempre como determinística, en la cual los problemas se debían resolver exactamente, hasta cualquier cifra decimal. Hay que cambiar este pensar determinista por el probabilista o estadístico]...[pues los fenómenos y las situaciones aleatorias son los que más aparecen en la naturaleza y en la vida de relación”.¹⁰

La construcción de modelos, su comparación con la realidad, su perfeccionamiento progresivo intervienen en cada fase de la resolución de problemas estadísticos, no sólo en el análisis de datos en situaciones prácticas, sino también en el trabajo de desarrollo teórico.

Un modelo que posee una aplicación práctica inmediata, tangible y de fácil constatación es el de la curva normal de media cero que describe, entre otros fenómenos, con notable precisión la distribución empírica de los errores cometidos en mediciones repetidas de una misma cantidad y basta obtener una estimación de la dispersión de la distribución estudiada para tener el modelo completamente determinado.¹¹

En el diseño se trabajará con la **distribución normal** pues los procesos que le dieron origen y sus diversas aplicaciones constituyen un material muy fecundo para que el alumno logre entender la interacción directa entre la estadística y la realidad y además comprender cómo esta ciencia ha avanzado por aproximaciones sucesivas y por experimentos hasta lograr su formalización.

2- Red conceptual.

A través de dos caminos iniciales se establece la red conceptual que parte, por un lado, desde las premisas de trabajo de la estadística descriptiva con el análisis de datos, la elaboración de distribuciones de frecuencias, enfatizándose en la frecuencia relativa y el cálculo de medidas y por otro lado, desde los conceptos de azar y aleatoriedad, para la comprensión e interpretación de fenómenos aleatorios llegando al primer punto de contacto de estos dos recorridos, que es la noción de probabilidad y desde allí, siguen los modelos de distribución de probabilidad para abocarse luego a la distribución binomial y desde estos dos últimos alternativamente, llegando a la distribución normal que se aplica en estadística inferencial.

El planteo de esta red permite ver el conjunto de nociones previas que favorecen la comprensión del tema seleccionado y tener presentes las posibles aplicaciones que completan su estudio.

3- Génesis y desarrollo histórico

La estadística se construye como respuesta a problemas y preguntas que generan a su vez nuevas preguntas y el planteo de nuevos problemas. Afirma Charnay que son los problemas que la originaron los que han dado sentido a las matemáticas producidas.

A continuación se presentan aspectos teóricos relevantes de los conceptos de normalidad, valor medio y distribución normal. Al indagar en profundidad en los mismos es posible detectar las difi-

cultades que éstos presentaron a través de la historia e identificar los cambios habidos en su significado. La reflexión epistemológica sobre los cambios de significado de los conceptos muestra la dinámica del pensamiento y la evolución del conocimiento.

Normalidad y valor medio.

La idea de normalidad y valor medio surge en el siglo XIX, en ese período el determinismo sufrió un proceso de erosión dejando espacios para nuevas concepciones, las leyes autónomas del azar. La idea de la naturaleza humana fue desplazada por el modelo de persona normal y leyes de dispersión; transformaciones que se dieron en forma paralela y se alimentaron recíprocamente. El azar hizo que el mundo pareciera menos caprichoso, el azar estaba legitimado porque aportaba orden al caos. Cuanto mayor era el indeterminismo en la concepción del mundo y del hombre, más elevado era el nivel de control que se esperaba.¹²

En la misma época, biólogos, filósofos, sociólogos, físicos e ingenieros trabajaron en forma simultánea en distintas temáticas, arribando a la misma ley y sin saberlo reconceptualizando la idea de lo “normal”. Comte¹³ logró trasladar las ideas sobre lo normal y lo patológico de la fisiología a la sociedad considerándola como normal o perturbada, sin utilizar la idea de normal como concepto estadístico a pesar de que resultó ser la primera idea estadística de fines del siglo XIX.

A principios de la década de 1830, Quetelet en una serie de obras presentó el concepto de “hombre tipo” que reunía dos nociones diferentes, por un lado el “hombre tipo” como una imagen característica de un pueblo o de una nación, introduciendo una nueva dimensión mensurable y objetiva de un pueblo. La otra noción de “hombre tipo” más académica, con consecuencias conceptuales, es la que permitió concebir a las dimensiones morfológicas (como la estatura tipo) como una abstracción además de un rasgo “real” de una población. Es decir que comenzó por transformar leyes estadísticas, que hasta entonces sólo describían regularidades en gran escala, en leyes de la naturaleza y de la sociedad que se referían a verdades y causas subyacentes.¹⁴ El legado de Quetelet fue el de haber hecho al término medio de una población tan “real” como la posición de una isla.

Quetelet, Comte y Broussais denominaron normal a los valores que se encuentran en el término medio de la especie. Sin embargo, Durkheim en un primer momento afirmó que el término medio ha de entenderse *como la masa densa central* que puede identificarse con un solo número porque todos aquellos números de la región del término medio pueden representarse por el número alrededor del cual aquéllos gravitan, considerando que lo normal de una sociedad está determinado por un término medio que a su vez indica lo que es correcto; lo cual era contrario a Broussais (¡y a la mecánica!). Cabe aclarar que Durkheim cambia de opinión entre 1893 y 1894¹⁵.

Durkheim plantea dos maneras enteramente distintas de entender lo normal. Una, es la funcional, en la que un fenómeno normal está vinculado con generalidades y características de la vida colectiva del tipo social y la otra, que consideraba normal un fenómeno cuando el mismo estaba presente en el término medio de una sociedad particular en una fase dada de su evolución, desestimando sus extremos.

Paralelamente al cambio producido en el significado de la palabra normal, alrededor de 1840, se estableció plenamente la práctica de la medición con elevada precisión en los más variados temas y conjuntamente apareció la idea de una norma en el dominio de lo social.¹⁵

Galton llega a la conclusión de que lo normal se caracterizaba por el centro de la curva normal y que lo anormal era lo que se desviaba fuertemente del término medio, distinguiendo la parte superior de la distribución como lo excepcional y la parte inferior como lo patológico. Esta idea de normalidad se sitúa en nuestra cultura. El legado de Galton es el concepto de la autonomía de las leyes estadísticas plasmado en la conservación de la normalidad de una distribución de datos más allá de la ubicación del valor medio, evidenciando de este modo la estabilidad estadística.

Distribución normal

La Distribución Normal fue reconocida inicialmente por el francés Abraham de Moivre, quien en 1708 la estableció como el límite de una tirada de monedas es decir como el límite de una distribución de binomios¹⁶ incrementando el número de ensayos. De Moivre publicó en 1733 un folleto con

el título de *Approximatio ad summan terminorum binomii (a + b)ⁿ*, en el que aparece por primera vez la curva de la distribución de errores.¹⁷

Posteriormente, a comienzos del siglo XIX, el matemático francés Pierre S. de Laplace fue el primero en demostrar la relación en la que se basó el matemático y astrónomo Carl F. Gauss para elaborar desarrollos teóricos y deducir en 1821 la curva normal de la probabilidad. De ahí que también se la conozca como la “campana de Gauss” o como la “distribución de Laplace-Gauss”.¹⁸

Simultáneamente esta distribución fue empleada de manera extensa por científicos que notaron que los errores de mediciones físicas frecuentemente seguían un patrón similar a ella y Adolfo Quetelet en 1844 además la aplicó a fenómenos biológicos y sociales.

4- Planteo de los objetivos

Los objetivos generales a lograr mediante la aplicación de esta metodología son:

- Realizar la integración de la ciencia con el contexto en el momento de su surgimiento y durante su evolución.
- Percibir el movimiento y desarrollo de los modelos estadísticos.
- Recorrer los caminos que condujeron a la modelización de fenómenos que siguen una determinada ley.
- Reconocer que los modelos surgen de una realidad objetiva, son una imagen abstracta de la misma y pueden resultar no muy cercanos a esa realidad.
- Diferenciar el modelo de los datos de los cuales proviene y al mismo tiempo reconocer la relación existente entre ambos.
- Destacar la importancia de la investigación como una herramienta de aprendizaje.
- Reconocer y recuperar el carácter humanista de la ciencia como producto de la evolución del hombre y del conocimiento.

En particular, para la distribución normal, los objetivos específicos son los siguientes:

- Obtener la curva de Gauss a partir de modelos previos o del manejo de datos.
- Modelizar la distribución normal a partir de situaciones concretas.

5- Selección de estrategias

Juan D. Godino.¹⁹ sostiene que los obstáculos epistemológicos presentes en todo proceso de enseñanza aprendizaje están intrínsecamente relacionados al propio concepto. Evidenciado por medio de un análisis histórico, tal tipo de obstáculo debe ser considerado como parte del significado del concepto. Por lo tanto, encontrarlos y superarlos pasa a ser una condición necesaria para la construcción de una concepción relevante.

La historia de la estadística juega un papel metodológico importante ya que la descripción y el análisis de los pasos constructivos que se han dado en su evolución pueden reeditarse en favor del proceso de enseñanza, por tal motivo se ha puesto especial énfasis en la contextualización histórica, social, cultural y empírica de su naturaleza.

Para reeditar y vivenciar los procesos históricos, como recurso didáctico, las estrategias fundamentales de trabajo serán la **experimentación** y la **simulación**.

Si bien la experimentación y la simulación no proporcionan justificaciones ni demostraciones gran parte de la actividad estadística puede ser descrita a través de estos procesos hasta llegar a la modelización, de igual manera a lo registrado en la historia de los distintos conceptos.

Tanto la experimentación como la simulación de un fenómeno aleatorio son recursos didácticos que permiten:

- ✓ prescindir del aparato matemático para analizar situaciones estocásticas,
- ✓ comprender la diferencia entre modelo y realidad y
- ✓ mejorar las intuiciones sobre la aleatoriedad.

En particular, la experimentación permite que los alumnos logren visualizar, imaginar, en definitiva vivenciar el problema en estudio tal como lo realizaron quienes participaron en su desarrollo.

6- Actividades

Las actividades generales propuestas para poner en práctica las estrategias incluyen:

- Investigación de datos históricos.
- Relevamiento de datos estadísticos primarios o secundarios a través de instrumentos como ser: encuestas, fichajes, entrevistas, registros oficiales.
- Utilización de material concreto: dados, monedas, cartas.

7- Ejemplo de implementación en el aula de la distribución normal

En este caso a partir de la investigación de su génesis y desarrollo se considera adecuado seguir los dos caminos que históricamente recorrieron sus “creadores” para lograr su modelización a saber:

- ✓ Arribar a la distribución Normal partiendo de la distribución Binomial, utilizando la experimentación en el aula para que los alumnos “revivan” el proceso real seguido por Bernoulli y por De Moivre quien en 1773 descubrió la función de densidad de probabilidad de la distribución normal como una forma límite de la función Binomial.
- ✓ Obtener la función normal a partir del estudio de los errores de medición como lo hiciera Gauss o como distribución de medidas antropométricas siguiendo a Quetelet y Galton.

1) Distribución Normal como límite de la Distribución Binomial.

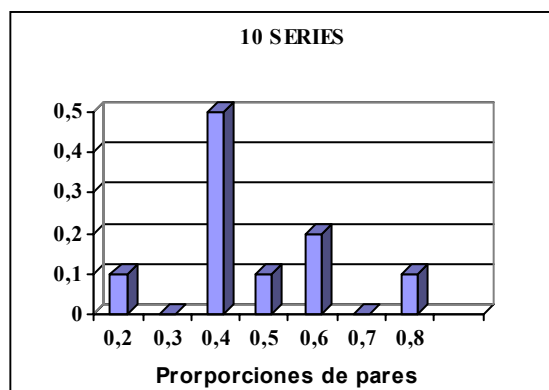
Para arribar a la distribución normal como límite de la distribución binomial es necesario contar con un gran número de repeticiones de un experimento binomial.

Se propone la aplicación de esta actividad organizada en varios pasos a un grupo ideal de 60 alumnos. Para su mejor puesta en práctica se realizó la experiencia de manera preliminar para evaluar su mejor procesamiento, resumen y presentación. De esta instancia surgen los datos que se presentan a continuación.

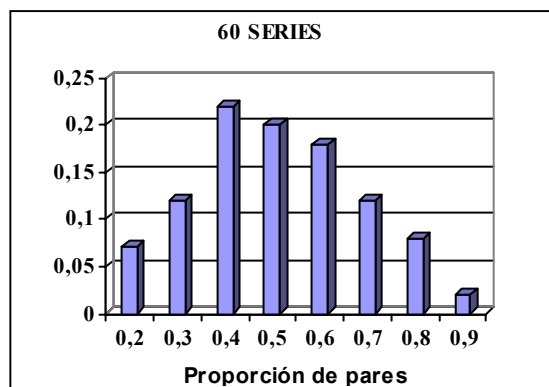
Cada alumno debe realizar progresiva y acumulativamente series de “n” ($n = 10, 20$ y 30) lanzamientos de un dado registrando el resultado obtenido en la cara superior y contando luego la cantidad de resultados pares.

A partir de estos datos se confeccionan las tablas de distribución de frecuencias relativas de la “proporción de resultados pares” obtenidos por 10 y 60 alumnos en 10 lanzamientos del dado y se representan gráficamente las distribuciones obtenidas.

Resultados de 10 series		
p	fi	fr
0,2	1	0,10
0,3	0	0
0,4	5	0,50
0,5	1	0,10
0,6	2	0,20
0,7	0	0
0,8	1	0,10
0,9	0	0
Registros	10	1

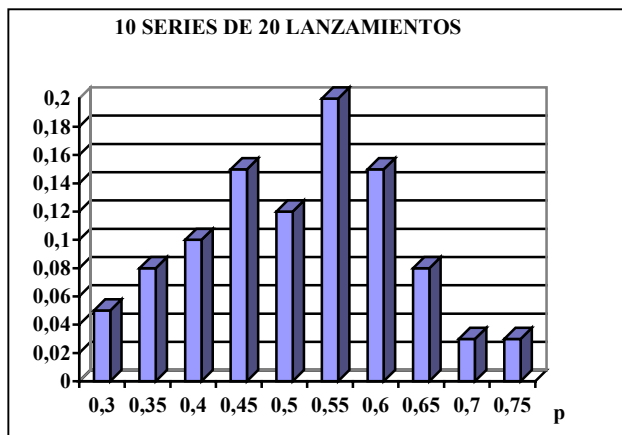


Resultados de 60 series		
p	fi	fr
0,2	4	0,07
0,3	7	0,12
0,4	13	0,22
0,5	12	0,20
0,6	11	0,18
0,7	7	0,12
0,8	5	0,08
0,9	1	0,02
Registros	60	1,00

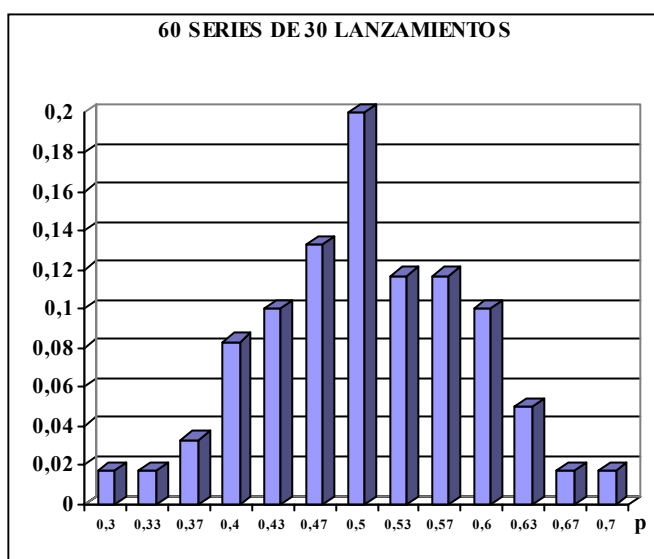


Seguidamente se confeccionan las tablas y gráficos donde los 60 alumnos realizan 20 o 30 lanzamientos del dado. De esta manera se analizará lo que ocurre con la distribución de “proporción de resultados pares” cuando aumenta el número de tiradas del dado.

Para n = 20 lanzamientos		
p	fi	fr
0,3	3	0,05
0,35	5	0,08
0,40	6	0,10
0,45	9	0,15
0,50	7	0,12
0,55	12	0,20
0,60	9	0,15
0,65	5	0,08
0,70	2	0,03
0,75	2	0,03
Registros	60	1,00



Para n = 30 lanzamientos		
P	fi	fr
0,3	1	0,017
0,33	1	0,017
0,37	2	0,033
0,40	5	0,083
0,43	6	0,100
0,47	8	0,133
0,50	12	0,200
0,53	7	0,117
0,57	7	0,117
0,60	6	0,100
0,63	3	0,050
0,67	1	0,017
0,70	1	0,017
Registros	60	1,000



De la observación y comparación de los gráficos se puede concluir que a medida que crece el número de lanzamientos de un dado y el número de repeticiones, la forma de la distribución de la proporción de resultados pares se vuelve cada vez más simétrica acercándose a la “campana de Gauss”.

De manera informal se puede aproximar un resultado teórico desde la experiencia concreta para luego más rigurosamente establecer que la distribución Binomial tiende a la Normal cuando la probabilidad de éxito tiende a 0,5 y el número de repeticiones es muy grande.

Es importante destacar que el experimento de tirar el dado es un proceso físico en el cual intervienen factores que “perturban” el fenómeno, se espera que el alumno observe que los valores obtenidos no coinciden totalmente con los teóricos y se enfrente así a una situación no prevista. Situación que lo puede ayudar a trascender el enfoque determinístico de su formación anterior para poder relacionar ambos resultados.

2) Distribución Normal como “ley del error” de medidas físicas.

Paralelamente al enfoque anterior se aborda la distribución normal como ley de los errores de medición a partir de un conjunto de datos reales.

A tal efecto se considera un listado de mediciones de los diámetros de 100 y de 200 arandelas fabricadas por una máquina cuyas especificaciones son:

diámetro medio 1,50 cm y varianza $5,7 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2$.

A partir de los listados, se analiza la variable “error” como diferencia entre los valores medidos y el valor nominal (diámetro medio).

Se destaca que por ser la variable “error” la diferencia entre valores observados y una constante se tiene que:

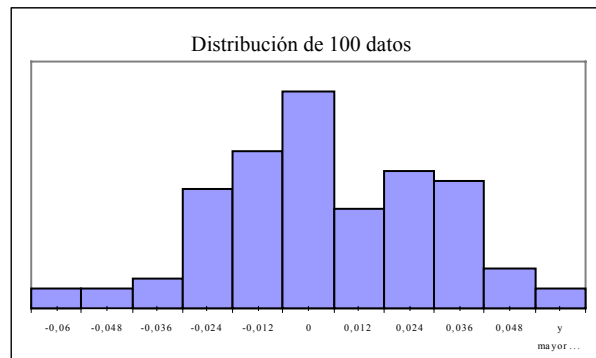
Y : “diámetro de las arandelas” y X : “error” resulta $X = Y - 1,50$

Se verifica:

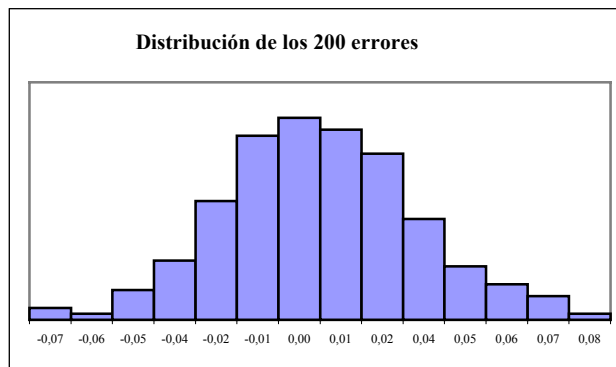
$E(X) = E(Y) - 1,50 = 0 \text{ cm}$ $V(X) = V(Y) = 5,7 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2$ $DS(X) = \sqrt{5,7 \cdot 10^{-4}} \text{ cm} \cong 0,02387 \text{ cm}$

Listado de los errores de los diámetros de 100 arandelas									
-0,02	-0,04	-0,015	0,027	0,015	-0,015	0,027	0,01	-0,01	0,029
-0,06	0	-0,023	-0,02	0,029	-0,033	0,015	0,017	0,005	0,04
-0,03	0,01	0,01	-0,035	0	0,032	-0,003	0,025	0,015	-0,02
-0,05	-0,02	-0,005	0,027	-0,011	0,025	0,028	-0,028	0	0,017
0,05	0,02	-0,015	0,035	0,03	-0,03	0	0	-0,025	0,04
0	-0,03	0,015	-0,008	-0,02	-0,024	-0,028	-0,025	-0,05	-0,01
0,01	-0,01	0,06	-0,003	-0,038	0,027	-0,041	0,012	0,005	0,037
-0,06	-0,01	0,022	-0,003	-0,013	-0,005	-0,025	0,005	-0,018	0,005
0	0,04	0,017	0,015	0,038	-0,013	0,022	-0,013	0,007	-0,011
0,02	-0,01	0,019	-0,013	-0,005	-0,025	-0,023	0,025	-0,008	-0,023

A partir de los datos anteriores se realiza la representación gráfica, agrupando los errores de los diámetros en intervalos de 0,012 cm de amplitud partiendo de -0,066 cm .

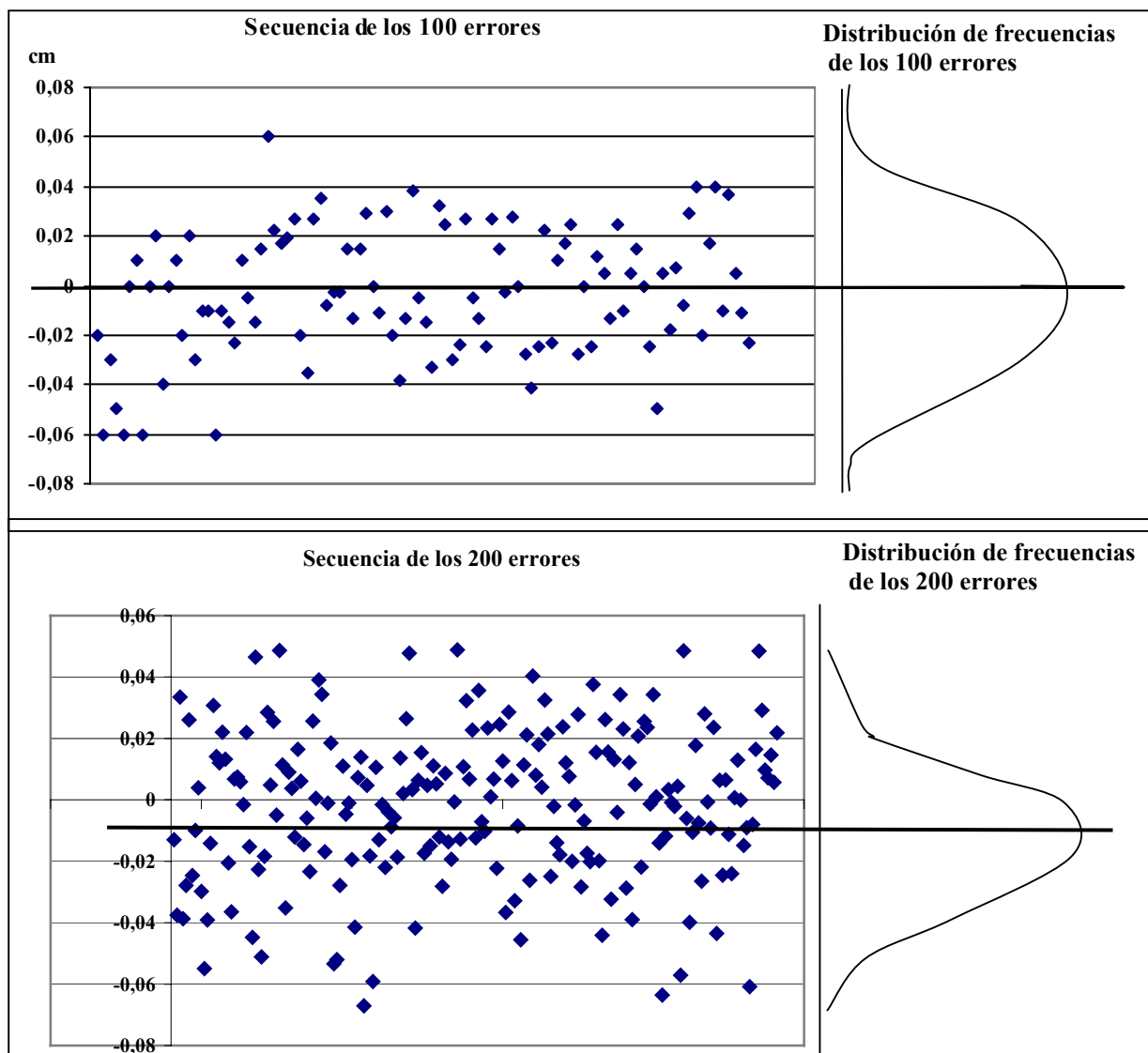


En el gráfico siguiente se observa la distribución de los errores de los diámetros de 200 arandelas.



De la comparación de ambos gráficos puede notarse que al aumentar el número de observaciones la distribución tiende a ser cada vez más simétrica.

Puede aprovecharse el momento para comparar las representaciones de la secuencia de errores tal como fueron dándose en el tiempo y la distribución de los mismos teniendo en cuenta su frecuencia relativa. En las figuras que siguen se presentan ambas distribuciones en forma comparativa.



Finalmente, a partir de la distribución de errores de los diámetros de las arandelas se arriba empíricamente, por otro camino, a la “ley normal”. Se puede afirmar que en este caso la distribución normal es un buen modelo para el error de los diámetros de las arandelas.

8- Evaluación

La evaluación se plantea en forma de proceso permanente y continuo.

A través del trabajo del alumno en las experiencias didácticas del aula, se prevee realizar registros de su participación y de su nivel de seguimiento en la “construcción” de los conceptos.

Mediante la elaboración de actividades prácticas breves se llevará el control del nivel de apropiación de los conocimientos.

Además para cada uno de los temas trabajados se diseñarán situaciones problemáticas integradoras respetando el modelo aplicado, que incluyan el uso de datos reales, su procesamiento y análisis exhaustivo.

Se considerará prioritario en la revisión de las distintas actividades realizadas por los alumnos la adquisición y aplicación del método de trabajo estadístico, es decir, como lo expresara Gal²⁰, la in-

interpretación y evaluación crítica de la información estadística, el reconocimiento de argumentos apoyados en datos provenientes de diversos contextos y también, la elaboración de opiniones o conclusiones respecto a tales informaciones estadísticas.

Conclusiones

A partir de esta investigación puede apreciarse cómo la historia se redimensiona como una interesante y rica fuente de herramientas didácticas para inspirar modelos de trabajo al momento de tratar en el aula conceptos, teorías y técnicas en general.

Dado que la Estadística tiene un carácter empírico, especialmente en sus comienzos, el análisis de cómo los conceptos estadísticos han surgido y evolucionado en ámbitos mucho más complejos que el académico, la ubica en su real dimensión como un verdadero subsistema cultural.

El trabajo de los mentores de las teorías en su fase inicial puede capitalizarse para adaptarlo y aplicarlo con los alumnos como una experiencia didáctica diseñando actividades similares a las efectuadas por ellos que permitan la integración de la estadística con las demás disciplinas y su contextualización histórico-social.

Es inicialmente en la formación profesional docente donde la investigación histórica debe revalorizarse ya que es un área sustancial a la hora de justificar y validar conceptos pues posibilita el enriquecimiento de la propia red conceptual a través del descubrimiento de potenciales interrelaciones. No es menor el logro indiscutido que tiene el estudio –o más aún el análisis crítico y conciente– de la historia en la formación profesional, ya que es un mérito propio el dar un encuadre epistemológico a cada concepto tratado que permite obtener un conocimiento mucho más completo, significativo y acabado de él.

En consecuencia se hace necesaria una mejor formación previa y permanente de los docentes en esta disciplina con el objetivo de dotarlos de mejores criterios para modelar propuestas de trabajo a través de la selección de estrategias adecuadas.

El trabajo realizado propone una nueva mirada sobre un área que en general se incluyó en los currículos como algo necesario u obligatorio pero sin tomar el caudal de posibilidades de trabajo que proporciona en toda su extensión.

Bibliografía complementaria

- Batanero, Carmen. *Didáctica de la Estadística*. GEEUG. Publica: Grupo de Investigación Estadística, Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada. Granada. 2001.
- Boido, Guillermo. *Historia de la ciencia y vida en la ciencia. Algunas reflexiones educativas*. Artículo del Programa de Epistemología, Lógica, Metodología e Historia de la Ciencia de la Facultad de Ciencias Exactas de la UBA. 1996
- Boyer, Carl B. *El cálculo de probabilidades*, Historia de la Matemática, Alianza Universidad textos, Madrid, 1996
- Cortada de Kohan, Nuria. *Diseño Estadístico*. Para investigadores de las Ciencias Sociales y de la Conducta. Editorial Universitaria de Buenos Aires, Agosto de 1994.
- Ferreiro, Osvaldo y Fernández de la Reguera, Pedro, *La estadística, una ciencia de la controversia*. Revista Univ. N° 25, Instituto de Matemáticas y Física. Universidad de Talca. Chile. (1988)
- Guzmán, Miguel de, *Enfoque heurístico de la enseñanza de la matemática*, Aspectos didácticos de matemáticas 1. Instituto de Ciencias de la Educación de la Universidad de Zaragoza. (1985)
- Guzmán, Miguel de, *Aventuras Matemáticas*. Ed. Labor, Barcelona. (1986)
- Guzmán, Miguel de, *Tendencias actuales de la enseñanza de la matemática*, Studia Pedagógica. Revista de Ciencias de la Educación, 21. (1989)
- Hacking, Ian. *La Domesticación del azar*. Editorial Gedisa, Barcelona, España. (1995).

- Holmes, P. *Some lessons to be learnt from curriculum developments in statistics*. En B. Philips (Ed.) Proceedings of the Sixth international Conference on Teaching of Statistics. Ciudad del Cabo: IASE. CD ROM. (2002).
- Le Lionnais, F. y colaboradores, *Las corrientes del pensamiento matemático*, EUDEBA, Bs. As, (1962).
- Mandelbrot Benoit, *Del azar Benigno al azar salvaje*. Investigación y Ciencia, (1996).
- Newman, James R. Sigma. *El mundo de las matemáticas*. Ed. Grijalbo-Mondadori. (1997 Reed.)
- Rey Pastor y Babini- *Historia De la Matemática*. Ed. Gedisa. Barcelona. (1980)
- Santaló, L.A., *Enseñanza de la matemática en la escuela media*. Docencia, Buenos Aires. (1981)
- Santaló, L.A., *La educación matemática, hoy*. Teide, Barcelona. (1975)
- Serrano Romero, Luis; Batanero B. Carmen y Ortiz de Haro, Juan J. “*Interpretación de enunciados de probabilidad en términos frecuenciales por alumnos de bachillerato*”. Suma 22. (1996).
- Willoughby S.S.- *Probability and Statistics*- Silver Burdett Company

-
- ¹ Batanero, Carmen. “Los retos de la cultura estadística”. Congreso de Estadística. Caseros, Argentina. (2003)
 - ² Miguel de Guzmán. Una consideración de fondo. ¿Qué es la actividad matemática? Tomado de “Tendencias actuales de la enseñanza de la matemática”, Studia Pedagógica. Revista de Ciencias de la Educación, 21 (1989)
 - ³ I. Lakatos, Proofs and refutations. (1976)
 - ⁴ Artículo de Guillermo Boido “Historia de la ciencia y vida en la ciencia. Algunas reflexiones educativas” (1996)
 - ⁵ Batanero, Carmen., (2003). op. cit.
 - ⁶ Hernández Fernández, H.; Delgado Rubí, J. R.; Fernández de Alaiza, B.; Valverde Ramirez, L. y Rodríguez Hung, T.. “Cuestiones de Didáctica de la Matemática”. *Serie educación*. Homo Sapiens Ediciones. (1998). Argentina. pp. 7-8.
 - ⁷ Hernández Fernández, H. y otros (1998). P.21.
 - ⁸ Gal, I. (2002). Adult’s statistical literacy. Meanings, componentes, responsibilities. International Statistical Review, 70 (1), pp: 2-3
 - ⁹ Wild, C. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. International Statistical Review, 67 (3), pp: 223-265
 - ¹⁰ Santaló Luis A.; Gálvez, Grecia; Charnay, Roland; Brousseau, Guy; Lerner, Delia y Sadosky, Patricia. Parra, Cecilia y Saiz, Irma (compiladoras). *Didáctica de matemáticas*. Aportes y reflexiones. Editorial Paidós Educador. Argentina. 5ta reimpresión. (1997). pp.26 y 28.
 - ¹¹ Batanero, Carmen. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada. Presentado en la “X Jornadas sobre el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas”, Zaragoza, (2001).
 - ¹² Hacking, Ian (1995) .Op.cit.p.20
 - ¹³ La filosofía de A. Comte, fundador del positivismo e inventor de la sociología, hay que entenderla como un producto típico de la sociedad industrial del siglo XIX.
 - ¹⁴ Hacking, Ian (1995) .Op. cit .pp.158 a 161.
 - ¹⁵ Hacking, Ian (1995) .Op.cit. p. 18 y 23.
 - ¹⁶ Cada término del binomio, en este contexto, tiende a 0,5 como probabilidad de cada resultado al arrojar la moneda.
 - ¹⁷ <http://etsiit.ugr.es/profesores/jmaroza/anecdinario/anecdinario-d.htm>.
 - ¹⁸ Cortada de Kohan, Nuria. “Diseño Estadístico” (Para investigadores de las Ciencias Sociales y de la Conducta). Editorial Universitaria de Buenos Aires. p.22.
 - ¹⁹ Godino, Juan D.. “Investigaciones sobre Fundamentos Teóricos y Metodológicos de la Educación Matemática”. Grupo de Investigación: Teoría y Métodos de investigación en Educación Matemática. Dirección: Juan D. Godino. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Octubre de 2003. pp.43 y 44.
 - ²⁰ Gal, I. (2002). Adult’s statistical literacy. Meanings, componentes, responsibilities. International Statistical Review, 70 (1), pp: 2-3