

# **Un análisis de la percepción sobre interacciones que favorecen el aprendizaje en Matemática de estudiantes pre-universitarios**

*Carnelli, Gustavo – Falsetti, Marcela – Formica, Alberto – González, Víctor - Rodríguez,  
Mabel*

Instituto del Desarrollo Humano

Universidad Nacional de General Sarmiento

J. M. Gutiérrez 1150 (1613) Los Polvorines, Buenos Aires, ARGENTINA

011-4469-7613/7725/7710

[gcarnell@ungs.edu.ar](mailto:gcarnell@ungs.edu.ar) – [mfalse@ungs.edu.ar](mailto:mfalse@ungs.edu.ar) – [aformica@ungs.edu.ar](mailto:aformica@ungs.edu.ar) – [ygonzale@ungs.edu.ar](mailto:ygonzale@ungs.edu.ar)  
[mrodri@ungs.edu.ar](mailto:mrodri@ungs.edu.ar)

## **1. Resumen**

Nos interesa recabar información sobre *la percepción que tienen estudiantes de nivel pre-universitario sobre las interacciones que favorecen su aprendizaje en Matemática.*

La indagación sobre la percepción de aprendizaje la referimos a modalidades de enseñanza que promueven dos tipos de interacciones diferentes: entre un experto y un aprendiz (E-A) o entre aprendices interactuando en grupo (G-A).

Presentamos en este trabajo la forma en que hemos operativizado la variable “percepción sobre interacciones que favorecen el aprendizaje”, los criterios que nos permitieron definir un instrumento (encuesta) y la encuesta en sí. Asimismo corroboramos estadísticamente una hipótesis que refiere a la preferencia percibida por los estudiantes de que la interacción con un experto les es más útil para aprender Matemática teniendo ellos, mayoritariamente, un rol receptivo.

Dejamos indicado el trabajo que aún estamos realizando sobre el análisis estadístico referido a cuestiones vinculadas con la variable después de haber puesto en práctica un dispositivo didáctico de clases con las modalidades E-A y G-A.

## **2. Contexto y planteo del problema.**

Los resultados que aquí reportamos provienen de una investigación desarrollada en el Instituto del Desarrollo Humano de la Universidad Nacional de General Sarmiento y, más precisamente, en la asignatura Matemática del Curso de Aprestamiento Universitario (CAU), curso de carácter obligatorio al que asisten todos los aspirantes a ingresar en las distintas carreras de grado de la Universidad. Las clases tienen una frecuencia de dos encuentros semanales de dos horas cada uno durante seis meses. Al momento de realizar este estudio, ya habían transcurrido dos meses del inicio del curso. En la modalidad de trabajo habitual en las clases, de las que se obtuvo la muestra estudiada, el docente propone actividades para ser abordadas en grupos. Éstos constan de aproximadamente cuatro a cinco personas y se conforman por decisión espontánea de los alumnos. No se unen de acuerdo a sus capacidades o conocimiento sino a otras razones como la disposición espacial, conocimiento entre ellos, etc. Podría decirse que en la clase estos grupos tienen ciertas características que corresponden a los grupos de “aprendizaje cooperativo informal”, pues se los utiliza para concentrar la atención de los alumnos en la situación problemática de la cual emergería el contenido o procedimiento a aprender, como así también “para crear un clima favorable para el aprendizaje, ayudar a establecer expectativas sobre lo que abarcará la actividad, asegurar que los alumnos procesen cognitivamente el material que se está enseñando y proporcionar un cierre a la situación educativa” (Johnson y Johnson, 1999). También tienen características de los “grupos cooperativos de base” porque son heterogéneos, sus integrantes están juntos a lo largo de todo el curso (excepto aquellos que lo abandonan) y sus miembros se ofrecen mutuo apoyo para progresar académicamente. Luego de un breve período en que se deja a los grupos avanzar en la resolución de las tareas, se organiza una puesta en común a cargo del profesor quien recoge lo trabajado por los diferentes equipos, las dudas y aciertos, dando una explicación y sistematización de lo trabajado.

Para nuestro estudio, se trabajó en un entorno de experimentación educativa en la que se regularon intencionalmente, por la gestión de clase, distintos tipos de interacciones sobre las que

el alumno debió luego después expedirse en una encuesta. Las interacciones a las que nos referimos son entre un *experto y un aprendiz* (E-A) o bien *entre pares en un grupo de trabajo* (G-A). Consideramos que la imagen que el estudiante de Matemática tenga de sí mismo como tal, nos permite conocer sobre cuáles roles jugará en la clase, de qué manera va a aprender y, aún más, nos permite saber qué espera de los roles de los demás actores en la clase según sus propios parámetros de eficacia para su aprendizaje. Consideramos también que las valoraciones de los estudiantes deben ser tenidas en cuenta al momento de planificar el trabajo en el aula. En un estudio exploratorio previo (Falsetti, Rodríguez, 2005) ya habíamos indagado sobre las representaciones de los estudiantes acerca de cuáles eran las formas de interactuar, con profesor y con pares, que les eran útiles para su aprendizaje. Para formalizar esto, hemos considerado la variable “*percepción del alumno acerca de interacciones que favorecen su aprendizaje en Matemática*” y planteado la hipótesis inicial: *los estudiantes del Curso de Aprestamiento Universitario (CAU) perciben, mayoritariamente, que aprenden más y mejor mediante interacciones con un experto donde, en la mayoría de los casos, ellos asumen el rol de aprendiz.*

En este trabajo presentamos la operativización de la variable y la corroboración de la hipótesis. Actualmente estamos analizando el cambio en la percepción de los estudiantes sobre las interacciones que le favorecen su aprendizaje matemático, luego de haber vivenciado clases cuyas metodologías promovían interacciones bien diferenciadas, experto-aprendiz y grupo-aprendiz y la preferencia manifestada por ellos luego de haber finalizado la experiencia. Sobre estas cuestiones no tenemos datos aún.

### **3. Marco teórico.**

Numerosos autores como Aiken (1976), Head (1981), Gal y Ginsburg (1994) han señalado la importancia que tienen ciertas cuestiones, no netamente cognitivas, tales como la actitud, las creencias, expectativas y motivaciones en el aprendizaje de la Matemática, y resulta complejo cruzar estas cuestiones apreciativas y valorativas con las cognitivas para obtener información que nos permita operar sobre metodologías de clase y sobre contenidos, especialmente los procedimentales y actitudinales. En nuestro caso nos interesan particularmente las valoraciones personales de los estudiantes respecto a las interacciones que favorecen su aprendizaje en cruce con distintas cuestiones cognitivas incluidas en categorías como *la resolución de problemas, la validación matemática y la operatoria*. Como ya hemos dicho, nuestra variable de estudio es “la percepción del alumno acerca de interacciones que favorecen su aprendizaje en Matemática”, entendiendo por “percepción” el resultado de un proceso intelectual y afectivo de apreciación y discernimiento de situaciones y experiencias que permite dar una valoración o evaluación global sobre las mismas.

Las interacciones son de interés para nuestro estudio pues, en concordancia con el Constructivismo Social (Ernest, s/f y Vigotsky, 1978), reconocemos que tanto los procesos sociales como la asignación de sentidos individuales juegan un papel central y fundamental en el aprendizaje. La clase, lo que sucede en ella, lo que el alumno registra de las interacciones con el profesor y compañeros, funciona como motor de asignación de sentidos, pues obliga al alumno a adaptarse al medio a través de la construcción de conceptos y uso del lenguaje en el ejercicio comunicativo. Por otro lado, también funciona como un contexto al que él apela para recordar, recrear y resignificar el contenido cuando está fuera de esa clase, ya que evocar lo sucedido en el seno del ámbito social de la clase, los diálogos, las argumentaciones, etc. permiten al alumno recontextualizar el contenido en futuras ocasiones.

En las clases que promueven las interacciones experto-aprendiz, el profesor, o alguno de los alumnos avanzados (a los que llamaremos “el experto”), toma las decisiones, orientando la acción del individuo o del colectivo, tomando la responsabilidad de la validación y dispensando formas en que se debe validar el conocimiento. Cabe aclarar que esta modalidad no es de tipo netamente expositiva pues en ella se alienta la participación de los estudiantes pero siempre en interacción con el experto, es decir es éste quien orienta las intervenciones del estudiante, le muestra sus puntos flojos, le cuestiona y muestra formas alternativas correctas. En las clases que

promueven las interacciones de tipo *grupo – aprendiz*, el que aprende comparte desde el inicio la responsabilidad de la decisión y de la acción en el grupo de pares del cual forma parte. El trabajo se realiza de manera consensuada por el grupo y el papel que juega el profesor es de mediador de discusiones, de organizador del discurso de los estudiantes y de las tareas de los distintos grupos. Además, organiza los grupos y las tareas para que no se den casos en que alumnos más avanzados jueguen el papel de expertos de modo de garantizar diferencias bien notorias con el tipo de interacción E-A. La forma en que estas modalidades han sido pensadas tiene relación con los llamados *patrones de interacción*. “Los patrones de interacción se consideran como regularidades que son interactivamente constituidas por el profesor y los estudiantes” (Voigt, 1995), permiten que las construcciones conceptuales se realicen en un cierto marco de intercambio y negociación, regulable, al menos para el docente, y que no se corra el riesgo de desorganización en el proceso interactivo (Godino, s/f).

Focalizando ahora el encuadre teórico de nuestra variable (percepción del alumno acerca de interacciones que favorecen su aprendizaje en Matemática) podemos decir que la misma está conformada por una componente afectiva y una componente metacognitiva. La afectividad en la percepción de aprendizaje se manifiesta, por ejemplo, en las creencias de los estudiantes y en sus expectativas, las cuales condicionan su percepción de aprendizaje. Por ejemplo, si el alumno cree que su rol en la clase debe ser pasivo, de buen receptor, probablemente no perciba aprendizaje cuando se encuentra trabajando en grupo o respondiendo preguntas del profesor pero sí percibiría que aprende cuando el profesor explica y él escucha y va entendiendo lo que se dice.

Hemos orientado el estudio de la percepción de aprendizaje hacia una serie de habilidades, de las que el alumno debería apropiarse, tales como “verificar que la solución hallada a un problema satisface el planteo matemático y tiene sentido en el contexto del problema” u “obtener conclusiones mediante reglas de inferencia lógicas de resultados conocidos”, entre otras. Para ello el estudiante debe entender de qué tipo de habilidad se trata y reconocer que él ha estado trabajando para aprenderla. Por esta razón, entendemos que existe un acercamiento a lo metacognitivo y mostraremos en lo que sigue los puntos de contacto de este aspecto con de la variable de percepción que definimos.

En primer lugar recordemos que *metacognición* es el proceso de “pensar sobre el pensamiento” que tiene que ver con el “conocimiento sobre la cognición” (knowledge of cognition) y con el activo “monitoreo y supervisión de los procesos cognitivos” (regulation of cognition). Según Schraw y Rayne (1994) hay tres categorías para estudiar el conocimiento sobre la cognición: *el conocimiento declarativo*, por el cual el sujeto es capaz de reconocer qué tipo de acciones y cuáles tareas le son beneficiosas para aprender, reconocer sus recursos intelectuales y sus habilidades como aprendiz; *el conocimiento sobre procedimientos usados*, que se refiere a cómo implementar lo aprendido y, por último, *el condicional*, que es el conocimiento sobre cuándo y por qué usar los procedimientos aprendidos. Bajo esta enfoque, consideramos que nuestra variable de estudio tiene que ver con el aspecto declarativo mencionado.

Por otro lado, podríamos profundizar el análisis si además tenemos en cuenta las tres categorías introducidas por Flavell para los aspectos metacognitivos (ver cita en Livingston, J. 1997 y en Hacker, 1998): *conocimiento personal individual* (“knowledge of person variables”), *de tareas* (“task variables”) y *de estrategias* (“strategy variables”). La primera categoría se refiere al conocimiento general de cómo el ser humano aprende y procesa la información, así como al conocimiento del individuo sobre los propios procesos de aprendizaje. La segunda incluye el conocimiento sobre la naturaleza de las tareas así como del tipo de procesos que las mismas demandan en lo individual. La tercera, el conocimiento sobre las estrategias, incluye tanto los aspectos cognitivos y metacognitivos de las mismas que tienen que ver con el cómo se implementan los procedimientos aprendidos así como con el cuándo y dónde es apropiado hacer uso de los mismos. En la práctica es muy difícil separar estas categorías aunque podemos decir que nuestra variable corresponde preferentemente a las dos primeras categorías de Flavell.

Nos parece importante, además, destacar que el reconocimiento de cuáles son las interacciones con otros individuos en la clase (con compañeros en igual condición de conocimiento, compañeros en mejores condiciones que puedan ayudar al que aprende, el profesor, el mismo estudiante ayudando a sus compañeros) que contribuyen, o no, al aprendizaje individual, estaría,

de algún modo, agregando una nueva categoría de análisis de lo metacognitivo a las introducidas por Flavell, se trata del *aspecto social* (“knowledge of interactions variables”). Como ya anticipamos, la percepción del estudiante fue orientada hacia cuestiones matemáticas puntuales como: a) *la resolución de problemas*, como proceso necesario para abordar situaciones nuevas para los estudiantes en donde es evidente que deben producir un conocimiento matemático que no es accesible en forma directa, b) *la validación de un conocimiento matemático*, que es entendido aquí como el resultado de cualquier proceso del sujeto por el cual éste es capaz de manifestar y sostener en un ámbito social las razones, elaboradas autónomamente, de por qué un enunciado es o no verdadero o un procedimiento es o no correcto o un razonamiento es o no válido y c) *la operatoria*, es decir la manipulación de expresiones numéricas y algebraicas y aplicación de algoritmos.

#### 4. Diseño de la encuesta

Con la encuesta sobre la percepción (puede verse en el anexo) se recogió información sobre la valoración de los estudiantes sobre cómo contribuyen las distintas interacciones en el aula a su aprendizaje en Matemática. Está diagramada como una tabla de doble entrada donde las filas corresponden a cuestiones del conocimiento matemático y las columnas a las diferentes interacciones que pueden darse en la clase. Las habilidades fueron a su vez agrupadas en aspectos fundamentales de aprendizaje o categorías que ya mencionamos en el marco teórico. La siguiente tabla ilustra esto con algunos ejemplos de los ítems sobre los que se preguntó:

Aspecto de aprendizaje	Ítem (habilidad)
Resolución de problemas (RP)	Interpretar el enunciado de un problema / reconocer cuáles son los datos, las incógnitas, saber qué debo averiguar/ Verificar que la solución hallada satisface el planteo matemático y tiene sentido con el problema / etc.
Validación (V)	Dar ejemplos que verifiquen o no propiedades / Argumentar: explicar lo que hice, por qué lo hice, por qué considero que está bien lo hecho/ etc.
Operatoria (O)	Realizar cálculos con números reales/ Manipular expresiones algebraicas/etc.

Las interacciones fueron discriminadas en: interacción con pares, con un experto (profesor o compañero más preparado) y el trabajo individual. También hubo diferenciación en cada una de éstas. Por ejemplo, en la interacción con un compañero nos interesa saber si el intercambio es parejo, es decir si tienen conocimientos y habilidades similares, si el compañero actúa como experto y le explica al encuestado o si el encuestado es el más avanzado y le sirve para aprender el explicar a otro.

Cada cruce de fila (habilidad matemática) y columna (interacción) se completa con una calificación (ver anexo), en orden creciente de valoración, de 1 a 5, y se coloca 0 si acaso esa interacción no tuvo lugar para el aprendizaje de esa habilidad. Afortunadamente hubo muy pocos ceros, por lo que obtuvimos amplia información sobre las distintas interacciones. Transcribimos aquí, a modo de ejemplo, cruces de fila y columna de la interacción con un compañero.

Tipo de interacción Habilidad	CON UN COMPAÑERO O VARIOS		
	Tenemos conocimientos similares y trabajamos parejo	Sabe más y me explica	Sabe menos y le explico
Verificar que la solución hallada a un problema satisface el planteo matemático y tiene sentido con el problema			

La encuesta contiene seis columnas y en cada una de ellas se hace referencia a un matiz de un tipo de interacción. Cabe destacar que a la interacción entre estudiantes que caracterizamos como “sabe más y me explica” no la hemos considerado como un matiz de la interacción con pares, dado que en ella el estudiante tiene un rol receptivo en el aprendizaje de las diversas habilidades, razón por la cual la interpretamos como una interacción con un experto. Así, las columnas 1 y 2 (interacciones con el docente) y 4 (la ya señalada “sabe más y me explica”) son las que se tuvieron en cuenta como parte de las interacciones con un experto y las columnas 3 y 5 como parte de las interacciones con pares (ver anexo).

## **5. Implementación.**

Los contenidos matemáticos de las clases fueron: función de proporcionalidad directa y función cuadrática, cada uno de ellos desarrollada bajo una gestión de clase que promovió interacciones del tipo E-A en un caso y del tipo G-A en el otro (ambas presentadas en la sección 2. y detalladas en 5.1). Estos temas fueron elegidos por la posibilidad de trabajar problemas y cuestiones de modelización. Para el análisis y seguimiento de la experiencia, se contó con un grupo de 54 alumnos.

La encuesta de percepción fue administrada dos veces sin ningún cambio en el diseño. La primera, antes de comenzar con la enseñanza de los temas mencionados, habiéndose ya estudiado en los cursos temas de álgebra elemental, nociones de geometría y operaciones en campos numéricos con la metodología habitual del curso. Las respuestas de los estudiantes en esta primera encuesta nos permitieron obtener la información necesaria para contrastar nuestra hipótesis sobre que los estudiantes perciben que las interacciones con un experto son las que más favorecen su aprendizaje. La segunda vez que se aplicó la encuesta fue al finalizar la enseñanza de ambos temas, con el propósito de analizar si los estudiantes notaron conscientemente diferencias en su aprendizaje tras una y otra modalidad de gestión de clase. De esta forma, tendremos la posibilidad de obtener datos acerca de en qué medida los estudiantes perciben el aporte que cada una de las modalidades hace a su aprendizaje, comparando, para cada tipo de interacción, la ponderación que hacen de ella en la primera encuesta y luego en la segunda.

### **5.1. Sobre la gestión de clases en relación a las interacciones.**

En esta sección explicamos más detalladamente qué tipo de trabajo se llevó a cabo bajo las dos modalidades de clase: E-A y G-A. Cada una de estas se aplicó durante varias clases para un tema completo.

Las clases con la modalidad E-A estuvieron diseñadas para que el experto tenga un rol con distintas variantes. Tuvimos en cuenta para esto los conceptos de Vigotsky (1978) de Zona de Desarrollo Próximo (ZDP) y el de enseñanza recíproca, pues en principio se trabaja con el alumno o grupo de alumnos para realizar un tipo de tarea específica orientando su avance en el conocimiento y luego se asigna una función de “profesor” al alumno más avanzado (rol que puede ir variando a lo largo de la clase) quien debe tomar responsabilidades sobre la forma de validar y de orientar el aprendizaje de otros. Hubo clases de exposición dialogada en donde al inicio se presentó un problema y se dejó un tiempo para que los estudiantes lo pudieran encarar solos. Pasado este tiempo el profesor preguntó sobre cada ítem, anotó las distintas respuestas y dialogó con cada uno de los estudiantes que hizo su aporte. El profesor fue reafirmando las respuestas y procedimientos correctos y, en caso de que estén errados, orientó a los estudiantes que aportaron la idea para que infirieran y entendieran lo correcto. El profesor dialogó sólo con un estudiante por vez mientras el resto observaba cómo se desarrollaba la conversación y cómo se iban resolviendo las cosas. El profesor no devolvía las dudas y cuestionamientos de un estudiante a la clase, es decir que no formulaba preguntas del tipo ¿están de acuerdo con el procedimiento del estudiante X?, ¿qué le dirías a tu compañero para que rehaga el ítem?, etc. Si acaso ningún alumno había podido avanzar en la resolución de algún ítem del problema entonces el profesor explicaba su resolución y la forma de validar los procedimientos y las

propiedades que surgían. Otro tipo de trabajo fue el del alumno – monitor. Se dejó tarea para ser retomada en la clase siguiente y al inicio de la misma el profesor supervisó rápidamente cómo habían resuelto esa tarea y formuló preguntas para saber si habían comprendido y validado sus procedimientos. Luego de esta ronda, el profesor escogió a quienes mejor habían resuelto la tarea y les dio algunas indicaciones para que ayuden a sus compañeros mediante preguntas, sin responderles directamente, sino tratando de seguir la forma personal de resolución. Los alumnos trabajaron en parejas y el profesor sólo asesoró a los “alumnos expertos” para que orientaran mejor a sus compañeros. Durante la clase, esta dinámica se repitió pudiendo cambiar el rol de “alumno – monitor” en cada tarea. Por último, también hubo clases de tipo netamente expositivo, donde el profesor explicó un tema nuevo sin que haya un trabajo previo de los estudiantes. Cabe aclarar que mientras se llevó a cabo la modalidad E-A con las variantes explicadas, no se alternó con ningún tipo de trabajo en grupos.

El trabajo en grupos de la modalidad G-A, también tuvo variantes y fue de tipo formal (ver Johnson & Johnson, 1999). Para las clases se armaron equipos de cuatro o cinco personas, que debían encarar una situación problemática y se les dio una serie de pautas que incentivarán a los estudiantes a que se involucraran de manera activa en la solución del problema. Estas pautas permitieron orientarlos a sistematizar un procedimiento consensuado, bien formulado y justificado, que sea comunicable en forma organizada y defendible por todos los miembros del equipo. El profesor pasó por cada uno de los equipos e intervino cuestionando y destrabando sin dar la respuesta. Al cabo de un tiempo de trabajo, las producciones de los equipos se expusieron en la pizarra para ser defendidas y compararse entre sí. Al finalizar este momento, el profesor intervino haciendo una reseña de todo lo que se hizo. En clases posteriores, donde el tema ya ha habido sido introducido y había que trabajar las técnicas y procedimientos involucrados, los equipos estaban armados de modo que los conocimientos y posibilidades fueran similares. Esto se hizo para contrarrestar la acción de líderes que funcionaban como expertos. Las tareas para los distintos equipos estaban diferenciadas, por ejemplo el grupo de alumnos avanzados debía presentar su trabajo luego del resto y hacer una síntesis de los trabajos de todos. También hubo clases en donde los distintos equipos se intercambiaban sus producciones para que se hicieran correcciones y se señalaran las cosas que no estaban debidamente justificadas. Luego los dos equipos, el “corregido” y el “corrector” discutían sobre las observaciones hechas y finalmente los estudiantes de toda la clase, reunidos en “plenario” (una gran ronda en donde todos pueden verse), se comentaban los procedimientos, aportaban nuevos ejemplos, procedimientos, etc. En estas clases el profesor actuó como moderador, sintetizó las posturas, evidenció comentarios que pasaban desapercibidos, contradicciones en los discursos, etc.

## 6. Resultados.

Aquí presentamos el procedimiento con el que testeamos la hipótesis “los estudiantes perciben que la interacción que más les favorece el aprendizaje al inicio del curso es E-A”. Para ello tuvimos en cuenta, como dijimos, sólo la primera aplicación de la encuesta de percepción. Para cada estudiante calculamos el promedio de las ponderaciones realizadas en las celdas correspondientes a interacciones con un experto (columnas 1, 2 y 4 de la encuesta, ver anexo) en lo que concierne a resolución de problemas, a validación y a operatoria, obteniéndose así tres valores. De esta manera, obtuvimos 162 datos, a los que notamos E y que corresponden al promedio de cada uno de los tres aspectos (RP, V y O) para cada uno de los 54 estudiantes. Utilizamos el mismo procedimiento con las celdas que responden a interacciones con pares (columnas 3 y 5 de la encuesta), notándose G a cada uno de esos valores.

Para cada uno de los 162 pares (E ; G) realizamos el cálculo  $E - G$  y consideramos como casos favorables a aquellos en que ese valor es positivo. No hemos tenido en cuenta a los datos en que la ponderación fue cero por no haberse dado la interacción. La realización de promedios se explica porque la cantidad de celdas correspondientes a cada interacción no es la misma. Los resultados obtenidos son:

	Casos favorables	Total
<b>E &gt; G</b>	<b>113</b>	162

Dado que hay más casos favorables que desfavorables, interesa conocer la significatividad de esta diferencia. Para ello planteamos el siguiente test estadístico, en el que contrastamos las hipótesis: *nula* ( $H_0$ ) y *alternativa* ( $H_1$ ) que señalamos a continuación:

$$H_0 : \mu_E = \mu_G \quad \text{test de una cola a derecha}$$

$$H_1 : \mu_E > \mu_G$$

Para el análisis de la comparación se utilizó un test estadístico no paramétrico. Se lo eligió así dado que el rango de valores que los estudiantes asignaron (a cada celda del cuadro) es de 0 a 5, cuestión que hace muy poco probable que la distribución de puntajes sea normal. El test elegido se conoce como la *prueba del signo* y permite comparar respuestas iniciales y finales. Su funcionamiento es simple: si la diferencia entre la respuesta final e inicial es positiva se cuenta como un caso favorable; si la respuesta no ha variado, no. Para nuestro caso, quienes ofician de respuesta final e inicial son los valores E y G, respectivamente.

El test de la prueba del signo usa, para una muestra mayor a 25, el siguiente estadístico de prueba:

$$z = \frac{x - 0.5n}{\sqrt{0.25n}} \quad \text{donde } n \text{ es el número de pares, para nuestro caso } 162, \text{ y } x \text{ es la cantidad de veces en}$$

la que el puntaje de la percepción E fue mayor que la de G (ambas al inicio). Se rechaza la hipótesis nula si  $z$  es mayor que  $z_\alpha$  (valor obtenido de la tabla normal) para un valor de alfa dado.

Consideramos la prueba al 95% (es decir  $\alpha = 0.05$ ) y al 99% ( $\alpha = 0.01$ ) y los resultados son:

	Casos favorables	Total	<b>Valor Z</b>	<b>5.02</b>
E – G > 0	<b>113</b>	162	$z_\alpha$ (al 95%)	<b>1.65</b>
			$z_\alpha$ (al 99%)	<b>2.33</b>

Como el valor  $z$  cae en ambos casos en la región crítica, debemos rechazar la hipótesis nula. Obtenemos como conclusión que se corrobora la hipótesis a un nivel de significatividad del 0.01, o sea que podemos afirmar a dicho nivel de significatividad, que los estudiantes perciben que la interacción que más favorece su aprendizaje es con un experto.

### A modo de cierre

Mientras se realizaron las clases bajo la modalidad G-A notamos un buen clima de trabajo además de producciones interesantes y avances importantes en las argumentaciones con uso de lenguaje específico. También notamos avances en las formas de organizarse y de ocuparse de un asunto matemático recurriendo a estrategias propias. Habrá que estudiar si estos cambios fueron percibidos por los estudiantes o bien si siguieron sosteniendo a la interacción con un experto como más efectiva para su aprendizaje luego de haber pasado por ambas modalidades. Cabe aclarar que aunque la interacción con el experto haya sido la más ponderada, esto no significa que la otra haya sido despreciada, sino que no ha sido tan valorada como la primera.

Como dijimos anteriormente, en el curso regular el trabajo en grupo es más bien de tipo informal, pensamos que, aún cuando fue intensiva y llevada a cabo por profesores idóneos para trabajar de este modo, tal vez no baste el tiempo de trabajo para que se perciban beneficios en el aprendizaje debiéndose trabajar más tiempo con esta modalidad para que luego preguntarles a los estudiantes si perciben aprendizaje.

La preferencia inicial de los alumnos puede responder a varias cuestiones, como por ejemplo una larga historia escolar que no pudo modificarse, falta de ejercicio metacognitivo a lo largo de

su historia escolar y lo “costoso” que es trabajar en grupo cuando se exige que todos se involucren responsablemente para llegar a una producción conjunta.

Por último, consideramos que este estudio realiza los siguientes aportes: presenta un ejercicio metacognitivo con cruces entre las interacciones sociales de la clase y habilidades matemáticas y operativiza una variable cualitativa como lo es la percepción de aprendizaje, permitiéndonos corroborar una primera hipótesis sobre los estudiantes. Queda pendiente concluir el análisis cuantitativo y, a partir de la información, revisar ciertas cuestiones de la enseñanza de la Matemática especialmente las que tienen que ver con la “figura del experto” como provechosa para el aprendizaje.

## 7. Bibliografía

- 1- Aiken, L.R., (1976), “Two scales of attitude towards mathematics” *Journal for Research in Mathematics Education*, 5, 67-71.
  - 2- Carnelli, G.; Falsetti, M.; Formica, A.; Rodríguez, M.; “Un estudio del aprendizaje en validación matemática a nivel pre-universitario en relación con distintas interacciones en el aula”, enviado a Revista \*\*SUMA, marzo de 2006.
  - 3- Carnelli, G.; Falsetti, M.; Formica, A.; Rodríguez, M.; “Validación matemática en clases que promueven distintos tipos de interacciones”, comunicación científica enviada al VIII Simposio de Educación Matemática, Chivilcoy, a realizarse en el 2006.
  - 4- Ernest, P. (s/f) What is Social Constructivism in the Psychology of Mathematics Education? POME, 12, article 8, (on line: <http://www.people.ex.ac.uk/Pernest/pome12/article8>)
  - 5- Falsetti, M.; Rodríguez, M., (2005); “Interacciones y aprendizaje en matemática preuniversitaria: ¿qué perciben los alumnos?” *Relime*, Vol 8, Nº 3, 319-338.
  - 6- Gal, I., Ginsburg, L. (1994) “The role of beliefs and attitudes in learning statistics: Toward an assessment framework”, *Journal of Statistics Education*, v2,n2 (online).
  - 7- Godino, J. (s/f) Perspectiva de la Didáctica de las Matemáticas como Disciplina Científica. Documento de trabajo. Online <http://www.ugr.es/local/jgodino/>
  - 8- Hacker, D. J. (1998). Definitions and empirical foundations. En D. J. Hacker, J. Dunlosky, y A. C. Graesser (Eds.), *Metacognition in educational theory and practice* (pp 1-24). Mahwah, NJ: Erlbaum.
  - 9- Head, J. (1981) “Personality and the learning of mathematics” *Educational Studies in Mathematics*, 12, 339-350.
  - 10- Johnson, D., Johnson, R. (1999) Aprender juntos y solos. Ed. Aique. Buenos Aires. Argentina.
  - 11- Livingston, J.A. (1997) Metacognition: An Overview. Formato html en <http://www.gse.buffalo.edu/fas/shuell/cep564/Metacog.htm>. (2006, febrero)
  - 12- Schraw, G. Rayne, S. (1994) Assessing Metacognitive Awareness. Contemporary Educational Psychology, 19, 460-475.
  - 13- Vigotsky, L. (1978) *Mind in Society*, Cambridge, MA.: Harvard University Press.
  - 14- Voigt, J., (1985) Patterns and routines in classroom interactions. *Recherches en Didactique des Mathématiques*; 6 (1), 69-118.
-

ANEXO. La encuesta sobre la percepción

**¿QUÉ PERCIBO SOBRE MI APRENDIZAJE?**

La siguiente encuesta es para saber qué es lo que te sirve para aprender.

NOMBRE Y APELLIDO:

DÍAS DEL CURSO:

HORARIO:

PROFESOR:

Calificar con puntaje de **1 (mínimo) a 5 (máximo)** cuánto contribuye cada uno de las siguientes interacciones con las personas indicadas al aprendizaje de cada una de las competencias o habilidades de la columna izquierda.

Si no has formado parte de alguna de las interacciones calificala con **0 (cero) TODOS LOS ESPACIOS DEBEN TENER UNA CALIFICACIÓN.**

**0:** No se dio el caso.

**1:** No contribuye a mi aprendizaje de esta habilidad.

**2:** Contribuye poco a mi aprendizaje de esta habilidad.

**3:** Contribuye medianamente a mi aprendizaje de esta habilidad.

**4:** Contribuye bastante a mi aprendizaje de esta habilidad.

**5:** Es esencial para mi aprendizaje de esta habilidad.

TIPOS DE INTERACCIONES HABILIDADES		CON EL PROFESOR		CON UN COMPAÑERO (O VARIOS)			INDIVIDUAL
		El prof. explica al conj. de alumnos de la clase.	El prof. atiende en forma personalizada una consulta individual	Tenemos conocimientos similares y trabajamos parejo	Sabe más y me explica	Sabe menos y le explico	Trabajo por mi cuenta.
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	Interpretar el enunciado de un problema						
	Saber cuáles son los datos, las incógnitas, saber qué debo averiguar.						
	Hacer el planteo matemático						
	Resolver el planteo						
	Verificar que la solución hallada satisface el planteo matemático y tiene sentido con el problema						
	Revisar los pasos que seguí y los procedimientos matemáticos involucrados.						
VALIDACIÓN	Dar ejemplos que verifiquen o no propiedades						
	Argumentar: Explicar lo que hice, por qué lo hice, por qué considero que está bien lo hecho. Defender mi postura frente a otro.						
	Obtener conclusiones lógicas a partir de enunciados conocidos						
OPERATORIA	Hacer cuentas con números reales						
	Manipular cuentas con expresiones algebraicas						
	Usar propiedades de números o de expresiones algebraicas.						

